



CLASSROOM CONTACT PROGRAMME

(Academic Session : 2021 - 2022)

Board Pattern

SCORE-I

25-03-2022

JEE(MAIN + ADVANCED) : ENTHUSIAST COURSE

गणित

MATHEMATICS

Time Allowed : 2 Hours

Maximum Marks : 40

निर्धारित समय : 2 घण्टे

अधिकतम अंक : 40

सामान्य निर्देश :

- इस प्रश्न पत्र में तीन खण्ड A, B तथा C है। प्रत्येक खण्ड करना अनिवार्य है।
- खण्ड-A में 6 लघुउत्तरीय प्रश्न (SA1) हैं, प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है।
- खण्ड-B में 4 लघुउत्तरीय प्रश्न (SA2) हैं, प्रत्येक प्रश्न 3 अंक का है।
- खण्ड-C में 4 दीर्घउत्तरीय प्रश्न (LA) हैं, प्रत्येक प्रश्न 4 अंक का है।
- कुछ प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिये गये हैं।
- प्रश्न 14 केस स्टडी समस्या पर आधारित है। जिसके दो उप भाग हैं, प्रत्येक 2 अंक का है।

General Instructions :

- This question paper contains **three sections – A, B and C.** Each part is compulsory.
- **Section – A** has **6 short answer type (SA1) questions** of **2 marks** each.
- **Section – B** has **4 short answer type (SA2) questions** of **3 marks** each.
- **Section – C** has **4 long answer type questions (LA)** of **4 marks** each.
- There is an **internal choice** in some of the questions.
- **Q.14** is a **case-based problem** having 2 sub parts of **2 marks** each.

HAVE CONTROL → HAVE PATIENCE → HAVE CONFIDENCE ⇒ 100% SUCCESS

खण्ड-A / SECTION-A

1. $\int \sqrt{1 + \sin\left(\frac{x}{4}\right)} dx$ ज्ञात कीजिए। [2]

अथवा

$$\int \frac{dx}{\cos^3 x \sqrt{2 \sin 2x}}$$
 ज्ञात कीजिए।

Find $\int \sqrt{1 + \sin\left(\frac{x}{4}\right)} dx$. [2]

OR

Find $\int \frac{dx}{\cos^3 x \sqrt{2 \sin 2x}}$.

2. अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} = \left\{ y + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right\}^{1/4}$ की कोटि तथा घात का योगफल लिखिए। [2]

Write the sum of order and degree of differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} = \left\{ y + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right\}^{1/4}$. [2]

3. यदि \hat{x} या \hat{y} दो इकाई सदिश हो तथा π इनके मध्य कोण है तब $\frac{1}{2}|\hat{x} - \hat{y}|$ ज्ञात कीजिए। [2]

If \hat{x} and \hat{y} are two unit vectors and π is the angle between them, then find $\frac{1}{2}|\hat{x} - \hat{y}|$. [2]

4. एक रेखा प्रत्येक x तथा z-अक्ष के साथ समान कोण θ बनाती है। यदि कोण β , जो रेखा y-अक्ष के साथ इस प्रकार बनाती है कि $\sin^2 \beta = 3 \sin^2 \theta$, तब $\cos^2 \theta$ का मान ज्ञात कीजिए। [2]

A line makes the same angle θ , with each of the x and z-axes. If the angle β , which it makes with y-axis is such that $\sin^2 \beta = 3 \sin^2 \theta$, then find the value of $\cos^2 \theta$. [2]

5. एक यादृच्छिक चर X का प्रायिकता बंटन निम्न है : [2]

X	1	2	3	4	5	6	7	8
P(X)	0.15	0.23	0.12	0.10	0.20	0.08	0.07	0.05

घटनाओं $E = \{X \text{ एक अभाज्य संख्या}\}$ तथा $F = \{X < 4\}$ के लिए, $P(E \cup F)$ की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

A random variable X has the probability distribution : [2]

X	1	2	3	4	5	6	7	8
P(X)	0.15	0.23	0.12	0.10	0.20	0.08	0.07	0.05

For the events $E = \{X \text{ is prime number}\}$ and $F = \{X < 4\}$, find the probability of $P(E \cup F)$.

6. 8 लड़कों और 4 लड़कियों के समूह में से यादृच्छिक रूप से 4 छात्रों की एक समिति का चयन किया जाता है। यदि समिति में कम से कम एक लड़की है, तो समिति में ठीक 2 लड़कियों के होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। [2]

A committee of 4 students is selected at random from a group consisting 8 boys and 4 girls. If there is atleast one girl on the committee, then calculate the probability that there are exactly 2 girls on the committee. [2]

खण्ड-B / SECTION-B

7. $\int \frac{x^2 + 1}{(x^2 + 2)(2x^2 + 1)} dx$ ज्ञात कीजिए। [3]

Evaluate : $\int \frac{x^2 + 1}{(x^2 + 2)(2x^2 + 1)} dx$ [3]

8. यदि वक्र के लिए किसी बिन्दु (x, y) पर स्पर्श रेखा की प्रवणता जो बिन्दु $(1, \frac{\pi}{4})$ से गुजरता है, $\left\{ \frac{y}{x} - \sin^2 \left(\frac{y}{x} \right) \right\}$ है, तो वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए।

अथवा

यदि $y(t)$, अवकल समीकरण $(1 + t) \frac{dy}{dt} - ty = 1$ का हल है तथा $y(0) = -1$ हो, तो $y(1)$ का मान ज्ञात कीजिए। [3]

If the gradient of the tangent at any point (x, y) of a curve which passes through the point $(1, \frac{\pi}{4})$ is

$\left\{ \frac{y}{x} - \sin^2 \left(\frac{y}{x} \right) \right\}$, then find the equation of the curve.

OR

If $y(t)$ is a solution of $(1 + t) \frac{dy}{dt} - ty = 1$ and $y(0) = -1$, then find the value of $y(1)$. [3]

9. माना $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ तीन सदिश इस प्रकार है कि $\vec{a} \neq \vec{0}$ तथा $\vec{a} \times \vec{b} = 2\vec{a} \times \vec{c}$, $|\vec{a}| = |\vec{c}| = 1$, $|\vec{b}| = 4$ तथा $|\vec{b} \times \vec{c}| = \sqrt{15}$, यदि $\vec{b} - 2\vec{c} = \lambda\vec{a}$, तो λ का मान ज्ञात कीजिए। [3]

Let $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ be three vectors such that $\vec{a} \neq \vec{0}$ and $\vec{a} \times \vec{b} = 2\vec{a} \times \vec{c}$, $|\vec{a}| = |\vec{c}| = 1$, $|\vec{b}| = 4$ and $|\vec{b} \times \vec{c}| = \sqrt{15}$. If $\vec{b} - 2\vec{c} = \lambda\vec{a}$, then find the value of λ . [3]

10. एक समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो कि बिन्दुओं (3, 2, 2) तथा (1, 0, -1) से गुजरता है तथा रेखा $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{3}$ के समान्तर है। [3]

अथवा

रेखाएँ $\frac{x-3}{3} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z-3}{1}$ तथा $\frac{x+3}{-3} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-6}{4}$ के मध्य न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए।

Find the equation of the plane passing through the points (3, 2, 2) and (1, 0, -1) and parallel to the line $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{3}$. [3]

OR

Find the shortest distance between the lines $\frac{x-3}{3} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z-3}{1}$ and $\frac{x+3}{-3} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-6}{4}$.

खण्ड-C / SECTION-C

11. $\int_0^{\pi} \frac{x}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x} dx$ ज्ञात कीजिए। [4]

Evaluate : $\int_0^{\pi} \frac{x}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x} dx$ [4]

12. समाकलन के अनुप्रयोग से क्षेत्र $\{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1 \leq x + y\}$ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। [4]

अथवा

प्रथम चतुर्थांश में वक्रों $y = \sqrt{x}$, $2y + 3 = x$ तथा अक्षों से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Using integration, find the area of region $\{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1 \leq x + y\}$. [4]

OR

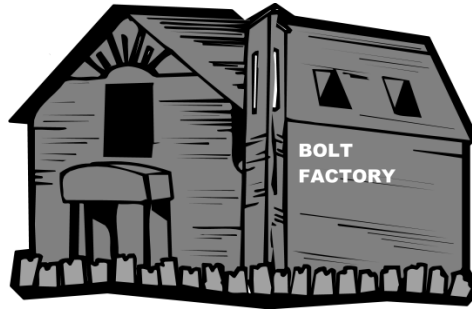
Find the area bounded by the curves $y = \sqrt{x}$, $2y + 3 = x$ and axes in the 1st quadrant.

13. उन समतलों का समीकरण ज्ञात कीजिए जो समतलो $3x - y - 4z = 0$ और $x + 3y + 6 = 0$ के प्रतिच्छेदन रेखा से गुजरता है तथा जिसकी मूल बिन्दु से दूरी '1' है। [4]

Find the equation of the planes passing through the line of intersection of the planes $3x - y - 4z = 0$ and $x + 3y + 6 = 0$ whose distance from the origin is 1. [4]

CASE BASED/DATA BASED

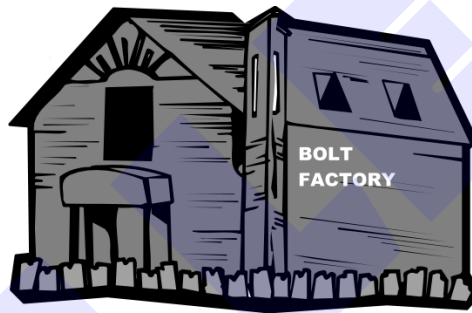
14. एक बोल्ट कारखाने में, A, B तथा C मशीने कुल बोल्टो का क्रमशः 25%, 35% तथा 40% निर्माण करती है। इनके उत्पादन का क्रमशः 5%, 4% तथा 2% क्रमशः त्रुटियुक्त है।



उपरोक्त जानकारी के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- (i) यदि निकाला गया बोल्ट त्रुटियुक्त हो तो प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि वह 'C' द्वारा उत्पादित ना हो ? [2]
- (ii) माना A, B, C के द्वारा उत्पादित बोल्ट की घटनाएँ क्रमशः E_1, E_2, E_3 है तथा निकाला गया त्रुटियुक्त बोल्ट कि घटना F हो तो $\sum_{i=1}^3 P(E_i / F)$ का मान बताइए ? [2]

In a bolt factory, machines A, B and C manufacture respectively 25%, 35% and 40% of the total bolts. Of their output 5%, 4% and 2% are respectively defective bolts.



On the basis of above information answer the following :

- (i) If drawn bolt is defective, then the probability that it is not manufactured by C is ? [2]
- (ii) Let E_1, E_2, E_3 be the events that bolt is manufactured by A, B, C respectively and F be the event that drawn bolt is defective, then the value of $\sum_{i=1}^3 P(E_i / F)$ is ? [2]