

**CLASS XII - CBSE**

**गणित**  
**MATHEMATICS**

**सामान्य निर्देश :**

- इस प्रश्न पत्र में तीन खण्ड A, B तथा C है। प्रत्येक खण्ड करना अनिवार्य है।
- खण्ड-A में 6 लघुउत्तरीय प्रश्न (SA1) है, प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है।
- खण्ड-B में 4 लघुउत्तरीय प्रश्न (SA2) है, प्रत्येक प्रश्न 3 अंक का है।
- खण्ड-C में 4 दीर्घउत्तरीय प्रश्न (LA) है, प्रत्येक प्रश्न 4 अंक का है।
- कुछ प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिये गये है।
- प्रश्न 14 केस स्टडी समस्या पर आधारित है। जिसके दो उप भाग है, प्रत्येक 2 अंक का है।

**General Instructions :**

- This question paper contains **three sections – A, B and C.** Each part is compulsory.
- **Section – A** has **6 short answer type (SA1) questions** of **2 marks** each.
- **Section – B** has **4 short answer type (SA2) questions** of **3 marks** each.
- **Section – C** has **4 long answer type questions (LA)** of **4 marks** each.
- There is an **internal choice** in some of the questions.
- **Q.14** is a **case-based problem** having 2 sub parts of 2 marks each.

**खण्ड-A / SECTION – A**

1. नीचे दी गई समीकरण का अध्ययन करे।

$$\frac{d}{dx} f(x) = x^2 - \frac{1}{x^2} \text{ तथा } f(1) = \frac{1}{3}$$

$f(x)$  ज्ञात कीजिए। अपने पदों में व्यक्त कीजिए।

अथवा

$$\int \frac{\log x}{(1 + \log x)^2} dx \text{ ज्ञात कीजिए। अपने पदों में व्यक्त कीजिए।}$$

Study the equation given below

$$\frac{d}{dx} f(x) = x^2 - \frac{1}{x^2} \text{ and } f(1) = \frac{1}{3}$$

Find  $f(x)$ . Show your steps

[2]

OR

Evaluate :  $\int \frac{\log x}{(1 + \log x)^2} dx$

2. नीचे अवकल समीकरण दर्शायी गई हैं।

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)^{3/2} = \frac{d^2y}{dx^2} + \log\left(\frac{dy}{dx}\right)$$

दी गई अवकल समीकरण की कोटि व घात ज्ञात कीजिए। कारण सहित उत्तर दीजिए।

Shown below is a differential equation

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)^{3/2} = \frac{d^2y}{dx^2} + \log\left(\frac{dy}{dx}\right).$$

Find the order and the degree of the given differential equation. Give reasons to support your answer [2]

3. नीचे दो सदिश उनके घटक रूप में दर्शाये गये हैं।

$$\vec{a} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$$

$$\vec{b} = -\hat{i} - 2\hat{k}$$

यदि  $\vec{a}$  तथा  $\vec{b}$  एक समान्तर चतुर्भुज की दो आसन्न भुजाएं हैं, इसके विकर्णों के मध्य कोण ज्ञात कीजिए। अपने कार्य को प्रदर्शित कीजिए और उचित कारण दीजिए।

Shown below are two vectors in their component forms

$$\vec{a} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$$

$$\vec{b} = -\hat{i} - 2\hat{k}$$

If  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$  are the adjacent sides of a parallelogram, Find the angle between its diagonals. Show your work and give valid reasons. [2]

4. एक सदिश  $\vec{r}$  जिसकी लम्बाई 21 तथा दिक् अनुपात 2, -3, 6 है। सदिश  $\vec{r}$  की दिक् कोज्याएँ तथा घटक ज्ञात कीजिए। दिया गया है कि  $\vec{r}$ , x-अक्ष के साथ न्यून कोण बनाता है। अपने कार्य को प्रदर्शित कीजिए और उचित कारण दीजिए।

A vector  $\vec{r}$  has length 21 and direction ratios 2, -3, 6. Find the direction cosines and components of  $\vec{r}$ , given that  $\vec{r}$  makes an acute angle with x-axis. Show your work and give valid reason. [2]

5. दो अभिन्न पासे एक साथ उछाले जाते हैं। पहले पासे के लिए  $P(6) = \frac{1}{2}$ ; अन्य स्कोर समसम्भाव्य हैं, जबकि दूसरे

पासे के लिए  $P(1) = \frac{2}{5}$  तथा अन्य स्कोर समसम्भाव्य हैं। संख्या एक के आने की प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए। अपने पदों में व्यक्त कीजिए।

Two biased dice are thrown together. For the first dice,  $P(6) = \frac{1}{2}$ ; the other scores being equally likely

while for the second die,  $P(1) = \frac{2}{5}$  and the other scores are equally likely. Find the probability distribution

of 'the number of one's seen'. Show your steps [2]

6. एक थैले में 4 सफेद तथा 3 लाल गेंदे हैं। माना X, थैले में से एक के बाद एक बिना प्रतिस्थापन के दो लाल गेंदों के यादृच्छया निकालने को निरूपित करता है। X का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए। अपने पदों में व्यक्त कीजिए।

A bag contains 4 white and 3 red balls. Let X denotes the number of red balls in a random drawn of 2 balls from the bag one by one without replacement. Find the probability distribution of X. Show your steps [2]

## खण्ड-B / SECTION - B

7. ज्ञात कीजिए  $\int \frac{(x^3-1)}{(x^3+x)} dx$ . अपने पदों में व्यक्त कीजिए।

Evaluate  $\int \frac{(x^3-1)}{(x^3+x)} dx$ . Show your steps [3]

8. बिन्दु  $\left(1, \frac{\pi}{4}\right)$  से गुजरने वाले वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए यदि वक्र के किसी भी बिन्दु  $P(x, y)$  पर स्पर्शज्या की

ढाल  $\frac{y}{x} - \cos^2 \frac{y}{x}$  हो। अपने पदों में व्यक्त कीजिए। [3]

अथवा

हल कीजिए :  $x \frac{dy}{dx} = y(\log y - \log x + 1)$ . अपने पदों में व्यक्त कीजिए।

Find the equation of a curve passing through  $\left(1, \frac{\pi}{4}\right)$  if the slope of the tangent to the curve at any point  $P$

$(x, y)$  is  $\frac{y}{x} - \cos^2 \frac{y}{x}$ . Show your steps [3]

OR

Solve :  $x \frac{dy}{dx} = y(\log y - \log x + 1)$ . Show your steps

9.  $\vec{a}$  तथा  $\vec{b}$  दो सदिश इस प्रकार हैं कि  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$ ,  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \vec{c}$  तथा  $\vec{a} \neq \vec{0}$ ; तब सिद्ध कीजिए कि  $\vec{b} = \vec{c}$ . अपने पदों में व्यक्त कीजिए।

$\vec{a}$  and  $\vec{b}$  are two vectors such that  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$ ,  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \vec{c}$  and  $\vec{a} \neq \vec{0}$ ; then prove that  $\vec{b} = \vec{c}$ . Show your steps. [3]

10. माना कि तीन सदिश  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  तथा  $\vec{c}$  इस प्रकार हैं कि  $|\vec{a}|=3, |\vec{b}|=4, |\vec{c}|=5$  तथा इनमें से प्रत्येक, अन्य दो सदिश के योगफल पर लम्बवत् है तो  $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|$  ज्ञात कीजिए। अपने पदों में व्यक्त कीजिए।

अथवा

सिद्ध कीजिए कि रेखाएँ  $\vec{r} = (\hat{i} - \hat{j}) + \lambda(2\hat{i} + \hat{k})$  तथा  $\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j}) + \mu(\hat{i} + \hat{j} - \hat{k})$  प्रतिच्छेद नहीं करती हैं। अपने पदों में व्यक्त कीजिए।

Let  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  and  $\vec{c}$  be three vectors such that  $|\vec{a}|=3, |\vec{b}|=4, |\vec{c}|=5$  and each one of them being perpendicular to the sum of the other two, find  $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|$ . Show your steps. [3]

OR

Show that the lines  $\vec{r} = (\hat{i} - \hat{j}) + \lambda(2\hat{i} + \hat{k})$  and  $\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j}) + \mu(\hat{i} + \hat{j} - \hat{k})$  do not intersect. Show your steps.

## खण्ड-C / SECTION - C

11. सिद्ध कीजिए :  $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 x}{(1 + \sin x \cdot \cos x)} dx = \frac{\pi}{3\sqrt{3}}$ . अपने पदों में व्यक्त कीजिए।

Prove that :  $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 x}{(1 + \sin x \cdot \cos x)} dx = \frac{\pi}{3\sqrt{3}}$ . Show your steps [4]

12. समाकलन द्वारा, वक्र  $y = 2x - x^2$  तथा  $x$ -अक्ष से परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। अपने पदों में व्यक्त कीजिए।

अथवा

समाकलन द्वारा, निम्न क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए

$\{(x, y) : |x - 1| \leq y \leq \sqrt{5 - x^2}\}$  अपने पदों में व्यक्त कीजिए।

Find by integration, the area of the region bounded by the curve  $y = 2x - x^2$  and the  $x$ -axis.. Show your steps [4]

OR

Using integration, find the area of the following region :

$\{(x, y) : |x - 1| \leq y \leq \sqrt{5 - x^2}\}$  [4]

13. एक सदिश  $\vec{n}$ , 8 इकाई परिमाण का  $x$ -अक्ष से  $45^\circ$ ,  $y$ -अक्ष से  $60^\circ$  तथा  $z$ -अक्ष के साथ न्यून कोण से झुका हुआ है। यदि समतल बिन्दु  $(\sqrt{2}, -1, 1)$  से गुजरता है तथा  $\vec{n}$  के अभिलम्ब हो, तो इसका सदिश रूप में समीकरण ज्ञात कीजिए। अपने पदों में व्यक्त कीजिए।

A vector  $\vec{n}$  of magnitude 8 units is inclined to  $x$ -axis at  $45^\circ$ ,  $y$ -axis at  $60^\circ$  and an acute angle with  $z$ -axis. If a plane passes through a point  $(\sqrt{2}, -1, 1)$  and is normal to  $\vec{n}$ , find its equation in vector form. Show your steps [4]

## CASE BASED / DATA BASED

14. माना  $d_1, d_2, d_3$  तीन परस्पर अपवर्जी बीमारीयाँ हैं, माना  $S = \{s_1, s_2, \dots, s_6\}$  देखने योग्य लक्षणों का समुच्चय है। उदाहरण के लिए  $s_1$  सॉस की कमी,  $s_2$  वजन में कमी,  $s_3$  थकान आदि। माना 10000 रोगियों से यादृच्छया लिए गए एक नमूने में 3200 रोगी बीमारी  $d_1$ , 3500 रोगी बीमारी  $d_2$  तथा 3300 रोगी बीमारी  $d_3$  से ग्रसित हो। 3100 मरीज बीमारी  $d_1$ , 3300 मरीज  $d_2$  तथा 3000 मरीज बीमारी  $d_3$  के लक्षण 'S' भी दिखाते हो। ज्ञात है कि मरीज लक्षण 'S' रखता है। डॉक्टर मरीज की बीमारी को निर्धारण करने की इच्छा रखता है।



उपरोक्त जानकारी के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- (i) प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि मरीज में 'S' लक्षण हो। [2]  
 (ii) प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि मरीज  $d_1$  बीमारी से ग्रसित हो, ज्ञात कीजिए कि वह लक्षण 'S' रखता है। [2]  
 अपने पदों में व्यक्त कीजिए।

Let  $d_1, d_2, d_3$  be three mutually exclusive diseases, Let  $S = \{s_1, s_2, \dots, s_6\}$  be the set of observable symptoms of these diseases. For example,  $s_1$  is shortness of breath,  $s_2$  is loss of weight,  $s_3$  is fatigue, etc. Suppose a random sample of 10000 patients contains 3200 patients with disease  $d_1$ , 3500 with disease  $d_2$  and 3300 with disease  $d_3$ . Also 3100 patients with disease  $d_1$ , 3300 with disease  $d_2$  and 3000 with disease  $d_3$  show the symptoms  $S$ . Knowing that the patient has symptoms  $S$ , the doctor wishes to determine the patient's illness.



**Based on the above information, answer the following questions :**

- (i) Find the probability that the patient shows the symptoms  $S$ . [2]
- (ii) Find the probability that the patient has disease  $d_1$  knowing that he/she has symptoms  $S$ . [2]

Show your steps

