STATISTICS

1. 6 भिन्न प्रेक्षणों का माध्य 6.5 है तथा उनका प्रसरण 10.25 है। यदि 6 प्रेक्षणों में से 4 प्रेक्षण 2, 4, 5 तथा 7 है, तो शेष दो प्रेक्षण है :

(1) 10, 11 (2) 3, 18 (3) 8, 13 (4) 1, 20

2. यदि छः प्रेक्षणों 7, 10, 11, 15, a, b का माध्य तथा प्रसरण क्रमशः 10 तथा $\frac{20}{3}$ है, तो $|a-b|$ का मान होगा

(1) 9 (2) 11 (3) 7 (4) 1

3. निम्न बारंबारता बंटन पर विचार कीजिए –

वर्ग :	0 – 6	6 – 12	12 – 18	18 – 24	24 – 30
बारंबारता :	a	b	12	9	5

यदि इसका माध्य $= \frac{309}{22}$ तथा माध्यिका = 14 है, तो $(a-b)^2$ बराबर है ______ ।

4. निम्न बारंबारता बंटन पर विचार कीजिए :

वर्ग :	10–20	20–30	30–40	40–50	50–60
बारंबारता :	α	110	54	30	β

यदि सभी बारंबारताओं का योग 584 है तथा माध्यिका 45 है, तो $|\alpha-\beta|$ बराबर है _________ ।

5. एक समूह के दो नमूनों में से पहले नमूने में 100 वस्तुएँ हैं जिनका माध्य 15 तथा मानक विचलन 3 हैं। यदि पूरे समूह में 250 वस्तुएँ हैं और उनका माध्य 15.6 तथा मानक विचलन $\sqrt{13.44}$ हैं, तो दूसरे नमूने का मानक विचलन है :

(1) 8 (2) 6 (3) 4 (4) 5

6. यदि आंकड़ों 6, 10, 7, 13, a, 12, b, 12 का माध्य तथा प्रसरण क्रमशः 9 तथा $\frac{37}{4}$ हैं, तो $(a-b)^2$ बराबर है :

(1) 24 (2) 12 (3) 32 (4) 16

7. माना बारंबारता बंटन

x :	$x_1 = 2$	$x_2 = 6$	$x_3 = 8$	$x_4 = 9$
f :	4	4	α	β

के माध्य तथा प्रसरण क्रमशः 6 तथा 6.8 हैं। यदि x_3 को 8 से 7 कर दिया जाए, तो नये आँकड़ों का माध्य होगा :

(1) 4 (2) 5 (3) $\frac{17}{3}$ (4) $\frac{16}{3}$

8. 20 प्रेक्षणों के माध्य तथा मानक विचलन क्रमशः 10 तथा 2.5 निकाले गये। यह पाया गया कि गलती से एक आंकड़ा 35 की जगह 25 लिया गया था। यदि सही आकड़ों का माध्य तथा मानक विचलन क्रमशः α तथा $\sqrt{\beta}$ हैं, तो (α, β) है :

(1) (11, 26) (2) (10.5, 25)
(3) (11, 25) (4) (10.5, 26)

9. माना चार संख्याओं 3, 7, x तथा $y(x > y)$ के माध्य तथा प्रसरण क्रमशः 5 तथा 10 है। तो चार संख्याओं $3 + 2x$, $7 + 2y$, $x + y$ तथा $x - y$ का माध्य है _______.

10. माना n एक विषम प्राकृतिक संख्या है जिसके लिए $1, 2, 3, 4, ..., n$ का प्रसरण 14 है। तो n बराबर है______।

11. एक यादच्छिक चर X का प्रायिकता बंटन :

X	1	2	3	4	5
P(X)	K	2K	2K	3K	K

है। माना $p = P(1 < X < 4 \mid X < 3)$ है। यदि $5p = \lambda K$ है, तो λ बराबर है ________ ।

12. 50 परीक्षार्थियों द्वारा एक ऑनलाइन परीक्षा दी गई। इन परीक्षार्थियों में 20 लड़के हैं। लड़कों द्वारा प्राप्त किए गए अंकों का माध्य 12 तथा प्रसरण 2 हैं। 30 लड़कियों द्वारा प्राप्त अंकों का प्रसरण भी 2 हैं। सभी 50 परीक्षार्थियों के अंकों का माध्य 15 है। यदि लड़कियों के अंकों का माध्य μ है तथा 50 परीक्षार्थियों के अंकों का प्रसरण σ^2 है, तो $\mu + \sigma^2$ बराबर है _________।

13. 7 प्रेक्षणों का माध्य तथा प्रसरण क्रमशः 8 तथा 16 हैं। यदि दो प्रेक्षण 6 तथा 8 हैं, तो शेष 5 प्रेक्षणों का प्रसरण है :

(1) $\frac{92}{5}$ (2) $\frac{134}{5}$ (3) $\frac{536}{25}$ (4) $\frac{112}{5}$

14. यदि दस धन पूर्णांकों 1, 1, 1,...., 1, k का प्रसरण 10 से कम है, तो k का अधिकतम संभावित मान है ______।

15. माना $X_1, X_2, ..., X_{18}$ अठारह प्रेक्षण हैं, जिनके लिए $\sum_{i=1}^{18}(X_i - \alpha) = 36$ तथा $\sum_{i=1}^{18}(X_i - \beta)^2 = 90$ हैं, जहाँ α तथा β भिन्न वास्तविक संख्याऐं हैं। यदि इन प्रेक्षणों का मानक विचलन 1 है, तो $|\alpha - \beta|$ का मान बराबर है ______

16. नीचे दी गई प्रेक्षणों के दो समूहों की सांख्यिकी का विचार कीजिए :

	आकार	माध्य	प्रसरण
प्रेक्षण I	10	2	2
प्रेक्षण II	n	3	1

यदि इन दोनों प्रेक्षणों को मिलाकर बने समूह का प्रसरण $\frac{17}{9}$ है, तो n का मान बराबर है _________।

17. तीन प्रेक्षणों a, b तथा c का विचार कीजिए, जिनके लिए b = a + c है। यदि a + 2, b + 2, c + 2 का मानक विचलन d है, तो निम्न में से कौन सा सत्य है ?

(1) $b^2 = 3(a^2 + c^2) + 9d^2$ (2) $b^2 = a^2 + c^2 + 3d^2$

(3) $b^2 = 3(a^2 + c^2 + d^2)$ (4) $b^2 = 3(a^2 + c^2) - 9d^2$

18. 3n संख्याओं का एक समुच्चय है, जिसका प्रसरण 4 है। इस समुच्चय में, प्रथम 2n संख्याओं का माध्य 6 है तथा शेष n संख्याओं का माध्य 3 है। प्रथम 2n संख्याओं में प्रत्येक में 1 जोड़कर तथा शेष n संख्याओं में प्रत्येक से 1 घटा कर एक नया समुच्चय बनाया गया है। यदि नये समुच्चय का प्रसरण k है, तो 9k बराबर है______।

19. एक स्कूल में 25 अध्यापकों की औसत आयु 40 वर्ष है। एक अध्यापक 60 वर्ष की आयु में सेवानिवत्त होती है तथा उसकी जगह एक नये अध्यापक की नियुक्ति होती है। यदि अब इस स्कूल में अध्यापकों की औसत आयु 39 वर्ष है, तो नये नियुक्त किए गए अध्यापक की आयु (वर्षों में) है____।

20. माना 2n प्रेक्षणों की एक शंखला में, आधे a के बराबर है तथा शेष आधे –a के बराबर है। प्रत्येक प्रेक्षण में एक अचर b जोड़ने पर नये समूह का माध्य तथा मानक विचलन क्रमशः 5 तथा 20 हैं। तो $a^2 + b^2$ का मान बराबर है :

(1) 425 (2) 650 (3) 250 (4) 925

SOLUTION

1. Official Ans. by NTA (1)

Sol. Let other two numbers be a, (21 – a)

Now,

$$10.25=\frac{\left(4+16+25+49+a^2+(21-a)^2\right)}{6}-(6.5)^2$$

(Using formula for variance)

$\Rightarrow 6(10.25) + 6(6.5)^2 = 94 + a^2 + (21 – a)^2$

$\Rightarrow a^2 + (21 – a)^2 = 221$

$\therefore$ a = 10 and (21 – a) = 21 – 10 = 11

So, remaining two observations are 10, 11.

$\Rightarrow$ Option (1) is correct.

2. Official Ans. by NTA (4)

Sol. $10=\frac{7+10+11+15+a+b}{6}$

$\Rightarrow a + b = 17$ .....(i)

$$\frac{20}{3}=\frac{7^2+10^2+11^2+15^2+a^2+b^2}{6}-10^2$$

$a^2 + b^2 = 145$ ......(ii)

Solve (i) and (ii) a = 9, b = 8 or a = 8, b = 9

$|a – b| = 1$

3. Official Ans. by NTA (4)

Sol.

Class	Frequency	x_i	$f_i\,x_i$
0-6	a	3	3a
6-12	b	9	9b
12-18	12	15	180
18-24	9	21	189
24-30	5	27	135
	N=(26+a+b)		**(504+3a+9b)**

Mean $=\frac{3a+9b+180+189+135}{a+b+26}=\frac{309}{22}$

$\Rightarrow 66a + 198b + 11088 = 309a + 309b + 8034$

$\Rightarrow 243a + 111b = 3054$

$\Rightarrow \boxed{81a+37b=1018} \rightarrow (1)$

Now, Median $=12+\frac{\frac{a+b+26}{2}-(a+b)}{12}\times 6=14$

$\Rightarrow \frac{13}{2}-\left(\frac{a+b}{4}\right)=2$

$\Rightarrow \frac{a+b}{4}=\frac{9}{2}$

$\Rightarrow \boxed{a+b=18} \rightarrow (2)$

From equation (1) & (2)

a = 8, b = 10

$\therefore (a – b)^2 = (8 – 10)^2$

4. Official Ans. by NTA (164)

Sol. $\because$ Sum of frequencies = 584

$\Rightarrow \alpha + \beta = 390$

Now, Median is at $\frac{584}{2}=292^{th}$

$\because$ Median = 45 (lies in class 40 – 50)

$\Rightarrow \alpha + 110 + 54 + 15 = 292$

$\Rightarrow \alpha = 113, \beta = 277$

$\Rightarrow |\alpha – \beta| = 164$

5. Official Ans. by NTA (3)

Sol. $n_1 = 100$ m = 250

$\bar{X}_1=15$ $\bar{X}=15.6$

$V_1(x) = 9$ $Var(x) = 13.44$

$$\sigma^2=\frac{n_1\sigma_1^2+n_2\sigma_2^2}{n_1+n_2}+\frac{n_1n_2}{(n_1+n_2)^2}\left(\bar{x}_1-\bar{x}_2\right)^2$$

$n_2 = 150$, $\bar{x}_2=16$, $V_2(x) = \sigma_2$

$$13.44=\frac{100\times 9+150\times\sigma_2^2}{250}+\frac{100\times 150}{(250)^2}\times 1$$

$\Rightarrow \sigma_2^2 = 16 \Rightarrow \sigma_2 = 4$

6. Official Ans. by NTA (4)

Sol. Mean $=\dfrac{6+10+7+13+a+12+b+12}{8}=9$

$60 + a + b = 72$

$a + b = 12 \quad \ldots(1)$

variance $=\dfrac{\sum x_i^2}{n}-\left(\dfrac{\sum x_i}{n}\right)^2=\dfrac{37}{4}$

$\Sigma x_i^2 = 6^2+10^2+7^2+13^2+a^2+b^2+12^2+12^2$

$= a^2 + b^2 + 642$

$\dfrac{a^2+b^2+642}{8}-(9)^2=\dfrac{37}{4}$

$\dfrac{a^2+b^2}{8}+\dfrac{321}{4}-81=\dfrac{37}{4}$

$\dfrac{a^2+b^2}{8}=81+\dfrac{37}{4}-\dfrac{321}{4}$

$\dfrac{a^2+b^2}{8}=81-71$

$\therefore\ a^2 + b^2 = 80 \quad \ldots(2)$

From (1) $a^2 + b^2 + 2ab = 144$

$80 + 2ab = 144 \quad \therefore\ 2ab = 64$

$(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab = 80 - 64 = 16$

7. Official Ans. by NTA (3)

Sol. Given $32 + 8\alpha + 9\beta = (8 + \alpha + \beta) \times 6$

$\Rightarrow 2\alpha + 3\beta = 16 \quad \ldots(i)$

Also, $4 \times 16 + 4 \times \alpha + 9\beta = (8 + \alpha + \beta) \times 6.8$

$\Rightarrow 640 + 40\alpha + 90\beta = 544 + 68\alpha + 68\beta$

$\Rightarrow 28\alpha - 22\beta = 96$

$\Rightarrow 14\alpha - 11\beta = 48 \quad \ldots(ii)$

from (i) & (ii)

$\alpha = 5$ & $\beta = 2$

so, new mean $=\dfrac{32+35+18}{15}=\dfrac{85}{15}=\dfrac{17}{3}$

8. Official Ans. by NTA (4)

Sol. Given :

Mean $(\bar{x})=\dfrac{\Sigma x_i}{20}=10$

or $\Sigma x_i = 200$ (incorrect)

or $200 - 25 + 35 = 210 = \Sigma x_i$ (Correct)

Now correct $\bar{x}=\dfrac{210}{20}=10.5$

again given S.D = 2.5 (σ)

$\sigma^2=\dfrac{\Sigma x_i^{\,2}}{20}-(10)^2=(2.5)^2$

or $\Sigma x_i^2 = 2125$ (incorrect)

or $\Sigma x_i^2 = 2125 - 25^2 + 35^2$

$= 2725$ (Correct)

$\therefore$ correct $\sigma^2=\dfrac{2725}{20}-(10.5)^2$

$\underline{\sigma}^2 = 26$

or $\sigma = 26$

$\therefore\ \underline{\alpha} = 10.5,\ \beta = 26$

9. Official Ans. by NTA (12)

Sol. $5=\dfrac{3+7+x+y}{4}\Rightarrow x+y=10$

Var(x) = 10 = $\dfrac{3^2+7^2+x^2+y^2}{4}-25$

$140 = 49 + 9 + x^2 + y^2$

$x^2 + y^2 = 82$

$x + y = 10$

$\Rightarrow (x,y) = (9,1)$

Four numbers are 21,9,10,8

Mean = $\dfrac{48}{4}=12$

10. Official Ans. by NTA (13)

Sol. $\dfrac{n^2-1}{12}=14\ \Rightarrow n=13$

11. Official Ans. by NTA (30)

Sol. $\sum P(X)=1 \Rightarrow k+2k+2k+3k+k=1$

$\Rightarrow k=\frac{1}{9}$

Now, $p=P\left(\frac{kX<4}{X<3}\right)=\frac{P(X=2)}{P(X<3)}=\frac{\frac{2k}{9k}}{\frac{k}{9k}+\frac{2k}{9k}}=\frac{2}{3}$

$\Rightarrow p=\frac{2}{3}$

Now, $5p=\lambda k$

$\Rightarrow (5)\left(\frac{2}{3}\right)=\lambda(1/9)$

$\Rightarrow \lambda=30$

12. Official Ans. by NTA (25)

Sol. $\sigma_b^2=2$ (variance of boys) n_1 = no. of boys

$\bar{x}_b=12$ n_2 = no. of girls

$\sigma_g^2=2$

$\bar{x}_g=\frac{50\times15-12\times\sigma_b}{30}=\frac{750-12\times20}{30}=17=\mu$

variance of combined series

$\sigma^2=\frac{n_1\sigma_b^2+n_2\sigma_g^2}{n_1+n_2}+\frac{n_1\cdot n_2}{(n_1+n_2)^2}\left(\bar{x}_b-\bar{x}_g\right)^2$

$\sigma^2=\frac{20\times2+30\times2}{20+30}+\frac{20\times30}{(20+30)^2}(12-17)^2$

$\sigma^2=8.$

$\Rightarrow \mu+\sigma^2=17+8=25$

13. Official Ans. by NTA (3)

Sol. Let 8, 16, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 be the observations.

Now $\frac{x_1+x_2+\ldots+x_5+14}{7}=8$

$\Rightarrow \sum_{i=1}^{5}x_i=42$ …(1)

Also $\frac{x_1^2+x_2^2+\ldots x_5^2+8^2+6^2}{7}-64=16$

$\Rightarrow \sum_{i=1}^{5}x_i^2=560-100=460$ …(2)

So variance of $x_1, x_2, \ldots, x_5$

$=\frac{460}{5}-\left(\frac{42}{5}\right)^2=\frac{2300-1764}{25}=\frac{536}{25}$

14. Official Ans. by NTA (11)

Sol. $\sigma^2=\frac{\Sigma x^2}{n}-\left(\frac{\Sigma x}{n}\right)^2$

$=\frac{9+k^2}{10}-\left(\frac{9+k}{10}\right)^2<10$

$90+10k^2-81-k^2-18k<1000$

$9k^2-18k-991<0$

$k^2-2k<\frac{991}{9}$

$(k-1)^2<\frac{1000}{9}$

$\frac{-10\sqrt{10}}{3}<k-1<\frac{10\sqrt{10}}{3}$

$k<\frac{10\sqrt{10}}{3}+1$

$k\le 11$

Maximum value of k is 11.

15. Official Ans. by NTA (4)

Sol. $\sum_{i=1}^{18}(x_i-\alpha)=36, \sum_{i=1}^{18}(x_i-\beta)^2=90$

$\Rightarrow \sum_{i=1}^{18}x_i=18(\alpha+2), \sum_{i=1}^{18}x_i^2-2\beta\sum_{i=1}^{18}x_i+18\beta^2=90$

Hence $\sum x_i^2=90-18\beta^2+36\beta(\alpha+2)$

Given $\frac{\sum x_i^2}{18}-\left(\frac{\sum x_i}{18}\right)^2=1$

$\Rightarrow 90-18\beta^2+36\beta(\alpha+2)-18(\alpha+2)^2=18$

$\Rightarrow 5-\beta^2+2\alpha\beta+4\beta-\alpha^2-4\alpha-4=1$

$\Rightarrow (\alpha-\beta)^2+4(\alpha-\beta)=0 \Rightarrow |\alpha-\beta|=0$ or 4

As α and β are distinct $|\alpha-\beta|=4$

16. Official Ans by NTA (5)

Sol. $\sigma^2 = \frac{n_1\sigma_1^2 + n_2\sigma_2^2}{n_1+n_2} + \frac{n_1 n_2}{(n_1+n_2)}(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)^2$

$n_1 = 10,\ n_2 = n,\ \sigma_1^2 = 2,\ \sigma_2^2 = 1$

$\bar{x}_1 = 2,\ \bar{x}_2 = 3,\ \sigma^2 = \frac{17}{9}$

$\frac{17}{9} = \frac{10\times 2 + n}{n+10} + \frac{10n}{(n+10)^2}(3-2)^2$

$\Rightarrow \frac{17}{9} = \frac{(n+20)(n+10)+10n}{(n+10)^2}$

$\Rightarrow 17n^2 + 1700 + 340n = 90n + 9(n^2+30n+200)$

$\Rightarrow 8n^2 - 20n - 100 = 0$

$2n^2 - 5n - 25 = 0$

$\Rightarrow (2n+5)(n-5) = 0 \Rightarrow n = \frac{-5}{2}, 5$

$\downarrow$

(Rejected)

Hence n = 5

17. Official Ans. by NTA (4)

Sol. For a, b, c

mean $= \frac{a+b+c}{3}\ (= \bar{x})$

$b = a + c$

$\Rightarrow \bar{x} = \frac{2b}{3}$ ......(1)

S.D. $(a+2, b+2, c+2)$ = S.D. $(a, b, c) = d$

$\Rightarrow d^2 = \frac{a^2+b^2+c^2}{3} - (\bar{x})^2$

$\Rightarrow d^2 = \frac{a^2+b^2+c^2}{3} - \frac{4b^2}{9}$

$\Rightarrow 9d^2 = 3(a^2+b^2+c^2) - 4b^2$

$\Rightarrow b^2 = 3(a^2+c^2) - 9d^2$

18. Official Ans. by NTA (68)

Sol. Let number be $a_1, a_2, a_3, ...\ a_{2n}, b_1, b_2, b_3 .... b_n$

$\sigma^2 = \frac{\sum a^2 + \sum b^2}{3n} - (5)^2$

$\Rightarrow \sum a^2 + \sum b^2 = 87n$

Now, distribution becomes

$a_1 + 1,\ a_2 + 1,\ a_3 + 1,\ ....a_{2n} + 1,\ b_1 - 1,\ b_2 - 1\ .....b_n - 1$

Variance

$= \frac{\sum(a+1)^2 + \sum(b-1)^2}{3n} - \left(\frac{12n+2n+3n-n}{3n}\right)^2$

$= \frac{\left(\sum a^2 + 2n + 2\sum a\right) + \left(\sum b^2 + n - 2\sum b\right)}{3n}$

$= \frac{\left(\sum a^2 + 2n + 2\sum a\right) + \left(\sum b^2 + n - 2\sum b\right)}{3n} - \left(\frac{16}{3}\right)^2$

$= \frac{87n + 3n + 2(12n) - 2(3n)}{3n} - \left(\frac{16}{3}\right)^2$

$\Rightarrow k = \frac{108}{3} - \left(\frac{16}{5}\right)^2$

$\Rightarrow 9k = 3(108) - (16)^2 = 324 - 256 = 68$

Ans. 68.00

19. Official Ans. by NTA (35)

Sol. $\frac{\sum x_i}{25} = 40\ \&\ \frac{\sum x_i - 60 + N}{25} = 39$

Let age of newly appointed teacher is N

$\Rightarrow 1000 - 60 + N = 975$

$\Rightarrow N = 35$ years

20. Official Ans. by NTA (1)

Sol. Let observations are denoted by x_i for $1 \le i < 2n$

$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{2n} = \frac{(a+a+...+a)-(a+a+...+a)}{2n}$

$\Rightarrow \bar{x} = 0$

and $\sigma_x^2 = \frac{\sum x_i^2}{2n} - (\bar{x})^2 = \frac{a^2+a^2+...+a^2}{2n} - 0 = a^2$

$\Rightarrow \sigma_x = a$

Now, adding a constant b then $\bar{y} = \bar{x} + b = 5$

$\Rightarrow b = 5$

and $\sigma_y = \sigma_x$ (No change in S.D.) $\Rightarrow a = 20$

$\Rightarrow a^2 + b^2 = 425$