STRAIGHT LINE

1. एक त्रिभुज जिसके शीर्ष बिन्दु A(–2, 3), B(1, 9) तथा C(3, 8) हैं, पर विचार कीजिए। यदि एक रेखा L, जो त्रिभुज ABC के परिकेन्द्र से होकर जाती है रेखा BC को समद्विभाजित करती है तथा y-अक्ष को बिन्दु $\left(0,\frac{\alpha}{2}\right)$ पर काटती है, तो वास्तविक संख्या α का मान है ________ ।

2. माना रेखाओं के एक युग्म, $y = px$ तथा $y = qx$ का समीकरण $(y - px)(y - qx) = 0$, द्वारा लिखा जाता है, तो रेखाओं $x^2 - 4xy - 5y^2 = 0$ के बीच के कोणों को समद्विभाजित करती हुई रेखाओं का समीकरण है :

(1) $x^2 - 3xy + y^2 = 0$ (2) $x^2 + 4xy - y^2 = 0$

(3) $x^2 + 3xy - y^2 = 0$ (4) $x^2 - 3xy - y^2 = 0$

3. बिंदु (2,1) से चलकर प्रकाश की एक किरण y-अक्ष पर बिन्दु P पर परावर्तित होती है और तब बिंदु (5, 3) से होकर जाती है। यदि यह परावर्तित किरण $\frac{1}{3}$ उत्केन्द्रता के एक दीर्घवत्त की नियता है तथा इस नियता से पास की नाभि की दूरी $\frac{8}{\sqrt{53}}$, है, तो दूसरी नियता का समीकरण हो सकता है :

(1) $11x + 7y + 8 = 0$ अथवा $11x + 7y - 15 = 0$

(2) $11x - 7y - 8 = 0$ अथवा $11x + 7y + 15 = 0$

(3) $2x - 7y + 29 = 0$ अथवा $2x - 7y - 7 = 0$

(4) $2x - 7y - 39 = 0$ अथवा $2x - 7y - 7 = 0$

4. बिंदु P (a,b) में क्रम से निम्न तीन रूपांतरण होते है :

(a) रेखा $y = x$ के सापेक्ष परावर्तन (reflection)

(b) x-अक्ष की धनात्मक दिशा के अनुदिश 2 इकाई का स्थानांतरण (translation)

(c) मूलबिंदु के सापेक्ष वामावत दिशा में कोण $\frac{\pi}{4}$ का आवर्तन (rotation)

यदि P की अंतिम स्थिति के निर्देशांक $\left(-\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{7}{\sqrt{2}}\right)$, हैं, तो $2a + b$ का मान बराबर है :

(1) 13 (2) 9 (3) 5 (4) 7

5. एक समांतर चतुर्भुज की दो भुजाएँ रेखाओं $4x + 5y = 0$ तथा $7x + 2y = 0$ के अनुदिश हैं। यदि इस समांतर चतुर्भुज के एक विकर्ण का समीकरण $11x + 7y = 9$ है, तो दूसरा विकर्ण निम्न में से किस बिंदु से होकर जाता है?

(1) (1,2) (2) (2,2) (3) (2,1) (4) (1,3)

6. माना ABC एक त्रिभुज हैं जिसमें A(–3, 1) तथा $\angle ACB = \theta,\ 0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ है। यदि B से माध्यिका रेखा का समीकरण $2x + y - 3 = 0$ है तथा कोण C की समद्विभाजक रेखा का समीकरण $7x - 4y - 1 = 0$ है, तो $\tan\theta$ बराबर है :

(1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{3}{4}$ (3) $\frac{4}{3}$ (4) 2

7. माना A एक स्थिर बिंदु (0, 6) है तथा B एक चर बिंदु (2t, 0) है। माना AB का मध्य बिंदु M है तथा AB का लंबद्विभाजक y-अक्ष को बिंदु C पर मिलता है। तो MC के मध्य बिंदु P का बिंदुपथ है:

(1) $3x^2 - 2y - 6 = 0$ (2) $3x^2 + 2y - 6 = 0$

(3) $2x^2 + 3y - 9 = 0$ (4) $2x^2 - 3y + 9 = 0$

8. माना बिन्दुओं A(a, 0), B(b, 2b +1) तथा C(0, b), $b \neq 0$, $|b| \neq 1$ से बने त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल 1 वर्ग इकाई हैं, तो a के सभी संभव मानों का योग है :

(1) $\frac{-2b}{b+1}$ (2) $\frac{2b}{b+1}$ (3) $\frac{2b^2}{b+1}$ (4) $\frac{-2b^2}{b+1}$

9. यदि रेखाओं $x \operatorname{cosec} \alpha - y \sec \alpha = k\cot 2\alpha$ तथा $x \sin \alpha + y \cos\alpha = k \sin 2\alpha$ पर मूल बिन्दु से डाले गए लम्बों की लम्बाईयाँ क्रमशः p तथा q है, तो k^2 बराबर है :

(1) $4p^2 + q^2$ (2) $2p^2 + q^2$

(3) $p^2 + 2q^2$ (4) $p^2 + 4q^2$

10. माना A उन सभी बिंदुओं (α, β), जिनके लिए बिंदुओं (5, 6), (3, 2) तथा (α, β) द्वारा बनाए गए त्रिभुज का क्षेत्रफल 12 वर्ग इकाई है। तो मूल बिंदू को A में एक बिंदू से मिलाने वाले रेखाखण्ड की निम्नतम संभव लंबाई है :

(1) $\frac{4}{\sqrt{5}}$ (2) $\frac{16}{\sqrt{5}}$ (3) $\frac{8}{\sqrt{5}}$ (4) $\frac{12}{\sqrt{5}}$

11. माना रेखाओं $x - y + 1 = 0$, $x - 2y + 3 = 0$ तथा $2x - 5y + 11 = 0$ के प्रतिच्छेदन बिन्दु एक त्रिभुज ABC की भुजाओं के मध्य बिन्दु हैं। तब त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल है _______।

12. बिन्दु $\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ पर, रेखा $x+\sqrt{3}y=2\sqrt{3}$, निम्न में से किस वक्र को स्पर्श करती है ?

(1) $x^2 + y^2 = 7$ (2) $y^2 = \frac{1}{6\sqrt{3}}x$

(3) $2x^2 - 18y^2 = 9$ (4) $x^2 + 9y^2 = 9$

13. माना एक बिन्दु P इस प्रकार है कि इसकी बिन्दु (5, 0) से दूरी, बिन्दु (– 5, 0) से दूरी का तीन गुना है। यदि बिंदु P का बिन्दु पथ एक वत्त है जिसकी त्रिज्या r है, तो $4r^2$ बराबर है ________।

14. एक व्यक्ति एक सरल रेखा पर चल रहा है। इस रेखा द्वारा निर्देशांक अक्षों पर बनाये अंतः खण्डों के व्युत्क्रमों का समान्तर माध्य $\frac{1}{4}$ है। तीन पत्थर A, B तथा C क्रमशः बिन्दुओं (1,1), (2, 2) तथा (4, 4) पर रखे गये हैं। तो उनमें से कौन–सा/से पत्थर उस व्यक्ति के पथ पर है/हैं?

(1) केवल A (2) केवल C

(3) तीनों (4) केवल B

15. रेखा $x - y + 1 = 0$ में बिंदु (3, 5) का प्रतिबिंब निम्न में से किस पर स्थित है ?

(1) $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 12$

(2) $(x - 4)^2 + (y + 2)^2 = 16$

(3) $(x - 4)^2 + (y - 4)^2 = 8$

(4) $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 4$

16. तीन रेखाओं $x - y = 0$, $x + 2y = 3$ तथा $2x + y = 6$ का प्रतिच्छेदन :

(1) एक समकोण त्रिभुज है

(2) एक समबाहु त्रिभुज है

(3) एक समद्विबाहु त्रिभुज है

(4) इनमे से कोई नहीं है

17. माना तीन बिंदु A(–1, 1), B(3, 4) तथा C(2, 0) दिये गये हैं। एक रेखा $y = mx$, $m > 0$ रेखाओं AC तथा BC को क्रमशः बिन्दुओं P तथा Q पर काटती है। माना ΔABC तथा ΔPQC के क्षेत्रफल क्रमशः A_1 तथा A_2 हैं जिनके लिए $A_1 = 3A_2$ है, तो m का मान बराबर है :

(1) $\frac{4}{15}$ (2) 1 (3) 2 (4) 3

18. माना तीन रेखाखंडो OA,OB तथा OC (O मूलबिंदु है) की प्रवणताएँ क्रमशः $\tan\alpha$, $\tan\beta$ तथा $\tan\gamma$ $\left(\alpha, \beta, \gamma \neq \frac{(2n-1)\pi}{2}, n \in N\right)$ हैं। यदि ΔABC का परिकेन्द्र मूलबिंदु है तथा इसका लम्बकेन्द्र y-अक्ष पर है, तो $\left(\frac{\cos 3\alpha + \cos 3\beta + \cos 3\gamma}{\cos\alpha \cos\beta \cos\gamma}\right)^2$ का मान बराबर है____।

19. एक त्रिभुज PQR में, बिन्दुओं P तथा Q के निर्देशांक क्रमशः (–2, 4) तथा (4, –2) है। यदि PR के लम्ब समद्विभाजक का समीकरण $2x - y + 2 = 0$ है, तो ΔPQR के परिवत्त का केन्द्र है :

(1) (–1, 0) (2) (–2, –2)
(3) (0, 2) (4) (1, 4)

20. $z = 6xy + y^2$ का अधिकतम मान, जब कि $3x + 4y \leq 100$ तथा $4x + 3y \leq 75$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ हैं, है ________।

21. m के पूर्णांक मानों, जिनके लिए रेखाओं $3x + 4y = 9$ तथा $y = mx + 1$ के प्रतिच्छेदन बिंदु का भुज भी एक पूर्णांक है, की संख्या है :

(1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 0

22. बिंदु (1,3) से होकर जाने वाली तथा सरल रेखा $y + 1 = 3\sqrt{2}\,x$ से $\tan^{-1}\left(\sqrt{2}\right)$ का कोण बनाने वाली रेखाओं में से एक का समीकरण है :

(1) $4\sqrt{2}x + 5y - \left(15 + 4\sqrt{2}\right) = 0$

(2) $5\sqrt{2}x + 4y - \left(15 + 4\sqrt{2}\right) = 0$

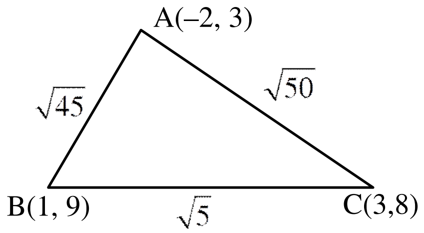
(3) $4\sqrt{2}x + 5y - 4\sqrt{2} = 0$

(4) $4\sqrt{2}x - 5y - \left(5 + 4\sqrt{2}\right) = 0$

23. माना एक समबाहु त्रिभुज ABC का केन्द्रक मूलबिंदु पर है। माना इस त्रिभुज की एक भुजा सरल रेखा $x + y = 3$ के अनुदिश है। यदि ΔABC के परिवत्त तथा अंतवत की त्रिज्याएँ क्रमशः R तथा r हैं, तो (R + r) बराबर है :

(1) $\frac{9}{\sqrt{2}}$ (2) $7\sqrt{2}$ (3) $2\sqrt{2}$ (4) $3\sqrt{2}$

SOLUTION

1. 

$(\sqrt{50})^2 = (\sqrt{45})^2 + (\sqrt{5})^2$

$\angle B = 90°$

Circum-center = $\left(\frac{1}{2},\frac{11}{2}\right)$

Mid point of BC = $\left(2,\frac{17}{2}\right)$

Line : $\left(y-\frac{11}{2}\right)=2\left(x-\frac{1}{2}\right) \Rightarrow y = 2x + \frac{9}{2}$

Passing though $\left(0,\frac{\alpha}{2}\right)$

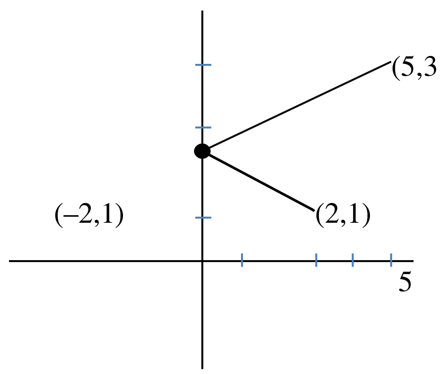
$\frac{\alpha}{2}=\frac{9}{2} \Rightarrow \alpha = 9$

2. $\frac{x^2-y^2}{1-(-5)}=\frac{xy}{-2}$

$\frac{x^2-y^2}{6}=\frac{xy}{-2}$

$\Rightarrow x^2 - y^2 = -3xy$

$\Rightarrow x^2 + 3xy - y^2 = 0$

3. 

Equation of reflected Ray

$y-1=\frac{2}{7}(x+2)$

$7y-7=2x+4$

$2x-7y+11=0$

Let the equation of other directrix is

$2x - 7y + \lambda$

Distance of directrix from Focub

$\frac{a}{e}-ae=\frac{8}{\sqrt{53}}$

$3a-\frac{a}{3}=\frac{8}{\sqrt{53}}$ or $a=\frac{3}{\sqrt{53}}$

Distance from other focus $\frac{a}{e}+ae$

$3a+\frac{a}{3}=\frac{10a}{3}=\frac{10}{3}\times\frac{3}{\sqrt{53}}=\frac{10}{\sqrt{53}}$

Distance between two directrix $=\frac{2a}{e}$

$=2\times3\times\frac{3}{\sqrt{53}}=\frac{18}{\sqrt{53}}$

$\left|\frac{\lambda-11}{\sqrt{53}}\right|=\frac{18}{\sqrt{53}}$

$\lambda - 11 = 18$ or -18

$\lambda = 29$ or -7

$2x - 7y - 7 = 0$ or $2x - 7y + 29 = 0$

4. Image of A(a,b) along y = x is B(b,a). Translating it 2 units it becomes C(b + 2, a).

Now, applying rotation theorem

$-\frac{1}{2}+\frac{7}{\sqrt{2}}i=((b+2)+ai)\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$

$\frac{-1}{\sqrt{2}}+\frac{7}{\sqrt{2}}i=\left(\frac{b+2}{\sqrt{2}}-\frac{a}{\sqrt{2}}\right)+i\left(\frac{b+2}{\sqrt{2}}+\frac{a}{\sqrt{2}}\right)$

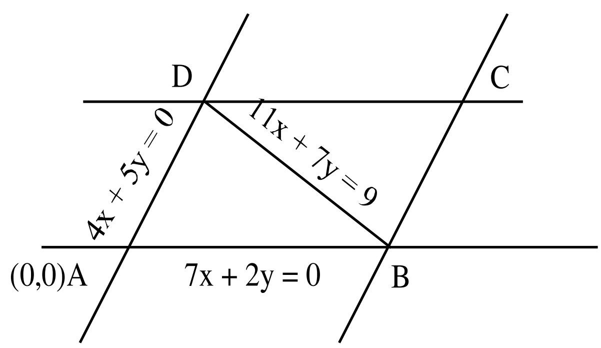
$\Rightarrow b - a + 2 = -1$ ....(i)

and $b + 2 + a = 7$ ....(ii)

$\Rightarrow a = 4; b = 1$

$\Rightarrow 2a + b = 9$

5. Both the lines pass through origin.



point D is equal of intersection of $4x + 5y = 0$ & $11x + 7y = 9$

So, coordinates of point $D=\left(\frac{5}{3},-\frac{4}{3}\right)$

Also, point B is point of intersection of 7x + 2y = 0 & 11x + 7y = 9

So, coordinates of point B = $\left(-\frac{2}{3},\frac{7}{3}\right)$

diagonals of parallelogram intersect at middle

let middle point of B,D

$$\Rightarrow \left(\frac{\frac{5}{3}-\frac{2}{3}}{2},\frac{\frac{-4}{3}+\frac{7}{3}}{2}\right)=\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$$

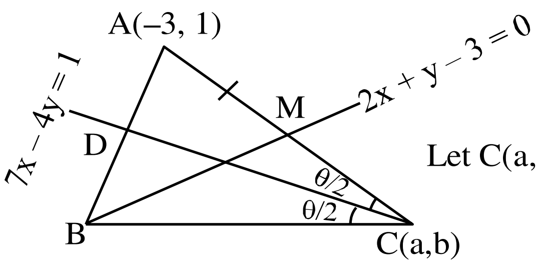
equation of diagonal AC

$$\Rightarrow (y-0)=\frac{\frac{1}{\alpha}-0}{\frac{1}{\alpha}-0}(\pi-0)$$

y = x

diagonal AC passes through (2, 2).

6.



Let C(a, b)

$\therefore$ $M\left(\frac{a-3}{2},\frac{b+1}{2}\right)$ lies on 2x + y – 3 = 0

$\Rightarrow$ 2a + b = 11 .... (i)

$\because$ C lies on 7x – 4y = 1

$\Rightarrow$ 7a – 4b = 1 ......(ii)

$\therefore$ by (i) and (ii) : a = 3, b = 5

$\Rightarrow$ C(3, 5)

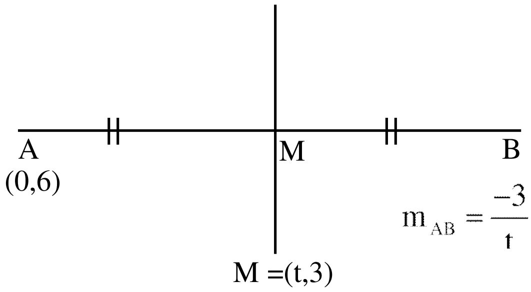
$\therefore$ $m_{AC} = 2/3$

Also, $m_{CD} = 7/4$

$$\Rightarrow \tan\frac{\theta}{2}=\left|\frac{\frac{2}{3}-\frac{4}{4}}{1+\frac{14}{12}}\right| \Rightarrow \tan\frac{\theta}{2}=\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \tan\theta=\frac{2.\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{4}}=\frac{4}{3}$$

7. A(0,6) and B(2t,0)



$m_{AB}=\frac{-3}{t}$

Perpendicular bisector of AB is

$$(y-3)=\frac{t}{3}(x-t)$$

So, $C=\left(0,3-\frac{t^2}{3}\right)$

Let P be (h,k)

$$h=\frac{t}{2};k=\left(3-\frac{t^2}{6}\right)$$

$$\Rightarrow k=3-\frac{4h^2}{6}\Rightarrow 2x^2+3y-9=0 \text{ option (3)}$$

8. $\left|\frac{1}{2}\begin{vmatrix}a & 0 & 1\\ b & 2b+1 & 1\\ 0 & b & 1\end{vmatrix}\right|=1$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix}a & 0 & 1\\ b & 2b+1 & 1\\ 0 & b & 1\end{vmatrix}=\pm 2$$

$\Rightarrow$ a (2b + 1 – b) – 0 + 1 (b^2 – 0) = ± 2

$$\Rightarrow a=\frac{\pm 2-b^2}{b+1}$$

$$\therefore\ a=\frac{2-b^2}{b+1} \text{ and } a=\frac{-2-b^2}{b+1}$$

sum of possible values of 'a' is

$$=\frac{-2b^2}{a+1} \text{ Ans.}$$

9. First line is $\frac{x}{\sin\alpha}-\frac{y}{\cos\alpha}=\frac{k\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha}$

$\Rightarrow x\cos\alpha - y\sin\alpha = \frac{k}{2}\cos 2\alpha$

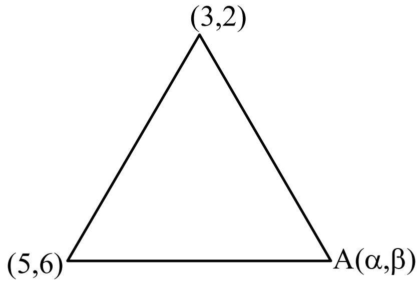
$\Rightarrow p=\left|\frac{k}{2}\cos\alpha\right| \Rightarrow 2p = |k\cos 2\alpha|$ …(i)

second line is $x\sin\alpha + y\cos\alpha = k\sin 2\alpha$

$\Rightarrow q = |k\sin 2\alpha|$ …(ii)

Hence $4p^2 + q^2 = k^2$ (From (i) & (ii))

10.



$$\left|\frac{1}{2}\begin{vmatrix}5 & 6 & 1\\3 & 2 & 1\\\alpha & \beta & 1\end{vmatrix}\right| = 12$$

$4\alpha - 2\beta = \pm 24 + 8$

$\Rightarrow 4\alpha - 2\beta = +24 + 8 \Rightarrow 2\alpha - \beta = 16$

$2x - y - 16 = 0$ ...(1)

$\Rightarrow 4\alpha - 2\beta = -24 + 8 \Rightarrow 2\alpha - \beta = -8$

$2x - y + 8 = 0$ ...(2)

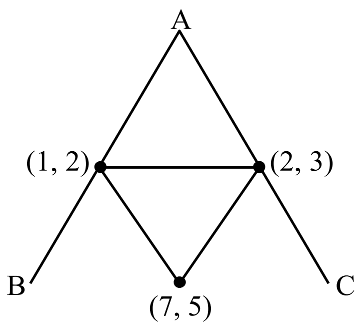
perpendicular distance of (1) from (0, 0)

$$\left|\frac{0-0-16}{\sqrt{5}}\right| = \frac{16}{\sqrt{5}}$$

perpendicular distance of (2) from (0, 0) is

$$\left|\frac{0-0+8}{\sqrt{5}}\right| = \frac{8}{\sqrt{5}}$$

11. intersection point of give lines are (1, 2), (7, 5), (2,3)



$$\Delta = \frac{1}{2}\begin{vmatrix}1 & 2 & 1\\7 & 5 & 1\\2 & 3 & 1\end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}[1(5-3) - 2(7-2) + 1(21-10)]$$

$$= \frac{1}{2}[2 - 10 + 11]$$

$$\Delta DEF = \frac{1}{2}(3) = \frac{3}{2}$$

$$\Delta ABC = 4\,\Delta DEF = 4\left(\frac{3}{2}\right) = 6$$

12. $m = -\frac{1}{\sqrt{3}}, c = 2$

(1) $c = a\sqrt{1+m^2}$

$c = \sqrt{7}\,\frac{2}{\sqrt{3}}$ (incorrect)

(2) $c = \frac{a}{m} = \frac{\frac{1}{24\sqrt{3}}}{\frac{-1}{\sqrt{3}}} = -\frac{1}{24}$ (incorrect)

(3) $c = \sqrt{a^2m^2 - b^2}$

$c = \sqrt{\frac{9}{2}\cdot\frac{1}{3} - \frac{1}{2}} = 1$ (incorrect)

(4) $c = \sqrt{a^2m^2 + b^2}$

$c = \sqrt{9\cdot\frac{1}{3} + 1} = 2$ (correct)

13. Let point is (h, k)

So, $\sqrt{(h-5)^2 + k^2} = 3\sqrt{(h+5)^2 + k^2}$

$8x^2 + 8y^2 + 100\,x + 200 = 0$

$x^2 + y^2 + \frac{25}{2}x + 25 = 0$

$r^2 = \frac{(25)^2}{4^2} - 25$

$4r^2 = \frac{25^2}{4} - 100$

$4r^2 = 156.25 - 100$

$4r^2 = 56.25$

After round of $4r^2 = 56$

14. Let the line be $y = mx + c$

x-intercept : $-\frac{c}{m}$

y-intercept : c

A.M of reciprocals of the intercepts :

$$\frac{-\frac{m}{c} + \frac{1}{c}}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow 2(1-m) = c$$

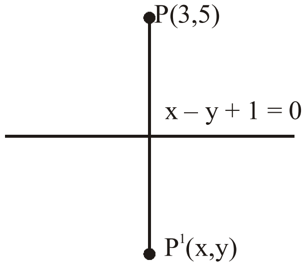
line : $y = mx + 2(1 - m) = c$

$\Rightarrow (y - 2) - m(x - 2) = 0$

$\Rightarrow$ line always passes through (2, 2)

Ans. 4

15.

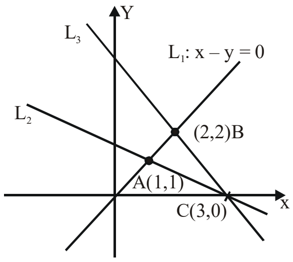


$$\frac{x-3}{1}=\frac{y-5}{-1}=-2\left(\frac{3-5+1}{1+1}\right)$$

So, $x = 4, y = 4$

Hence, $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 4$

16.



$L_1 : x - y = 0$

$L_2 : x + 2y = 3$

$L_3 : x + y = 6$

on solving L_1 and L_2 :

$y = L$ and $x = 1$

L_1 and L_3 :

$x = 2$

$y = 2$

L_2 and L_3 :

$x + y = 3$

$2x + y = 6$

$x = 3$

$y = 0$

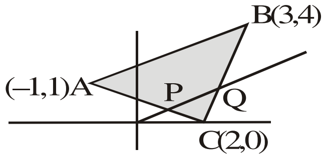
$$AC=\sqrt{4+1}=\sqrt{5}$$

$$BC=\sqrt{4+1}=\sqrt{5}$$

$$AB=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$$

so its an isosceles triangle

17.



$P \equiv (x_1, mx_1)$

$Q \equiv (x_2, mx_2)$

$$A_1=\frac{1}{2}\begin{vmatrix}3 & 4 & 1\\ 2 & 0 & 1\\ -1 & 1 & 1\end{vmatrix}=\frac{13}{2}$$

$$A_2=\frac{1}{2}\begin{vmatrix}x_1 & mx_1 & 1\\ x_2 & mx_2 & 1\\ 2 & 0 & 1\end{vmatrix}$$

$$A_2=\frac{1}{2}\left|2(mx_1-mx_2)\right|=m\left|x_1-x_2\right|$$

$$A_1=3A_2 \Rightarrow \frac{13}{2}=3m\left|x_1-x_2\right|$$

$$\Rightarrow \left|x_1-x_2\right|=\frac{16}{6m}$$

$AC : x + 3y = 2$

$BC : y = 4x - 8$

$$P : x + 3y = 2 \ \& \ y = mx \Rightarrow x_1=\frac{2}{1+3m}$$

$$Q : y = 4x - 8 \ \& \ y = mx \Rightarrow x_2=\frac{8}{4-m}$$

$$\left|x_1-x_2\right|=\left|\frac{2}{1+3m}-\frac{8}{4-m}\right|$$

$$=\left|\frac{-26m}{(1+3m)(4-m)}\right|=\frac{26m}{(3m+1)\,|m-4|}$$

$$=\frac{26m}{(3m+1)(4-m)}$$

$$\left|x_1-x_2\right|=\frac{13}{6m}$$

$$\frac{26m}{(3m+1)(4-m)}=\frac{13}{6m}$$

$\Rightarrow 12m^2 = -(3m + 1)(m - 4)$

$\Rightarrow 12m^2 = -(3m^2 - 11m - 4)$

$\Rightarrow 15m^2 - 11m - 4 = 0$

$\Rightarrow 15m^2 - 15m + 4m - 4 = 0$

$\Rightarrow (15m + 4)(m - 1) = 0$

$\Rightarrow m = 1$

18. Since orthocentre and circumcentre both lies on y-axis

$\Rightarrow$ Centroid also lies on y-axis

$\Rightarrow \Sigma\cos\alpha = 0$

$\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma = 0$

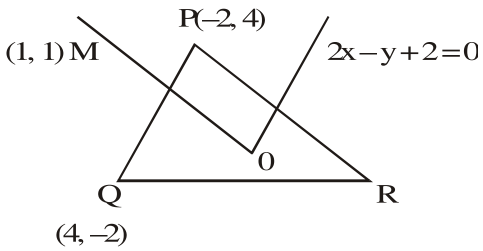
$\Rightarrow \cos^3\alpha + \cos^3\beta + \cos^3\gamma = 3\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma$

$\therefore \dfrac{\cos 3\alpha + \cos 3\beta + \cos 3\gamma}{\cos\alpha\cos\beta\;\cos\gamma}$

$= \dfrac{4(\cos^3\alpha + \cos^3\beta + \cos^3\gamma) - 3(\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma)}{\cos\alpha\cos\beta\;\cos\gamma}$

$= 12$

19.



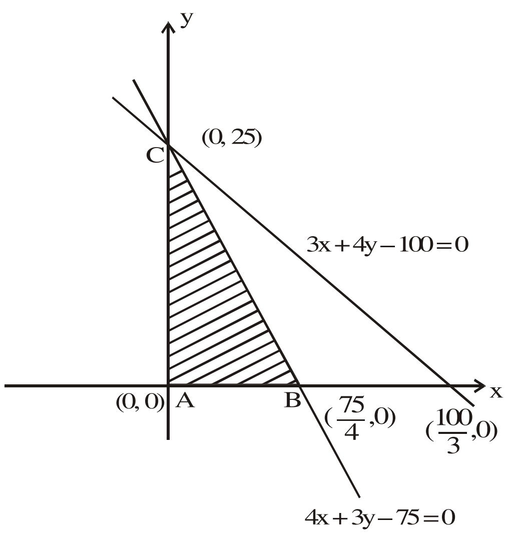
Equation of perpendicular bisector of PR is

$y = x$

Solving with $2x - y + 2 = 0$ will give

$(-2, 2)$

20.



$z = 6xy + y^2 = y(6x + y)$

$3x + 4y \le 100$ .....(i)

$4x + 3y \le 75$ ......(ii)

$x \ge 0$

$y \ge 0$

$x \le \dfrac{75 - 3y}{4}$

$Z = y(6x + y)$

$Z \le y\left(6.\left(\dfrac{75-3y}{4}\right) + y\right)$

$Z \le \dfrac{1}{2}(225y - 7y^2) \le \dfrac{(225)^2}{2\times 4\times 7}$

$= \dfrac{50625}{56}$

≈ 904.0178

≈ 904.02

It will be attained at $y = \dfrac{225}{14}$

21. $3x + 4y = 9$

$y = mx + 1$

$\Rightarrow 3x + 4mx + 4 = 9$

$\Rightarrow (3 + 4m)x = 5$

$\Rightarrow$ x will be an integer when

$3 + 4m = 5, -5, 1, -1$

$\Rightarrow m = \dfrac{1}{2}, -2, -\dfrac{1}{2}, -1$

so, number of integral values of m is 2

22. $y = mx + c$

$3 = m + c$

$\sqrt{2} = \left|\dfrac{m - 3\sqrt{2}}{1 + 3\sqrt{2}m}\right|$

$= 6m + \sqrt{2} = m - 3\sqrt{2}$

$= \sin = -4\sqrt{2} \;\rightarrow\; m = \dfrac{-4\sqrt{2}}{5}$

$= = 6m - \sqrt{2} = m - 3\sqrt{2}$

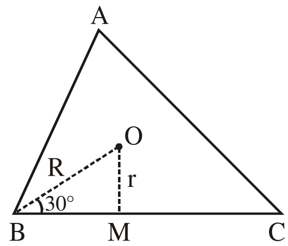
$= 7m - 2\sqrt{2} \rightarrow m = \frac{2\sqrt{2}}{7}$

According to options take $m = \frac{-4\sqrt{2}}{5}$

So $y = \frac{-4\sqrt{2}x}{5} + \frac{3+4\sqrt{2}}{5}$

$4\sqrt{2}x + 5y - \left(15 + 4\sqrt{2}\right) = 0$

23.



$r = OM = \frac{3}{\sqrt{2}}$

$\& \sin 30° = \frac{1}{2} = \frac{r}{R} \Rightarrow R = \frac{6}{\sqrt{2}}$

$\therefore r + R = \frac{9}{\sqrt{2}}$