

MATHEMATICS

SECTION -A

State whether the following statements are true or false:

1. If $P(A) = \frac{x}{2}$ and $P(\bar{A}) = \frac{x}{3}$, then $x = \frac{6}{5}$.
2. The degree of the polynomial $9+10x+x^4+3x^2+x^3$ is 3.
3. If $\tan A = \frac{1}{\sqrt{3}}$, then $\frac{1-\tan^2 A}{1+\tan^2 A}$ is $\frac{1}{2}$.
4. A quadratic equation has at least two roots.

Fill in the blanks by selecting the proper alternative from given options :

5. The surface area of the sphere is $154cm^2$. The volume of the sphere is _____.
 (1) $179\frac{2}{3}cm^3$ (2) $359\frac{1}{3}cm^3$
 (3) $1434\frac{1}{3}cm^3$ (4) none of these
6. The probability that an ordinary year has 53 Sundays is
 (1) $\frac{2}{7}$ (2) $\frac{3}{7}$ (3) $\frac{1}{7}$ (4) 1
7. Which term of A.P. 72, 63, 54, _____ is 0 ?
 (1) 8th (2) 9th (3) 10th (4) 11th
8. A cube of side 6 cm is cut into a number of cubes each of side 2 cm. The number of cubes formed is _____.
 (1) 6 (2) 9 (3) 12 (4) 27

Fill in the blanks :

9. The probability that two different friends have different birthdays (ignoring leap year) is
10. The height of an equilateral triangle having each side 12 cm is _____.
11. The value of k for which the pair of equation $x = 2$, $y = 3$ and $3x + ky = 1$ have a unique solution is.....
12. The probability of getting an even prime when a die is rolled once is _____.

SECTION -A

નીચે આપેલા વાક્યો સાચાં છે કે ખોટાં તે જણાવો.

1. જો $P(A) = \frac{x}{2}$ અને $P(\bar{A}) = \frac{x}{3}$, તો $x = \frac{6}{5}$.
2. આપેલ બહુપદી $9+10x+x^4+3x^2+x^3$ ની ઘાત 3 છે.
3. જો $\tan A = \frac{1}{\sqrt{3}}$, તો $\frac{1-\tan^2 A}{1+\tan^2 A} = \frac{1}{2}$.
4. દ્વિઘાત સમીકરણને ઓછામાં ઓછા બે બીજ હોય છે.
યોગ્ય વિકલ્પનો ઉપયોગ કરી ખાલી જગ્યા પૂરો.

5. ગોળાની વક્ર સપાટીનું ક્ષેત્રફળ $154cm^2$ છે તો તેનું ઘનફળ

- (1) $179\frac{2}{3}cm^3$ (2) $359\frac{1}{3}cm^3$
 (3) $1434\frac{1}{3}cm^3$ (4) એકપણ નહીં.

6. કોઈ એક વર્ષમાં 53 રવિવાર આવે તેની સંભાવના
 (1) $\frac{2}{7}$ (2) $\frac{3}{7}$ (3) $\frac{1}{7}$ (4) 1
7. સમાંતર શ્રેણી 72, 63, 54, _____ નું મું પદ 0 થાય.
 (1) 8th (2) 9th (3) 10th (4) 11th
8. 6 cm બાજુની લંબાઈ ધરાવતા એક સમઘન માંથી 2 cm બાજુની લંબાઈ ધરાવતા જેટલા સમઘન બનાવી શકાય.
 (1) 6 (2) 9 (3) 12 (4) 27

ખાલી જગ્યા પૂરો.

9. બે ભિન્ન મિત્રોના ભિન્ન (અલગ અલગ) દિવસે જન્મ દિવસ આવવાની સંભાવના (લીપ વર્ષને અવગણતા)
10. 12 cm બાજુની લંબાઈ ધરાવતા સમભૂજ ત્રિકોણની ઊંચાઈ _____ છે.
11. સમીકરણ $x = 2$, $y = 3$ અને $3x + ky = 1$ ને અનન્ય ઉકેલ હોય તો k ની કિંમત હોય.
12. એક પાસાંને એક વખત ફેંકતા તેના પર યુગ્મ અવિભાજ્ય અંક આવવાની સંભાવના છે.

Answer the following questions:

13. Find the area of a square that can be inscribed in a circle with diameter 12 cm.
14. If the radius of circle is decreased by 10% then, find the decrease in its area.
15. If $\sin \theta = \frac{a}{b}$, then find $\cos \theta$.
16. The area of a circle is 220 cm². Find the area of a square inscribed in the circle.

SECTION-B

Short Answer Type Questions. (2 marks each)

17. Prove that $3 + \sqrt{7}$ is irrational.
18. The HCF of two numbers is 27 and their LCM is 162. If one of the numbers is 54. Find the other number.
19. Prove that: $\frac{\tan \theta}{1 - \cot \theta} + \frac{\cot \theta}{1 - \tan \theta} = 1 + \sec \theta \operatorname{cosec} \theta$
20. Find the area of the triangle formed by joining the mid points of the sides of the triangle whose vertices are (0,-1), (2,1) and (0,3). Find the ratio of this area to the area of the given triangle.
21. If α and β are the zeroes of the polynomial $p(x) = 3x^2 - 14x + 15$, find the value of $\alpha^2 + \beta^2$.

OR

Write the polynomial whose zeros are $2 - \sqrt{3}$ and $2 + \sqrt{3}$.

22. If the point P(x, y) is equidistant from the points Q(a + b, b - a) and R(a - b, a + b), then prove that $bx = ay$.

OR

Determine whether the points are vertices of a right triangle A(-3, -4), B(2, 6) and C(-6, 10).

23. Solve for x : $\sqrt{3}x^2 - 2\sqrt{2}x - 2\sqrt{3} = 0$
24. Prove that : $\sqrt{\frac{1 + \sin A}{1 - \sin A}} = \sec A + \tan A$.

OR

Prove : $\frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} = \operatorname{cosec} \theta + \cot \theta$

નીચેના પશ્ચોના જવાબ આપો.

13. 12 cm વ્યાસ ધરાવતા વર્તુળની અંતર્ગત ચોરસનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
14. વર્તુળની ત્રિજ્યામાં 10% નો ઘટાડો કરવામાં આવે તો તેના ક્ષેત્રફળમાં થતો ઘટાડો શોધો.
15. જો $\sin \theta = \frac{a}{b}$, તો $\cos \theta$ મેળવો.
16. 220 cm² નું ક્ષેત્રફળ ધરાવતા વર્તુળમાં અંતર્ગત ચોરસનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

SECTION-B

ટૂંક જવાબી પશ્ચો

(દરેકના 2 ગુણ)

17. $3 + \sqrt{7}$ એ અસંમેય છે તેમ સાબિત કરો.
18. બે સંખ્યાઓનો ગુ.સા.અ. 27 અને લ.સા.અ. 162 છે, તે પૈકી એક સંખ્યા 54 હોય તો બીજી સંખ્યા શોધો.
19. સાબિત કરો કે : $\frac{\tan \theta}{1 - \cot \theta} + \frac{\cot \theta}{1 - \tan \theta} = 1 + \sec \theta \operatorname{cosec} \theta$
20. ત્રિકોણની બાજુઓમાં મધ્યબિંદુઓના શિરોબિંદુઓ (0,-1), (2,1) અને (0,3) હોય તેવા ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ શોધો. તેમજ તે ત્રિકોણ અને આપેલા શિરોબિંદુઓ દ્વારા બનતા ત્રિકોણના ક્ષેત્રફળનો ગુણોત્તર શોધો.
21. જો α અને β એ બહુપદી $p(x) = 3x^2 - 14x + 15$, ના બીજ હોય તો $\alpha^2 + \beta^2$ ની કિંમત શોધો.

અથવા

જેના બે બીજ $2 - \sqrt{3}$ અને $2 + \sqrt{3}$ હોય તેવી બહુપદી શોધો.

22. બિંદુ P(x, y) એ Q(a + b, b - a) અને R(a - b, a + b), થી સમાન અંતરે આવેલ હોય તો સાબિત કરો કે, $bx = ay$.

અથવા

A(-3, -4), B(2, 6) અને C(-6, 10) એ કાટકોણ ત્રિકોણના શિરોબિંદુઓ છે તેમ દર્શાવો.

23. x માટે ઉકેલો : $\sqrt{3}x^2 - 2\sqrt{2}x - 2\sqrt{3} = 0$
24. સાબિત કરો કે : $\sqrt{\frac{1 + \sin A}{1 - \sin A}} = \sec A + \tan A$.

અથવા

સાબિત કરો કે : $\frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} = \operatorname{cosec} \theta + \cot \theta$

25. Find median of the data, using an empirical relation when it is given that Mode = 12.4 and Mean = 10.5

OR

The mean of 30 numbers is 18, what will be the new mean, if each observation is increased by 2?

26. Solve the following : $x + 2y = 2$, $x - 3y = 7$

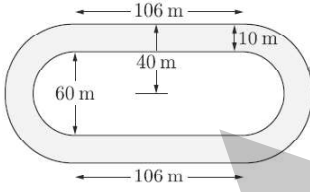
SECTION -C

Long Answer Type Questions. (3 marks each)

27. The mode of the following frequency distribution of 165 observations is 34.5, Find the value of a and b.

Class	5-14	14-23	23-32	32-41	41-50	50-59	59-68
Frequency	5	11	a	53	b	16	10

28. Figure depicts a racing track whose left and right ends are semi-circular. The distance between the two inner parallel line segments is 60 m and they are each 106 m long. If the track is 10 m wide everywhere, find the area of the track.



29. If the sum of first p terms of an A.P. is q and the sum of first q terms of an A.P. is p, then show that the sum of first (p + q) terms is $-(p + q)$.

OR

If the 3rd and the 9th terms of an AP are 4 and -8 respectively, which term of this AP is zero?

30. Two tangents TP and TQ are drawn to a circle with centre O from an external point T. Prove that $\angle PTQ = 2\angle OPQ$.
31. A cylinder having diameter 16 cm and height 40 cm is full of ice-cream. The ice-cream is to be filled into cones of height 12 cm and diameter 4 cm, having a hemispherical shape on the top. Find number of such cones which can be filled with ice-cream.

25. જેનો બહુલક = 12.4 અને મધ્યક = 10.5 હોય તેવા વિતરણ માટે મધ્યસ્થ શોધો.

અથવા

30 અવલોકનોનો મધ્યક 18 છે. દરેક અવલોકનમાં 2 નો વધારો કરવામાં આવે તો નવો મધ્યક કેટલો થાય ?

26. ઉકેલો : $x + 2y = 2$, $x - 3y = 7$

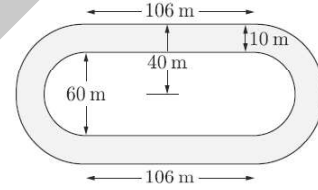
SECTION -C

વિસ્તારથી પસ્નોના જવાબ આપો (દરેકના 3 ગુણ)

27. નીચે આપેલ 165 અવલોકનોના આવૃત્તિ વિતરણનો બહુલક 34.5 છે, તો a અને b ની કિંમત શોધો.

વર્ગ	5-14	14-23	23-32	32-41	41-50	50-59	59-68
આવૃત્તિ	5	11	a	53	b	16	10

28. આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે દોડ સ્પર્ધા માટે ટ્રેકના બંને છેડા અર્ધવર્તુળાકારે છે. મેદાનની અંદરની સમાંતર રેખાઓ વચ્ચેનું અંતર 60 m છે તેમજ તેની લંબાઈ 106 m છે. ટ્રેકની પહોળાઈ 10 m હોય તો ટ્રેકનું ક્ષેત્રફળ શોધો.



29. સમાંતર શ્રેણીના પ્રથમ p પદોનો સરવાળો q અને પ્રથમ q પદોનો સરવાળો p હોય તો સાબિત કરો કે, પ્રથમ (p + q) પદોનો સરવાળો $-(p + q)$ છે.

અથવા

એક સમાંતર શ્રેણીનું ત્રીજું અને નવમું પદ અનુક્રમે 4 અને -8 છે, તો સમાંતર શ્રેણીનું કયું પદ શૂન્ય થશે ?

30. O કેન્દ્રવાળા વર્તુળને બહારના T બિંદુમાંથી બે સ્પર્શકો TP અને TQ દોરવામાં આવે છે, તો સાબિત કરો કે, $\angle PTQ = 2\angle OPQ$.

31. 16 cm વ્યાસ અને 40 cm ઊંચાઈ ધરાવતો એક નળાકાર સંપૂર્ણ આઈસ્ક્રીમથી ભરેલો છે, તેમાંથી 12 cm ઊંચાઈ અને 4 cm, વ્યાસ ધરાવતા શંકુ આકારના કોન ઉપરથી અર્ધવર્તુળાકારે રહે તે રીતે આઈસ્ક્રીમથી ભરવામાં આવે છે, તો નળાકારમાં રહેલા આઈસ્ક્રીમમાંથી આવા કેટલા કોન ભરી શકાય ?

OR

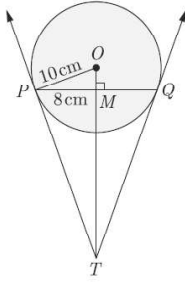
A toy is in the form of a cone mounted on a hemisphere of base radius 3.5 cm. The total height of toy is 15.5 cm. Find the total surface area of the toy.

32. If the polynomial $x^4 - 6x^3 + 16x^2 - 25x + 10$ is divided by $(x^2 - 2x + k)$ the remainder comes out to be $x + a$, find k and a .

OR

Obtain all other zeroes of the polynomial $9x^4 - 6x^3 - 35x^2 + 24x - 4$, if two of the zeroes are 2 and -2 .

33. In figure, PQ , is a chord of length 16 cm, of a circle of radius 10 cm. the tangents at P and Q intersect at a point T . Find the length of TP .



34. Monthly expenditures on milk in 100 families of a housing society are given in the following frequency distribution

Monthly Expenditure (in Rs)	0-175	175-350	350-525	525-700	700-875	875-1050	1050-1125
Number of families	10	14	15	21	28	7	5

Find the median for the distribution.

SECTION -D

Very Long Answer Type Questions. (4 marks each)

35. A motorboat whose speed in still water is 18 km/hr, takes 1 hour more to go 24 km upstream than to return downstream to the same spot. Find the speed of stream.

OR

અથવા

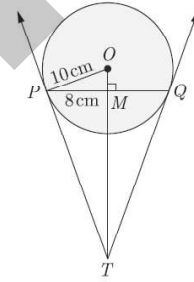
શંકુ આકારના એક રમકડાનો આધાર 3.5 cm ત્રિજ્યાના અર્ધવર્તુળાકારથી બનેલો છે. રમકડાની કુલ ઊંચાઈ 15.5 cm હોય તો તેની સપાટીનું કુલ ક્ષેત્રફળ શોધો.

32. બહુપદી $x^4 - 6x^3 + 16x^2 - 25x + 10$ ને $(x^2 - 2x + k)$ વડે ભાગવામાં આવે તો $x + a$ જેટલી શેષ વધે છે, તો k અને a ની કિંમત શોધો.

અથવા

બહુપદી $9x^4 - 6x^3 - 35x^2 + 24x - 4$ ના બે ઉકેલ 2 અને -2 હોય તો બાકીના ઉકેલો મેળવો.

33. આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે PQ એ વર્તુળની જીવા છે, જેની લંબાઈ 16 cm છે, અને વર્તુળની ત્રિજ્યા 10 cm છે. P અને Q બિંદુમાંથી બે સ્પર્શકો T બિંદુમાં છેદે તો TP ની લંબાઈ શોધો.



34. એક સોસાયટીમાં 100 કુટુંબ ના માસિક દુધના ખર્ચનું આવૃત્તિ વિતરણ નીચે મુજબ છે, તો આ વિતરણ માટે મધ્યસ્થ શોધો.

માસિક ખર્ચ (રૂ.માં)	0-175	175-350	350-525	525-700	700-875	875-1050	1050-1125
કુટુંબની સંખ્યા	10	14	15	21	28	7	5

SECTION -D

સવિસ્તાર પશ્નોના જવાબ આપો (દરેકના 4 ગુણ)

35. શાંત પાણીમાં એક મોટરબોટ 18 કિમી/કલાક ની ઝડપે ગતિ કરે છે નદીના પ્રવાહની વિરુદ્ધ દિશામાં 24 કિમી અંતર કાપવા માટે લાગતો સમય એ નદીના પ્રવાહની દિશામાં તે જ સ્થળે પાછા આવવા લાગતા સમય કરતા એક કલાક વધુ છે તો પ્રવાહની ઝડપ શોધો.

અથવા

Two water taps together can fill a tank in $9\frac{3}{8}$ hrs. The tap of larger diameter takes 10 hrs less than the smaller one to fill the tank separately. Find the time in which each tap can separately fill the tank.

36. State and Prove Pythagoras Theorem .
37. Draw a pair of tangents to a circle of radius 6 cm which are inclined to each other at 60° . Also write steps of construction .
38. A bridge across a valley is 800 metres long. There is a temple in the valley directly below the bridge. The angle of depression of the top of the temple from the ends of the bridge have measure 30° and 60° . Find the height of the bridge above the top of the temple .
39. Solve for

$$x: \frac{x+1}{x-1} + \frac{x-2}{x+2} = 4 - \frac{2x+3}{x-2} \quad x \neq 1, -2, 2$$

પાણીની એક ટાંકી ભરવા માટે બે નળ એક સાથે ચાલુ કરતા $9\frac{3}{8}$ કલાકનો સમય લાગે છે. તે પૈકી મોટા વ્યાસવાળા નળ દ્વારા ટાંકી ભરાતા નાના વ્યાસવાળા નળ કરતા 10 કલાક ઓછા લાગે છે, તો બંને નળ દ્વારા વારા ફરતી ટાંકી ભરાતા કેટલો સમય લાગશે ?

36. પાયથાગોરસનો પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો.
37. 6 cm ત્રિજ્યા ધરાવતા વર્તુળને બે સ્પર્શકોની જોડ દોરો કે જેથી તેમની વચ્ચેનો ખૂણો 60° રહે. તેમજ રચનાના મુદ્દાઓ લખો.
38. એક ખીણ પર 800 મીટર લાંબો એક પૂલ આવેલો છે, આ પૂલની નીચે ખીણમાં એક મંદિર આવેલું છે, પૂલના બંને છેડેથી મંદિરની ટોચના અવસેધકોણ અનુક્રમે 30° અને 60° છે, તો મંદિરની ટોચથી પૂલની ઊંચાઈ શોધો.
39. ઉકેલો:

$$x: \frac{x+1}{x-1} + \frac{x-2}{x+2} = 4 - \frac{2x+3}{x-2} \quad x \neq 1, -2, 2$$