CBSE QUESTION PAPER – 2022 (65/3/1)

SUBJECT: MATHEMATICS

TERM-II

Time : 2 Hours **Max. Marks : 40**

सामान्य निर्देश:

(i) इस प्रश्न पत्र के तीन खण्ड – खण्ड **क, ख** तथा **ग** हैं।

(ii) प्रत्येक खण्ड अनिवार्य है।

(iii) खण्ड–**क** में 6 लघु उत्तर-**I** प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के **2** अंक हैं।

(iv) खण्ड–**ख** में 4 लघु उत्तर-**II** प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के **3** अंक हैं।

(v) खण्ड–**ग** में 4 दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के **4** अंक हैं।

(vi) कुछ प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं।

(vii) प्रश्न **14** एक प्रकरण अध्ययन आधारित प्रश्न है, जिनमें दो भाग हैं, जिनमें प्रत्येक के **2** अंक हैं।

General Instructions:

(i) This question paper contains **three** Sections - Section **A, B** and **C.**

(ii) Each Section is compulsory.

(iii) Section-**A** has 6 short answer type-**I** questions of **2** marks each.

(iv) Section-**B** has 4 short answer type-**II** questions of **3** marks each.

(v) Section-**C** has 4 long answer type questions of **4** marks each.

(vi) There is an internal choice in some questions.

(vii) **Q.14** is a case study based problem with **2** sub-parts of **2** marks each.

खण्ड-क

प्रश्न संख्या 1 से 6 तक प्रत्येक के 2 अंक हैं।

1. यदि बिन्दु (1, 1, 1) की समतल $x-y+z+\lambda=0$ से दूरी $\frac{5}{\sqrt{3}}$ है, तो λ के मान ज्ञात कीजिए। **[2]**

2. सदिश $\left(\vec{b}+\vec{c}\right)$ का सदिश $\vec{a}$ पर प्रक्षेप ज्ञात कीजिए, जहाँ $\vec{a}=2\hat{i}-2\hat{j}+\hat{k}$, $\vec{b}=\hat{i}+2\hat{j}-2\hat{k}$ और $\vec{c}=2\hat{i}-\hat{j}+4\hat{k}$ हैं। **[2]**

3. अवकल समीकरण : $\frac{dy}{dx}=\frac{3e^{2x}+3e^{4x}}{e^{x}+e^{-x}}$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए। **[2]**

4. ताश के 52 पत्तों की एक सुमिश्रित गड्डी से यादृच्छया दो पत्ते उत्तरोत्तर प्रतिस्थापना के साथ निकाले जाते हैं। हुकुम के पत्तों की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए। **[2]**

5. ज्ञात कीजिए : $\int \frac{dx}{x^{2}-6x+13}$ **[2]**

6. पासों का एक जोड़ा उछाला जाता है और पासों पर प्राप्त संख्याओं का योगफल 7 है। कम – से – कम एक पासे पर संख्या 5 प्राप्त होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। **[2]**

अथवा

A द्वारा लक्ष्य पर निशाना लगाने की प्रायिकता $\frac{1}{3}$ और B द्वारा निशाना लगाने की प्रायिकता $\frac{2}{5}$ है। यदि दोनों, स्वतंत्र रूप से, लक्ष्य पर निशाना साधते हैं, तो लक्ष्य पर निशाना लगने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

SECTION-A

Question No. 1 to 6 carries 2 marks each.

1. If the distance of the point (1, 1, 1) from the plane $x-y+z+\lambda=0$ is $\frac{5}{\sqrt{3}}$, find the value(s) of λ. **[2]**

2. Write the projection of the vector $(\vec{b}+\vec{c})$ on the vector $\vec{a}$, where $\vec{a}=2\hat{i}-2\hat{j}+\hat{k}, \vec{b}=\hat{i}+2\hat{j}-2\hat{k}$ and $\vec{c}=2\hat{i}-\hat{j}+4\hat{k}$. **[2]**

3. Find the general solution of the differential equation : $\frac{dy}{dx}=\frac{3e^{2x}+3e^{4x}}{e^{x}+e^{-x}}$ **[2]**

4. Two cards are drawn successively with replacement from a well shuffled pack of 52 cards. Find the probability distribution of the number of spade cards. **[2]**

5. Find: $\int \frac{dx}{x^{2}-6x+13}$ **[2]**

6. A pair of dice is thrown and the sum of the numbers appearing on the dice is observed to be 7. Find the probability that the number 5 has appeared on atleast one die. **[2]**

OR

The probability that A hits the target is $\frac{1}{3}$ and the probability that B hits it, is $\frac{2}{5}$. If both try to hit the target independently, find the probability that the target is hit.

खण्ड-ख

प्रश्न संख्या 7 से 10 तक प्रत्येक प्रश्न के 3 अंक हैं।

7. मान ज्ञात कीजिए : $\int_0^{2\pi} \frac{dx}{1+e^{\sin x}}$ **[3]**

8. अवकल समीकरण $x\frac{dy}{dx} - y = x^2.e^x$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, $y(1) = 0$ दिया गया है। **[3]**

अथवा

अवकल समीकरण $x\frac{dy}{dx} = y(\log y - \log x + 1)$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

9. एक समांतर चतुर्भुज की संलग्न भुजाएँ सदिश $2\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$ और $\hat{i} - 2\hat{j} - 3\hat{k}$ द्वारा निरूपित हैं। इसके एक विकर्ण के समांतर मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए। समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल भी ज्ञात किजिए। **[3]**

अथवा

यदि $\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}, \vec{b} = -\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ तथा $\vec{c} = 3\hat{i} + \hat{j}$ ऐसे सदिश हैं कि सदिश $(\vec{a} + \lambda\vec{b})$, सदिश $\vec{c}$ के लंबवत् है, तो λ का मान ज्ञात कीजिए। **[3]**

10. दर्शाइए कि निम्न रेखाएँ सहतलीय हैं : **[3]**

$\frac{1-x}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z}{-1}$ और $\frac{x-4}{3} = \frac{2y-2}{-4} = z - 1$

SECTION-B

Question No. 7 to 10 carries 3 marks each.

7. Evaluate $\int_0^{2\pi} \frac{dx}{1+e^{\sin x}}$ **[3]**

8. Find the particular solution of the differential equation $x\frac{dy}{dx} - y = x^2.e^x$, given $y(1) = 0$. **[3]**

OR

Find the general solution of the differential equation $x\frac{dy}{dx} = y(\log y - \log x + 1)$.

9. The two adjacent sides of a parallelogram are represented by vectors $2\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$ and $\hat{i} - 2\hat{j} - 3\hat{k}$ Find the unit vector parallel to one of its diagonals. Also, find the area of the parallelogram. **[3]**

OR

If $\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}, \vec{b} = -\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{c} = 3\hat{i} + \hat{j}$ are such that the vector $(\vec{a} + \lambda\vec{b})$, is perpendicular to vector $\vec{c}$, then find the value of λ. **[3]**

10. Show that the lines : **[3]**

$\frac{1-x}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z}{-1}$ and $\frac{x-4}{3} = \frac{2y-2}{-4} = z - 1$ are coplanar.

खण्ड-ग

प्रश्न संख्या 11 से 14 तक प्रत्येक प्रश्न के 4 अंक हैं।

11. समाकलन के प्रयोग से, वक्र $4x^2 = y$ और रेखा $y = 8x + 12$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। **[4]**

12. ज्ञात कीजिए : $\int \frac{x^2}{(x^2+1)(3x^2+4)}dx$ **[4]**

अथवा

मान ज्ञात कीजिए : $\int_{-2}^{1} \sqrt{5-4x-x^2}\,dx$

13. समाकलन के प्रयोग से वक्रो $y^2 = x, x = \frac{1}{4}, y = 0$ और $x = 1$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। **[4]**

प्रकरण अध्ययन आधारित प्रश्नः

14. एक दुकानदार तीन प्रकार के फूल – बीज A1, A2, A3 बेचता है। वह इन बीजों को एक मिश्रण के रूप में बेचता है जिसमें इन तीन प्रकारों के बीज क्रमशः 4 : 4 : 2 के अनुपात में मिश्रित हैं। इन तीनों बीजों की अंकुरण–दर क्रमशः 45%, 60% और 35% हैं।

उपरोक्त पर आधारित होकर, निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(a) यादृच्छया चुने एक बीज के अकुंरित होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। **[2]**

(b) यदि यह दिया गया है कि एक यादृच्छया चुना बीज अंकुरित होता है, तो इस बीज का प्रकार A2 होने की प्रायिकता ज्ञात किजिए। **[2]**

SECTION-C

Question No. 11 to 14 carries 4 marks each.

11. Find the area of the region bounded by curve $4x^2 = y$ and the line $y = 8x + 12$, using integration. **[4]**

12. Find : $\int \frac{x^2}{(x^2+1)(3x^2+4)} dx$ **[4]**

OR

Evaluate : $\int_{-2}^{1} \sqrt{5-4x-x^2}\, dx$

13. Find the distance of the point $(1, -2, 9)$ from the point of intersection of the line $\vec{r} = 4\hat{i}+2\hat{j}+7\hat{k}+\lambda(3\hat{i}+4\hat{j}+2\hat{k})$ and the plane $\vec{r}.(\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}) = 10$. **[4]**

Case Study Problem :

14. A shopkeeper sells three types of flower seeds A1, A2, A3. They are sold in the form of a mixture, where the proportions of these seeds are 4 : 4 : 2 respectively. The germination rates of the three types of seeds are 45%, 60% and 35% respectively.

Based on the above information

(a) Calculate the probability that a randomly chosen seed will germinate; **[2]**

(b) Calculate the probability that the seed is of type A2, given that a randomly chosen seed germinates. **[2]**