

GRAVITATION

1. m और $2m$ द्रव्यमानों के दो तारे जिनके बीच की दूरी d है, मुक्त आकाश में अपने उभयनिष्ठ संहति केन्द्र के परितः घूर्णन कर रहे हैं। इनके परिभ्रमण का काल होगा:

(1) $\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{d^3}{3Gm}}$

(2) $2\pi \sqrt{\frac{d^3}{3Gm}}$

(3) $\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3Gm}{d^3}}$

(4) $2\pi \sqrt{\frac{3Gm}{d^3}}$

2. 1kg के समान द्रव्यमान वाले चार सर्वसम कण अपने पारस्परिक गुरुत्वीय आकर्षण बल के अधीन 1 m त्रिज्या के वक्त की परिधि के अनुदिश गति कर रहे हैं। प्रत्येक कण की चाल होगी:

(1) $\sqrt{\frac{G}{2}(1+2\sqrt{2})}$

(2) $\sqrt{G(1+2\sqrt{2})}$

(3) $\sqrt{\frac{G}{2}(2\sqrt{2}-1)}$

(4) $\sqrt{\frac{(1+2\sqrt{2})G}{2}}$

3. उन दो उपग्रहों S_1 और S_2 पर विचार कीजिए, जिनके परिक्रमण काल क्रमशः 1 hr. और 8hr है और किसी ग्रह की वत्ताकार कक्षाओं में परिक्रमा कर रहे हैं। उपग्रह S_1 के कोणीय वेग और उपग्रह S_2 के कोणीय वेग का अनुपात होगा:

(1) $8 : 1$ (2) $1 : 4$ (3) $2 : 1$ (4) $1 : 8$

4. कमानीतार तुला से मापने पर किसी पिण्ड का उत्तरी ध्रुव पर भार 49 N है। यदि इस पिण्ड को विषुवत् वक्त पर ले जाकर इसकी तुला से तोलें, तो इसका मापित भार क्या होगा?

$$g = \frac{GM}{R^2} = 9.8 \text{ ms}^{-2} \text{ तथा पथ्वी की त्रिज्या}$$

 $R = 6400\text{ km}$ लीजिए]

(1) 49 N (2) 48.83 N
(3) 49.83 N (4) 49.17 N

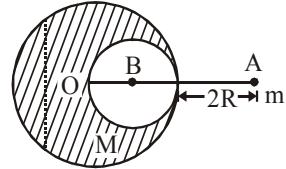
5. दो उपग्रह A और B जिनके द्रव्यमान क्रमशः 200kg और 400kg है, पथ्वी की परिक्रमा क्रमशः 600 km और 1600 km की ऊँचाई पर कर रहे हैं। यदि A और B के आवर्तकाल क्रमशः T_A और T_B हैं, तो $T_B - T_A$ का मान होगा:



[दिया है, पथ्वी की त्रिज्या = 6400km , पथ्वी का द्रव्यमान = $6 \times 10^{24}\text{ kg}$]

(1) $1.33 \times 10^3\text{ s}$ (2) $3.33 \times 10^2\text{ s}$
(3) $4.24 \times 10^3\text{ s}$ (4) $4.24 \times 10^2\text{ s}$

6. R त्रिज्या का एक ठोस गोला उसके केन्द्र से $3R$ दूरी पर स्थित किसी कण को गुरुत्वीय आकर्षण द्वारा किसी बल F_1 से आकर्षित करता है। अब इस गोले में, आरेख में दर्शाए अनुसार, त्रिज्या $\left(\frac{R}{2}\right)$ की कोई गोलीय गुहिका बनायी जाती है जिससे कि आकर्षण बल F_2 हो जाता है। $F_1 : F_2$ का मान होगा:



(1) $25 : 36$ (2) $36 : 25$
(3) $50 : 41$ (4) $41 : 50$

7. नीचे दो कथन दिए गए हैं। एक अभिकथन A है और दूसरा कारण R है।

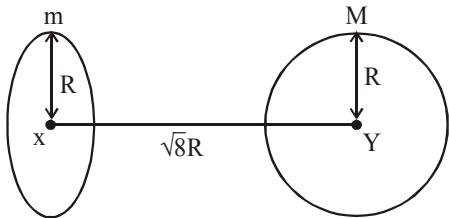
अभिकथन A : दो ग्रहों A और B के पलायन वेग समान हैं परन्तु A और B के द्रव्यमान समान नहीं है। कारण R : इनके द्रव्यमान और त्रिज्याओं का गुणनफल समान होना चाहिए। $M_1R_1 = M_2R_2$ उपरोक्त कथनों के संदर्भ में नीचे दिए गए विकल्पों में से सही उत्तर को चुनिए :-

- (1) A और R दोनों सही हैं तथा R अभिकथन A की सही व्याख्या नहीं है।
(2) A सही है परन्तु R सही नहीं है।
(3) A और R दोनों सही हैं तथा R अभिकथन A की सही व्याख्या है।
(4) A सही नहीं है परन्तु R सही है।

8. किसी पिण्ड को पथ्वी की सतह से $10R$ ऊँचाई तक उर्ध्वाधर ऊपर प्रक्षेपित करने के लिए आवश्यक आरम्भिक वेग v_i को पलायन वेग v_e के पदों में

$$v_i = \sqrt{\frac{x}{y}} \times v_e$$
 द्वारा वर्णित होता है। यहाँ R पथ्वी की त्रिज्या है। x का मान _____ होगा।

9. आरेख में दर्शाए अनुसार एक दूसरे से $\sqrt{8}R$ दूरी पर स्थित त्रिज्या 'R' और द्रव्यमान m के रिंग और त्रिज्या R और द्रव्यमान M के गोले के बीच गुरुत्वीय आकर्षण बल होगा (रिंग का तल केन्द्रों को मिलाने वाली रेखा के लम्बवत् है) :



- (1) $\frac{\sqrt{8}}{9} \cdot \frac{GmM}{R}$ (2) $\frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{GMm}{R^2}$
 (3) $\frac{1}{3\sqrt{8}} \cdot \frac{GMm}{R^2}$ (4) $\frac{\sqrt{8}}{27} \cdot \frac{GmM}{R^2}$

10. मान लीजिए पथ्वी के केन्द्र से लम्बवत् दूरी ($R/2$) (R —पथ्वी की त्रिज्या) पर, किसी जीवा के अनुदिश, पथ्वी में कोई सुरंग खोदी गयी है। इस सुरंग की दीवारें घर्षण हीन हैं। यदि इस सुरंग में किसी कण को मुक्त रूप से छोड़ा जाए, तो यह सरल आवर्त गति करता है जिसका आवर्तकाल है :

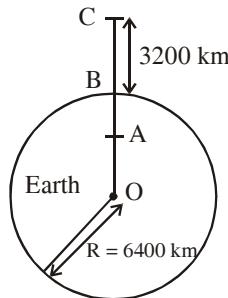
- (1) $\frac{2\pi R}{g}$ (2) $\frac{g}{2\pi R}$
 (3) $\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{R}}$ (4) $2\pi \sqrt{\frac{R}{g}}$

11. दीर्घवत्तीय कक्षा में परिभ्रमण करते किसी ग्रह के/की/का :
- (A) परिभ्रमण वेग नियत रहता है।
 (B) सूर्य के समीपस्थ वेग निम्नतम होता है।
 (C) क्षेत्रीय वेग इसके वेग के अनुक्रमानुपाती होता है।
 (D) क्षेत्रीय वेग इसके वेग के व्युक्रमानुपाती होता है।
 (E) प्रक्षेप-पथ इस प्रकार होता है कि क्षेत्रीय वेग नियत रहता है।

नीचे दिए गए विकल्पों में से सही उत्तर चुनिए :

- (1) केवल A (2) केवल D
 (3) केवल C (4) केवल E

12. दिए गए पथ्वी के आरेख में बिन्दु A और बिन्दु C पर गुरुत्वीय त्वरण का मान समान है, परन्तु गुरुत्वीय त्वरण का यह मान बिन्दु B (पथ्वी के पछ) पर गुरुत्वीय त्वरण के मान से कम है। OA : AB का मान x : y होगा। x का मान है।



13. किसी धूमकेतु की सूर्य से अधिकतम और न्यूनतम दूरियाँ क्रमशः $1.6 \times 10^{12} \text{ m}$ और $8.0 \times 10^{10} \text{ m}$ हैं। यदि धूमकेतु की निकटतम बिन्दु पर चाल $6 \times 10^4 \text{ ms}^{-1}$ हो, तो दूरस्थ बिन्दु पर इसकी चाल होगी :
- (1) $1.5 \times 10^3 \text{ m/s}$ (2) $6.0 \times 10^3 \text{ m/s}$
 (3) $3.0 \times 10^3 \text{ m/s}$ (4) $4.5 \times 10^3 \text{ m/s}$

14. यदि पथ्वी को पूर्णतः तोड़ने के लिए कोई उसका सभी द्रव्यमान हटाना चाहता है, तो इसके लिए आपूर्ति की जाने वाली आवश्यक ऊर्जा की मात्रा होगी $\frac{x GM^2}{5R}$, जहाँ x _____ है।

(निकटतम पूर्णांक तक पूर्णांकित)
 (यहाँ M पथ्वी का द्रव्यमान, R पथ्वी की त्रिज्या तथा G गुरुत्वीय नियतांक है)

15. कोई भूस्थैतिक उपग्रह किसी स्वेच्छ ग्रह 'P' के पछ से $11R$ की ऊँचाई, यहाँ R ग्रह P की त्रिज्या है, पर कक्षा में ग्रह P की परिक्रमा कर रहा है। ग्रह P के पछ से $2R$ की ऊँचाई पर, कक्षा में ग्रह P की परिक्रमा करने वाले, किसी अन्य उपग्रह का घन्टों में आवर्तकाल होगा _____ P का आवर्तकाल 24 घंटे है।

- (1) $6\sqrt{2}$ (2) $\frac{6}{\sqrt{2}}$ (3) 3 (4) 5

16. किसी उपग्रह का त्रिज्या R की वर्तीय कक्षा में आवर्तकाल T है। किसी अन्य उपग्रह का त्रिज्या $9R$ की वर्तीय कक्षा में आवर्तकाल होगा :

- (1) $9T$ (2) $27T$
 (3) $12T$ (4) $3T$

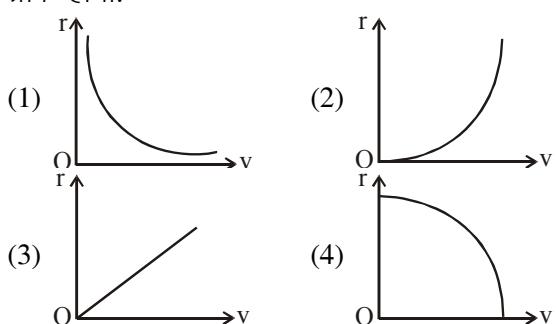
17. यदि पथ्वी के चक्रण के कोणीय वेग को इस प्रकार बढ़ाया जाए कि विषुवत वर्त पर रखी वस्तुएँ तैरना प्रारम्भ कर दें, तो दिन का अंतराल लगभग हो जायेगा : ($g = 10 \text{ ms}^{-2}$, पथ्वी की त्रिज्या, $R = 6400 \times 10^3 \text{ m}$, $\pi = 3.14$ लीजिए)

- (1) 60 मिनट (2) परिवर्तित नहीं होगा
 (3) 1200 मिनट (4) 84 मिनट

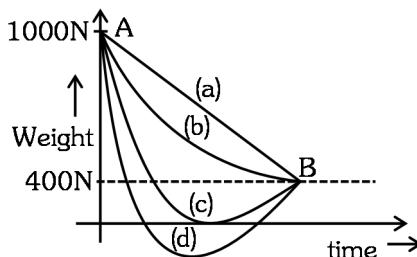
18. सूर्य के चारों ओर दीर्घवत्तीय कक्षा में गमन करते द्रव्यमान M के किसी ग्रह का कोणीय संवेग L है। इस ग्रह के क्षेत्रीय वेग का परिमाण होगा:

$$\begin{array}{ll} (1) \frac{4L}{M} & (2) \frac{L}{M} \\ (3) \frac{2L}{M} & (4) \frac{L}{2M} \end{array}$$

19. द्रव्यमान 'm' का कोई कण वत्तीय कक्षा में, केन्द्रीय विभव क्षेत्र $U(r) = \frac{-C}{r}$ के अधीन गति करता है। यहाँ C एक धनात्मक स्थिरांक है। इस कण की गति के लिए त्रिज्या-वेग का सही ग्राफ होगा:



20. 100 kg द्रव्यमान का कोई व्यक्ति अंतरिक्षयान द्वारा पथ्यी से मंगल की यात्रा करता है। आकाश के सभी पिण्डों की उपेक्षा कीजिए और पथ्यी और मंगल के पष्ठों पर गुरुत्वायी त्वरण के मान क्रमशः 10 m/s^2 और 4 m/s^2 लीजिए। नीचे दिए गए आरेख से उस वक्र को पहचानिए जो समय के फलन के रूप में यात्री के भार के लिए सबसे अधिक उपयुक्त हो :



21. किसी उपग्रह का प्रमोचन पथ्यी के चारों ओर त्रिज्या R की वत्तीय कक्षा में किया गया है जबकि किसी दूसरे उपग्रह का प्रमोचन त्रिज्या $1.02 R$ की वत्तीय कक्षा में किया गया है। इन दोनों उपग्रहों के आर्वत्कालों में अन्तर की प्रतिशतता होगी:

$$(1) 1.5 \quad (2) 2.0 \quad (3) 0.7 \quad (4) 3.0$$

22. क्रमशः r_A और r_B त्रिज्याओं की वत्तीय कक्षाओं में परिक्रमा कर रहे द्रव्यमान m_A और m_B के तारे A और तारे B के किसी युग्मतारा निकाय पर विचार कीजिए। यदि तारे A और तारे B के आर्वत्काल क्रमशः T_A और T_B हैं, तो:

$$\begin{array}{ll} (1) \frac{T_A}{T_B} = \left(\frac{r_A}{r_B} \right)^{\frac{3}{2}} & (2) T_A = T_B \\ (3) T_A > T_B \text{ (यदि } m_A > m_B) & \\ (4) T_A > T_B \text{ (यदि } r_A > r_B) & \end{array}$$

23. किसी पिण्ड को पथ्यी के पष्ठ से ऊर्ध्वाधर उपरिमुखी उस वेग से फेंका गया है जो उसे अनन्त तक ले जाने के लिए पर्याप्त है। ऊँचाई h तक पहुँचने में इस पिण्ड द्वारा लिया गया समय सेकण्डों में होगा –

$$\begin{array}{l} (1) \sqrt{\frac{R_e}{2g}} \left[\left(1 + \frac{h}{R_e} \right)^{3/2} - 1 \right] \\ (2) \sqrt{\frac{2R_e}{g}} \left[\left(1 + \frac{h}{R_e} \right)^{3/2} - 1 \right] \\ (3) \frac{1}{3} \sqrt{\frac{R_e}{2g}} \left[\left(1 + \frac{h}{R_e} \right)^{3/2} - 1 \right] \\ (4) \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2R_e}{g}} \left[\left(1 + \frac{h}{R_e} \right)^{3/2} - 1 \right] \end{array}$$

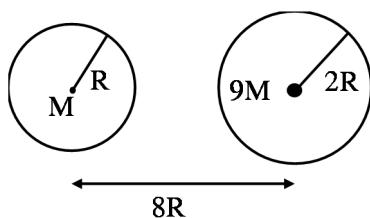
24. सूर्य की परिक्रमा करते किसी ग्रह की निम्नतम और अधिकतम दूरियाँ क्रमशः x_1 और x_2 हैं। यदि इस ग्रह की अपने प्रक्षेप पथ पर निम्नतम चाल v_0 है, तो अधिकतम चाल होगी :

$$(1) \frac{v_0 x_1^2}{x_2^2} \quad (2) \frac{v_0 x_2^2}{x_1^2} \quad (3) \frac{v_0 x_1}{x_2} \quad (4) \frac{v_0 x_2}{x_1}$$

25. किसी सौर मण्डल में ऐसे ग्रह पर विचार कीजिए जिसका द्रव्यमान पथ्यी के द्रव्यमान का दो गुना और घनत्व पथ्यी के औसत घनत्व के समान है। यदि किसी पिण्ड का पथ्यी पर भार W है, तो उसी पिण्ड का उस ग्रह पर भार होगा :

$$(1) 2W \quad (2) W \quad (3) 2^{\frac{1}{3}}W \quad (4) \sqrt{2}W$$

26. दो ग्रह (गोले का आकार) जिसकी त्रिज्याएँ क्रमशः R और $2R$ तथा द्रव्यमान M और $9M$ हैं और एक दूसरे के केन्द्र से जिनकी दूरी $8R$ (जैसा कि चित्र में दिखाया गया है) है। एक उपग्रह को जिसका द्रव्यमान ' m' है 'M' द्रव्यमान वाले ग्रह के पष्ठ से दूसरे ग्रह के केन्द्र की ओर प्रक्षेपित किया जाता है। दूसरे ग्रह के पष्ठ तक पहुँचने के लिए, उपग्रह के लिए आवश्यक न्यूनतम चाल ' v ' का मान $\sqrt{\frac{a}{7} \frac{GM}{R}}$ है यहाँ 'a' का मान _____ होगा।
[दिया है : दोनों ग्रह अपने स्थान पर स्थिर हैं]

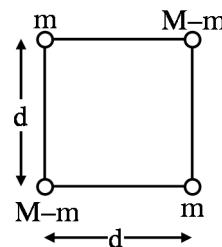


27. प्रत्येक 1 kg द्रव्यमान के दो सर्वसम कण अपने किसी अन्योन्य गुरुत्वीय आर्कण के अधीन त्रिज्या R के बत्त के चारों ओर गतिमान हैं। प्रत्येक कण की कोणीय चाल है :
- (1) $\sqrt{\frac{G}{2R^3}}$ (2) $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{G}{R^3}}$
 (3) $\frac{1}{2R}\sqrt{\frac{1}{G}}$ (4) $\sqrt{\frac{2G}{R^3}}$

28. मंगल तारे के दो उपग्रह (चन्द्रमा) हैं। यदि इनमें से एक का आवर्तकाल 7 घन्टे 30 मिनट है और कक्षा की त्रिज्या $9.0 \times 10^3 \text{ km}$ है। तो मंगल का द्रव्यमान है : $\left\{ \frac{4\pi^2}{G} = 6 \times 10^{11} \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ kg}^2 \right\}$
 (1) $5.96 \times 10^{19} \text{ kg}$ (2) $3.25 \times 10^{21} \text{ kg}$
 (3) $7.02 \times 10^{25} \text{ kg}$ (4) $6.00 \times 10^{23} \text{ kg}$

29. एकसमान गोलीय कोश के अन्दर :
- (a) गुरुत्वीय क्षेत्र शून्य होता है।
 (b) गुरुत्वीय विभव शून्य होता है।
 (c) गुरुत्वीय क्षेत्र प्रत्येक स्थान पर समान होता है।
 (d) गुरुत्वीय विभव प्रत्येक स्थान पर समान होता है।
 (e) उपर्युक्त सभी
 नीचे दिए गये विकल्पों में से सही उत्तर चुनिए :
 (1) केवल (a), (c) तथा (d)
 (2) केवल (e)
 (3) केवल (a), (b) तथा (c)
 (4) केवल (b), (c) तथा (d)

30. एक $(2M)$ द्रव्यमान की वस्तु चार द्रव्यमानों $\{m, M - m, m, M - m\}$ में टूटती है, तो चित्रानुसार एक वर्ग के रूप में व्यवस्थित किए जाते हैं। $\frac{M}{m}$ का अनुपात, जिसके लिए निकाय की गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा अधिकतम हो जाती है $x : 1$ होता है। x का मान _____ है।



31. 100 किग्रा द्रव्यमान तथा 50 मी त्रिज्या के एकसमान गोलीय कोश के केन्द्र पर 50 किग्रा द्रव्यमान रखा है। केन्द्र से 25 मी दूरी के बिन्दु पर गुरुत्वीय विभव V किग्रा/मी है। V का मान है :
- (1) -60 G (2) $+2\text{ G}$
 (3) -20 G (4) -4 G

32. पथ्वी तथा चन्द्रमा के द्रव्यमान तथा त्रिज्याएँ क्रमशः (M_1, R_1) और (M_2, R_2) हैं। उनके केन्द्र 'r' दूरी पर है। दोनों द्रव्यमानों के मध्य से 'm' द्रव्यमान को प्रक्षेपित करने के लिए न्यूनतम पलायन वेग ज्ञात कीजिए :

$$(1) V = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{4G(M_1 + M_2)}{r}}$$

$$(2) V = \sqrt{\frac{4G(M_1 + M_2)}{r}}$$

$$(3) V = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2G(M_1 + M_2)}{r}}$$

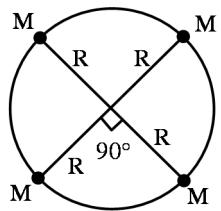
$$(4) V = \frac{\sqrt{2G}(M_1 + M_2)}{r}$$

33. यदि R_E पथ्वी की त्रिज्या है तो पथ्वी सतह से गहराई 'r' तथा ऊचाई 'r' पर गुरुत्व के कारण त्वरण के बीच अनुपात होता है : (जहाँ : $r < R_E$)

$$(1) 1 - \frac{r}{R_E} - \frac{r^2}{R_E^2} - \frac{r^3}{R_E^3} \quad (2) 1 + \frac{r}{R_E} + \frac{r^2}{R_E^2} + \frac{r^3}{R_E^3}$$

$$(3) 1 + \frac{r}{R_E} - \frac{r^2}{R_E^2} + \frac{r^3}{R_E^3} \quad (4) 1 + \frac{r}{R_E} - \frac{r^2}{R_E^2} - \frac{r^3}{R_E^3}$$

34. प्रत्येक M द्रव्यमान के चार कण, एक R त्रिज्या के वर्त पर पारस्परिक गुरुत्वाय आकर्षण के अन्तर्गत गति करते हैं जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है। प्रत्येक कण की चाल है :



- (1) $\frac{1}{2} \sqrt{\frac{GM}{R(2\sqrt{2} + 1)}}$ (2) $\frac{1}{2} \sqrt{\frac{GM}{R}(2\sqrt{2} + 1)}$
- (3) $\frac{1}{2} \sqrt{\frac{GM}{R}(2\sqrt{2} - 1)}$ (4) $\sqrt{\frac{GM}{R}}$

SOLUTION**1. Official Ans. by NTA (2)**

Sol.

$$F = \frac{G(2m)m}{d^2} = (2m)\omega^2(d/3)$$

$$\frac{Gm}{d^2} = \omega^2 \frac{d}{3}$$

$$\Rightarrow \omega^2 = \frac{3Gm}{d^3} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{3Gm}{d^3}}$$

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{d^3}{3Gm}}$$

2. Official Ans. by NTA (4)

Sol.

$$F_1 = \frac{Gmm}{(2R)^2} = \frac{Gm^2}{4R^2}$$

$$F_2 = \frac{Gmm}{(\sqrt{2}R)^2} = \frac{Gm^2}{2R^2}$$

$$F_3 = \frac{Gmm}{(\sqrt{2}R)^2} = \frac{Gm^2}{2R^2}$$

$$\Rightarrow F_{\text{net}} = F_1 + F_2 \cos 45^\circ + F_3 \cos 45^\circ$$

$$= \frac{Gm^2}{4R^2} + \frac{Gm^2}{2R^2} \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{Gm^2}{2R^2} \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{Gm^2}{R^2} \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{2\sqrt{2}} \right)$$

$$= \frac{Gm^2}{R^2} \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = \frac{Gm^2}{4R^2} (1+2\sqrt{2})$$

$$F_{\text{net}} = \frac{Gm^2}{4R^2} (1+2\sqrt{2}) = \frac{mv^2}{R}$$

$$\Rightarrow v = \frac{\sqrt{G(1+2\sqrt{2})}}{2}$$

3. Official Ans. by NTA (1)

Sol.

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{2\pi/\omega_1}{2\pi/\omega_2} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{8}{1}$$

4. Official Ans. by NTA (2)

Sol. Weight of pole = $mg = 49 \text{ N}$
At equator due to rotation = $g_e = g - R\omega^2$
so $W = mg_e = m(g - R\omega^2)$
 $\therefore W_p > W_e \quad W_p = 49 \text{ N}$
So, $W_e = 48.83 \text{ N.} \quad W_e < 49 \text{ N}$
Option (2) is correct.

5. Official Ans. by NTA (1)

Sol. $T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}}$

$$T_A = 2\pi \sqrt{\frac{(6400+600) \times 10^3}{GM}}$$

$$T_A = 2\pi \times 10^9 \sqrt{\frac{7^3}{GM}}$$

$$T_B = 2\pi \times 10^9 \sqrt{\frac{8^3}{GM}}$$

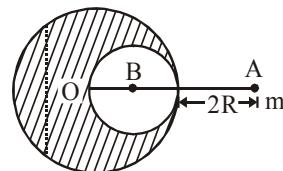
$$T_B - T_A = \frac{2\pi 10^9}{\sqrt{GM}} [8\sqrt{8} - 7\sqrt{7}]$$

$$= 314 \times 4.107 = 1289.64 = 1.289 \times 10^3 \text{ s}$$

6. Official Ans. by NTA (3)

Sol. Let initial mass of sphere is m' . Hence mass of removed portion will be $m'/8$

$$F_1 = m.E. = \frac{m.Gm'}{9R^2}$$



$$F_2 = m \left[\frac{G.m'}{(3R)^2} - \frac{G.m'/8}{(5R/2)^2} \right]$$

$$= \frac{Gm'}{9R^2} - \frac{Gm' \times 4}{8 \times 25} = \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{50} \right) \frac{Gm'}{R^2}$$

$$F_2 = \frac{41}{50 \times 9} \cdot \frac{Gm'}{R^2}$$

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{1}{9} \times \frac{50 \times 9}{41} = \frac{50}{41}$$

7. Official Ans. by NTA (2)

Sol. $V_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$

$$\frac{M_1}{R_1} = \frac{M_2}{R_2}$$

$$M_1 R_2 = M_2 R_1$$

Hence reason R is not correct.

8. Official Ans. by NTA (10)

$$\text{Sol. } \frac{-GMm}{11R} = \frac{-GMm}{R} + \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = \sqrt{\frac{20GM}{11R}}$$

9. Official Ans. by NTA (4)

Sol. Gravitational field of ring

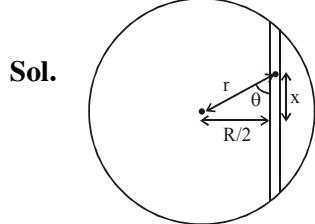
$$= -\frac{Gmx}{(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

Force between sphere & ring

$$= \frac{GmM(\sqrt{8}R)}{(R^2 + 8R^2)^{3/2}} = \frac{GmM}{R^2} \times \frac{\sqrt{8}}{27}$$

Ans. (4)

10. Official Ans. by NTA (4)



Force along the tunnel

$$F = -\left(\frac{GMmr}{R^3}\right) \cos\theta$$

$$F = -\frac{gm}{R}x \left(\frac{GM}{R^2} = g, r \cos\theta = x\right)$$

$$a = -\frac{g}{R}x$$

$$\omega^2 = \frac{g}{R} \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$$

Ans. (4)

11. Official Ans. by NTA (4)

Sol. As per Keppler's 2nd law, Areal velocity is constant.

12. Official Ans. by NTA (4)

$$\text{Sol. } g_A = \frac{GM(r)}{R^3}$$

$$g_C = \frac{GM}{\left(R + \frac{R}{2}\right)^2}$$

$$g_A = g_C$$

$$\frac{r}{R^3} = \frac{1}{\frac{9}{4}R^2} \Rightarrow r = \frac{4R}{9}$$

$$\text{so } OA = \frac{4R}{9}; AB = R - r = \frac{5R}{9}$$

$$OA : AB = 4 : 5$$

13. Official Ans. by NTA (3)

Sol. By angular momentum conservation :
 $mv_1r_1 = mv_2r_2$

$$v_1 = \frac{48 \times 10^{14}}{1.6 \times 10^{12}} = 3000 \text{ m/sec}$$

$$= 3 \times 10^3 \text{ m/sec.}$$

14. Official Ans. by NTA (3)

Sol. Ans. (3)

$$\text{Energy given} = U_f - U_i$$

$$= 0 - \left(-\frac{3}{5} \frac{GM^2}{R}\right)$$

$$= \frac{3}{5} \frac{GM^2}{R} \quad x = 3$$

15. Official Ans. by NTA (3)

Sol. (3) $T \propto R^{3/2}$

$$\frac{24}{T} = \left(\frac{12R}{3R}\right)^{3/2} \Rightarrow T = 3\text{hr}$$

16. Official Ans. by NTA (2)

Sol. $T^2 \propto R^3$

$$\left(\frac{T'}{T}\right)^2 = \left(\frac{9R}{R}\right)^3$$

$$T'^2 = T^2 \times 9^3$$

$$T' = T \times 3^3$$

$$T' = 27 T$$

17. Official Ans. by NTA (4)

Sol. For objects to float

$$mg = mo\omega^2 R$$

$$\omega = \text{angular velocity of earth.}$$

$$R = \text{Radius of earth}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{R}} \quad \dots (1)$$

$$\text{Duration of day} = T$$

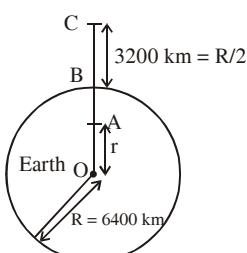
$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \dots (2)$$

$$\Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$$

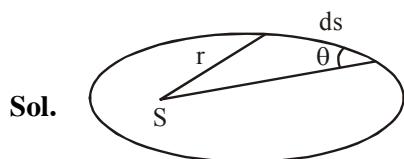
$$= 2\pi\sqrt{\frac{6400 \times 10^3}{10}}$$

$$\Rightarrow \frac{T}{60} = 83.775 \text{ minutes}$$

$$\approx 84 \text{ minutes}$$

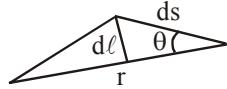


18. Official Ans. by NTA (4)



Sol.

For small displacement ds of the planet its area can be written as



$$dA = \frac{1}{2}rd\ell$$

$$= \frac{1}{2}rds\sin\theta$$

$$A.\text{vel} = \frac{dA}{dt} = \frac{1}{2}r\sin\theta \frac{ds}{dt} = \frac{Vr\sin\theta}{2}$$

$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} \frac{mVr\sin\theta}{m} = \frac{L}{2m}$$

19. Official Ans. by NTA (1)

$$\text{Sol. } U = -\frac{C}{r}$$

$$F = -\frac{dU}{dr} = -\frac{C}{r^2}$$

$$|F| = \frac{mv^2}{r}$$

$$\frac{C}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

$$v^2 \propto \frac{1}{r}$$

20. Official Ans. by NTA (1)

Sol. At neutral point $g = 0$ so graph (C) is correct
Hence option (1).

21. Official Ans. by NTA (4)

$$\text{Sol. } T^2 \propto R^3$$

$$T = kR^{3/2}$$

$$\frac{dT}{T} = \frac{3}{2} \frac{dR}{R} = \frac{3}{2} \times 0.02 = 0.03$$

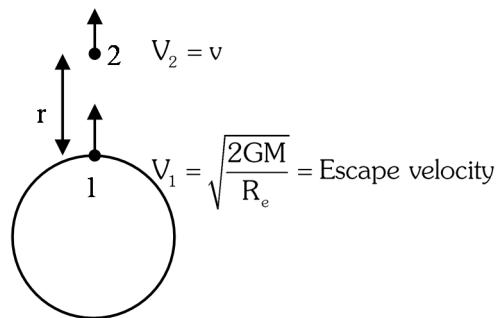
% Change = 3%

22. Official Ans. by NTA (2)

$$\text{Sol. } T_A = T_B \text{ (since } \omega_A = \omega_B \text{)}$$

23. Official Ans. by NTA (4)

Sol.



Applying energy conservation from (1) to (2)

$$\frac{1}{2}m\left(\frac{2GM}{R_e}\right) - \frac{GMm}{R_e} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{R+r}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = \frac{GMm}{R+r}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2GM}{R+r}} = \frac{dr}{dt}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2GM} \int_0^t dt = \int_{R_e}^{R_e+h} (\sqrt{R+r}) dr$$

$$\sqrt{2GM} \cdot t = \frac{2}{3} \left[(R+r)^{3/2} \right]_{R_e}^{R_e+h}$$

$$t = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{R_e^3}{2GM}} \left[\left(1 + \frac{h}{R_e} \right)^{3/2} - 1 \right]$$

$$\frac{GM}{R_e^2} = g$$

$$t = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2R_e}{g}} \left[\left(1 + \frac{h}{R_e} \right)^{3/2} - 1 \right]$$

24. Official Ans. by NTA (4)

Sol. Angular momentum conservation equation

$$v_0 x_2 = v_1 x_1$$

$$v_1 = \frac{v_0 x_2}{x_1}$$

25. Official Ans. by NTA (3)

Sol. Density is same

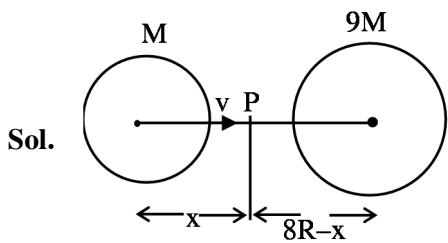
$$M = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho, 2m = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho$$

$$R' = 2^{1/3} R$$

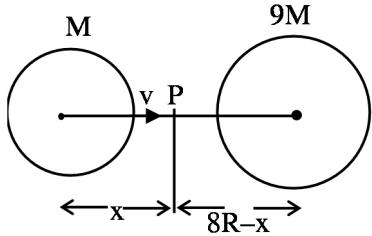
$$\omega = \frac{GMm}{R^2}; \omega_2 = \frac{G2Mm}{R'^2}$$

$$\omega_2 = 2^{1/3} \omega$$

26. Official Ans. by NTA (4)



Sol.



Acceleration due to gravity will be zero at P therefore,

$$\frac{GM}{x^2} = \frac{G9M}{(8R-x)^2}$$

$$8R - x = 3x$$

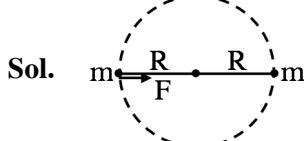
$$x = 2R$$

Apply conservation of energy and consider velocity at P is zero.

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{R} - \frac{G9Mm}{7R} = 0 - \frac{GMm}{2R} - \frac{G9Mm}{6R}$$

$$\therefore V = \sqrt{\frac{4}{7} \frac{GM}{R}}$$

27. Official Ans. by NTA (2)



Sol.

$$F = \frac{Gm^2}{(2R)^2} = mR\omega^2$$

$$\omega = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{G}{R^3}}$$

28. Official Ans. by NTA (4)

Sol. Option D is correct

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} r^3$$

$$M = \frac{4\pi^2 r^3}{G T^2}$$

by putting values

$$M = 6 \times 10^{23}$$

29. Official Ans. by NTA (1)

Sol. Inside a spherical shell, gravitational field is zero and hence potential remains same everywhere

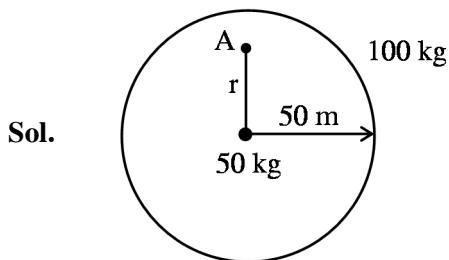
Hence option (1)

30. Official Ans. by NTA (2)

Sol. Energy is maximum when mass is split equally

$$\text{so } \frac{M}{m} = 2$$

31. Official Ans. by NTA (4)



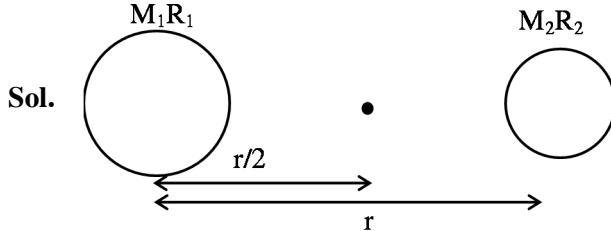
Sol.

$$V_A = \left[-\frac{GM_1}{r} - \frac{GM_2}{R} \right]$$

$$= \left[-\frac{50}{25} G - \frac{100}{50} G \right]$$

$$= -4G$$

32. Official Ans. by NTA (2)



Sol.

$$\frac{1}{2}mV^2 - \frac{GM_1m}{r/2} - \frac{GM_2m}{r/2} = 0$$

$$\frac{1}{2}mV^2 = \frac{2Gm}{r}(M_1 + M_2)$$

$$V = \sqrt{\frac{4G(M_1 + M_2)}{r}}$$

Option (2)

33. Official Ans. by NTA (4)

$$g_{\text{up}} = \frac{g}{\left(1 + \frac{r}{R}\right)^2}$$

$$g_{\text{down}} = g \left(1 - \frac{r}{R}\right)$$

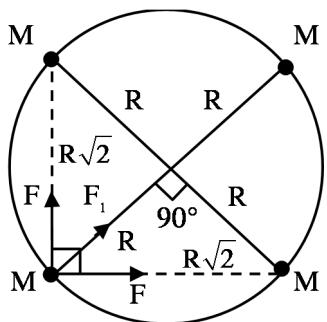
$$\frac{g_{\text{down}}}{g_{\text{up}}} = \left(1 - \frac{r}{R}\right) \left(1 + \frac{r}{R}\right)^2$$

$$= \left(1 - \frac{r}{R}\right) \left(1 + \frac{2r}{R} + \frac{r^2}{R^2}\right)$$

$$= 1 + \frac{r}{R} - \frac{r^2}{R^2} - \frac{r^3}{R^3}$$

34. Official Ans. by NTA (2)

Sol.



$$F_{\text{net}} = \frac{MV^2}{R}$$

$$\sqrt{2}F + F_1 = \frac{MV^2}{R}$$

$$\sqrt{2} \frac{GM}{(\sqrt{2}R)^2} + \frac{GM}{(2R)^2} = \frac{MV^2}{R}$$

$$\frac{GM}{R} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{4} \right) = V^2$$

$$\frac{GM}{R} \left(\frac{4 + \sqrt{2}}{4\sqrt{2}} \right) = V^2$$

$$V = \sqrt{\frac{GM(4 + \sqrt{2})}{R4\sqrt{2}}}$$

$$V = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{GM(2\sqrt{2} + 1)}{R}}$$

Option (2)