

CLASS XII - CBSE

गणित
MATHEMATICS

सामान्य निर्देश :

- इस प्रश्न पत्र में तीन खण्ड A, B तथा C हैं। प्रत्येक खण्ड करना अनिवार्य है।
- खण्ड-A में 6 लघुउत्तरीय प्रश्न (SA1) हैं, प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है।
- खण्ड-B में 4 लघुउत्तरीय प्रश्न (SA2) हैं, प्रत्येक प्रश्न 3 अंक का है।
- खण्ड-C में 4 दीर्घउत्तरीय प्रश्न (LA) हैं, प्रत्येक प्रश्न 4 अंक का है।
- कुछ प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिये गये हैं।
- प्रश्न 14 केस स्टडी समस्या पर आधारित है। जिसके दो उप भाग हैं, प्रत्येक 2 अंक का है।

General Instructions :

- This question paper contains **three sections – A, B and C**. Each part is compulsory.
- **Section – A** has **6 short answer type (SA1) questions** of **2 marks** each.
- **Section – B** has **4 short answer type (SA2) questions** of **3 marks** each.
- **Section – C** has **4 long answer type questions (LA)** of **4 marks** each.
- There is an **internal choice** in some of the questions.
- **Q.14** is a **case-based problem** having 2 sub parts of **2 marks** each.

खण्ड-A / SECTION – A

1. नीचे दी गई समीकरण का अध्ययन करें।

$$\int f(t)dt = \frac{1}{2\sqrt{3}} \log \left| \frac{\sqrt{3} + \tan t}{\sqrt{3} - \tan t} \right|$$

$f(t)$ ज्ञात कीजिए। अपने पदों में व्यक्त कीजिए।

अथवा

$$\int \frac{dx}{1 + 3 \sin^2 x} \text{ ज्ञात कीजिए।}$$

Study the equation given below

$$\int f(t)dt = \frac{1}{2\sqrt{3}} \log \left| \frac{\sqrt{3} + \tan t}{\sqrt{3} - \tan t} \right|$$

Find $f(t)$. Show your steps

[2]

OR

Evaluate : $\int \frac{dx}{1 + 3 \sin^2 x}$

2. नीचे अवकल समीकरण दर्शायी गई हैं।

$$\frac{d^2y}{dx^2} - \sqrt{\frac{dy}{dx} - 3} = \sin\left(\frac{dy}{dx}\right)$$

दी गई अवकल समीकरण की कोटि व घात ज्ञात कीजिए। कारण सहित उत्तर दीजिए।

Shown below is a differential equation

$$\frac{d^2y}{dx^2} - \sqrt{\frac{dy}{dx} - 3} = \sin\left(\frac{dy}{dx}\right).$$

Find the order and the degree of the given differential equation. Give reasons to support your answer [2]

3. नीचे दो सदिश उनके घटक रूप में दर्शाए गये हैं।

$$\vec{u} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$$

$$\vec{v} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$$

यदि \vec{u} तथा \vec{v} के मध्य कोण θ हो तो $\sin \theta$ का मान ज्ञात कीजिए। अपने कार्य को प्रदर्शित कीजिए और उचित कारण दीजिए।

Shown below are two vectors in their component forms

$$\vec{u} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$$

$$\vec{v} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$$

If θ is angle between \vec{u} and \vec{v} , find $\sin \theta$. Show your work and give valid reasons. [2]

4. अंतरिक्ष में चार बिन्दु $A(1, 2, 3)$, $B(-2, 4, 5)$, $C(1, 5, p)$ तथा $D(-2, 6, 1)$ हैं। रेखा AB तथा CD लम्बवत् है तो p का मान ज्ञात कीजिए। अपने कार्य को प्रदर्शित कीजिए और उचित कारण दीजिए।

$A(1, 2, 3)$, $B(-2, 4, 5)$, $C(1, 5, p)$ and $D(-2, 6, 1)$ are four points in space. Lines AB and CD are perpendicular. Find the value of p . Show your work and give valid reason. [2]

5. अच्छी तरह से फेंटी गई 52 पत्तों की ताश की गड्डी में से दो पत्ते प्रतिस्थापन के साथ सफलता पूर्वक निकाले गये हैं इक्को की संख्या के लिए प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए। अपने पदों में व्यक्त कीजिए।

Two cards are drawn successively with replacement from a well-shuffled deck of 52 cards. Find the probability distribution of the number of aces. Show your steps [2]

6. तीन घटनाएँ A , B तथा C की प्रायिकताएँ क्रमशः $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{3}$ तथा $\frac{1}{2}$ है यदि $P(A \cap C) = \frac{1}{5}$ तथा $P(B \cap C) = \frac{1}{4}$; तब

$P\left(\frac{C}{B}\right)$ तथा $P(A' \cap C')$ का मान ज्ञात कीजिए। अपने पदों में व्यक्त कीजिए।

Three events A , B and C have probabilities $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{3}$ and $\frac{1}{2}$ respectively. If $P(A \cap C) = \frac{1}{5}$ and

$P(B \cap C) = \frac{1}{4}$; then find the values of $P\left(\frac{C}{B}\right)$ and $P(A' \cap C')$. Show your steps [2]

खण्ड-B / SECTION - B

7. माना $f(x) = \int \frac{x^2 dx}{(1+x^2)(1+\sqrt{1+x^2})}$ तथा $f(0) = 0$, तब $f(1)$ का मान ज्ञात कीजिए। अपने पदों में व्यक्त कीजिए।

Let $f(x) = \int \frac{x^2 dx}{(1+x^2)(1+\sqrt{1+x^2})}$ and $f(0) = 0$, then find the value of $f(1)$. Show your steps [3]

8. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \frac{x}{2y-x}$ को हल कीजिए। अपने पदों में व्यक्त कीजिए। [3]

OR

मूल बिन्दु से गुजरने वाली तथा समीकरण $(1+x^2)\frac{dy}{dx} + 2xy = 4x^2$ को संतुष्ट करने वाले वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए। अपने पदों में व्यक्त कीजिए।

Solve the differential equation: $\frac{dy}{dx} = \frac{x}{2y-x}$. Show your steps [3]

OR

Find the equation of the curve passing through the origin and satisfying the equation

$$(1 + x^2) \frac{dy}{dx} + 2xy = 4x^2. \text{ Show your steps}$$

9. \vec{r} तथा \vec{s} दो सदिश इस प्रकार हैं कि $|\vec{r}| = 2$ तथा $|\vec{s}| = 3$, यदि $|\vec{r} + \vec{s}| = \sqrt{19}$, ज्ञात कीजिए

(i) $(4\vec{r} - \vec{s}) \cdot (2\vec{r} + \vec{s})$ का मान

(ii) \vec{r} तथा \vec{s} के मध्य कोण

अपने पदों में व्यक्त कीजिए।

\vec{r} and \vec{s} are two vectors such that $|\vec{r}| = 2$ and $|\vec{s}| = 3$. If $|\vec{r} + \vec{s}| = \sqrt{19}$, find

(i) The value of $(4\vec{r} - \vec{s}) \cdot (2\vec{r} + \vec{s})$

(ii) The angle between \vec{r} and \vec{s} .

Show your steps. [3]

10. बिन्दुओं $(3,2,2)$ तथा $(1,0,-1)$ से गुजरने वाले समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो रेखा $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{3}$ के समान्तर हो। अपने पदों में व्यक्त कीजिए।

अथवा

रेखाएँ ℓ_1 तथा ℓ_2 के मध्य न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए। जिनकी सदिश समीकरण निम्न हैं :-

$$\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$$

तथा $\vec{r} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k} + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k})$. अपने पदों में व्यक्त कीजिए।

Find the equation of the plane passing through the points $(3,2,2)$ and $(1,0,-1)$ and parallel to the line

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{3}. \text{ Show your steps}$$

[3]

OR

Find the shortest distance between the lines ℓ_1 and ℓ_2 whose vector equations are :

$$\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$$

and $\vec{r} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k} + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k})$. Show your steps

खण्ड-C / SECTION - C

11. ज्ञात कीजिए $\int_0^\infty \log\left(x + \frac{1}{x}\right) \frac{dx}{1+x^2}$ अपने पदों में व्यक्त कीजिए।

Evaluate : $\int_0^\infty \log\left(x + \frac{1}{x}\right) \frac{dx}{1+x^2}$. Show your steps [4]

12. समाकलन का प्रयोग करते हुए वक्र $x^2 = 4y$ तथा रेखा $x = 4y - 2$ से परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

अपने पदों में व्यक्त कीजिए।

अथवा

समाकलन का प्रयोग करते हुए त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिसके शीर्ष $A(4, 1)$, $B(6, 6)$ तथा $C(8, 4)$ हैं।

अपने पदों में व्यक्त कीजिए।

Using the method of integration, find area bounded by the curve $x^2 = 4y$ and the straight line $x = 4y - 2$.

Show your steps

[4]

OR

Using the method of integration, find the area of the triangle ABC, coordinates of whose vertices are A(4, 1), B(6, 6) and C(8, 4). Show your steps

13. समतल का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दू (0, 7, -7) से गुजरता है तथा जिसमें रेखा

$$\vec{r} = (-\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}) + \lambda(-3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k})$$

निहित है। अपने पदों में व्यक्त कीजिए।

Find the vector equation of the plane passing through the point (0, 7, -7) and containing the line

$$\vec{r} = (-\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}) + \lambda(-3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}).$$

[4]

CASE BASED / DATA BASED

14. एक दुकानदार तीन प्रकार के फूलों के बीज A_1 , A_2 तथा A_3 बेचता है। उन्हें एक मिश्रण के रूप में बेचा जाता है जहाँ अनुपात क्रमशः 4 : 4 : 2 है। तीनों प्रकार के बीजों के अंकुरण की दर क्रमशः 45%, 60% तथा 35% है।

उपरोक्त जानकारी के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- यादृच्छिक रूप से चुने गए किसी बीज के अंकुरित होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
- प्रायिकता क्या होगी कि बीज टाईप A_2 का है, यह दिया गया है कि यादृच्छिक रूप से चुना गया बीज अंकुरित नहीं होता है।

अपने पदों में व्यक्त कीजिए।

A shopkeeper sells three types of flower seeds A_1 , A_2 and A_3 . They are sold as a mixture where the proportions are 4 : 4 : 2 respectively. The germination rate of three types of seeds are 45%, 60% and 35% respectively.

Based on the given information, answer the following questions :

- Find out the probability of any random chosen seed to germinate. [2]
- What will be the probability that the seed is of type A_2 , given that the randomly chosen seed does not germinate? Show your steps [2]