PROBABILITY

1. शब्द EXAMINATION के सभी अक्षरों का उपयोग कर अर्थपूर्ण या अर्थहीन शब्द बनाये जाने है। ऐसे किसी शब्द में M अक्षर के चौथे स्थान पर होने की प्रायिकता है :

(1) $\frac{1}{66}$ (2) $\frac{1}{11}$ (3) $\frac{1}{9}$ (4) $\frac{2}{11}$

2. पूर्णांक $a \in [-5, 30]$ चुनने की प्रायिकता, जबकि $x^2 + 2(a+4)x - 5a + 64 > 0, \forall x \in \mathbf{R}$ है, है :

(1) $\frac{7}{36}$ (2) $\frac{2}{9}$ (3) $\frac{1}{6}$ (4) $\frac{1}{4}$

3. माना A, B तथा C तीन घटनाएँ हैं जिनके लिए A तथा B में से ठीक एक के होने की प्रायिकता $(1 - k)$ है, B तथा C में से ठीक एक के होने की प्रायिकता $(1 - 2k)$ है, C तथा A में से ठीक एक के होने की प्रायिकता $(1 - k)$ है तथा A, B और C तीनों के एक साथ होने की प्रायिकता k^2 है, जबकि $0 < k < 1$ है। तो A, B तथा C में से कम से कम एक के होने की प्रायिकता:

(1) $\frac{1}{8}$ से बड़ी परन्तु $\frac{1}{4}$ से छोटी है

(2) $\frac{1}{2}$ से बड़ी है।

(3) $\frac{1}{4}$ से बड़ी परन्तु $\frac{1}{2}$ से छोटी है

(4) ठीक $\frac{1}{2}$ के बराबर है

4. चार पासे एक साथ फेंके जाते है और उन पर आई संख्याओं से 2×2 आव्यूह बनाए जाते है। ऐसे बने आव्यूहों, जिनकी सभी प्रविष्टियाँ विभिन्न है तथा जो व्युत्क्रमणीय भी हैं, की प्रायिकता है –

(1) $\frac{45}{162}$ (2) $\frac{23}{81}$ (3) $\frac{22}{81}$ (4) $\frac{43}{162}$

5. माना 9 भिन्न गेंदें, 4 डिब्बों B_1, B_2, B_3 तथा B_4. में वितरित की जाती हैं। यदि B_3 में ठीक 3 गेंद होने की प्रायिकता $k\left(\frac{3}{4}\right)^9$ है, तो k निम्न में से किस समुच्चय में है ?

(1) $\{x \in \mathbf{R} : |x - 3| < 1\}$

(2) $\{x \in \mathbf{R} : |x - 2| \le 1\}$

(3) $\{x \in \mathbf{R} : |x - 1| < 1\}$

(4) $\{x \in \mathbf{R} : |x - 5| \le 1\}$

6. माना X एक यादच्छिक चर है जिसके लिए एक बंटन का प्रायिकता फलन $P(X = 0) = \frac{1}{2}$, $P(X = j) = \frac{1}{3^j}$ $(j = 1, 2, 3, \ldots, \infty)$ द्वारा दिया गया है, तो बंटन का माध्य तथा P(X धनात्मक तथा सम है) क्रमशः हैं :

(1) $\frac{3}{8}$ तथा $\frac{1}{8}$ (2) $\frac{3}{4}$ तथा $\frac{1}{8}$

(3) $\frac{3}{4}$ तथा $\frac{1}{9}$ (4) $\frac{3}{4}$ तथा $\frac{1}{16}$

7. एक न्याय्य सिक्का n बार उछाला जाता है, जिसके लिए कम से कम एक चित आने की प्रायिकता कम से कम 0.9 है, तो n का न्यूनतम मान है _______ ।

8. एक यादच्छया चुनी गई 2-अंकों की संख्या के समुच्चय $\{n \in N : (2^n - 2), 3$ का एक गुणज है$\}$ में होने की प्रायिकता बराबर है:

(1) $\frac{1}{6}$ (2) $\frac{2}{3}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) $\frac{1}{3}$

9. एक छात्र ने एक परीक्षा दी, जिसमें सत्य–असत्य प्रकार के 8 प्रश्न थे। छात्र उत्तरों के समान प्रायिकता से अनुमान लगाता है। n का वह निम्नतम मान, जिसके लिए कम से कम 'n' सही उत्तरों के अनुमान की प्रायिकता $\frac{1}{2}$ से कम हो, है :

(1) 5 (2) 6 (3) 3 (4) 4

10. माना स्वतंत्र घटनाओं A तथा B के लिए $P(A) = p$ तथा $P(B) = 2p$ हैं। तो pका अधिकतम मान, जिसके लिए P (A तथा B में से ठीक एक घटित होती है) $= \frac{5}{9}$ है, है :

(1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{2}{9}$ (3) $\frac{4}{9}$ (4) $\frac{5}{12}$

11. एक न्याय पासे को छः प्राप्त होने तक उछाला जाता है। माना पासे को उछालने की आवश्यक संख्या X है, तो सप्रतिबंध प्रायिकता $P(X \geq 5 \mid X > 2)$ है –

(1) $\frac{125}{216}$ (2) $\frac{11}{36}$ (3) $\frac{5}{6}$ (4) $\frac{25}{36}$

12. दो न्याय पासे फेंके जाते है। उनमें प्राप्त अंको को λ तथा μ लेकर रैखिक समीकरण निकाय

$x + y + z = 5$

$x + 2y + 3z = \mu$

$x + 3y + \lambda z = 1$

बनाया जाता है। यदि इस निकाय का अद्वितीय हल होने की प्रायिकता p है तथा इस निकाय का कोई भी हल न होने की प्रायिकता q है, तो –

(1) $p = \frac{1}{6}$ तथा $q = \frac{1}{36}$ (2) $p = \frac{5}{6}$ तथा $q = \frac{5}{36}$

(3) $p = \frac{5}{6}$ तथा $q = \frac{1}{36}$ (4) $p = \frac{1}{6}$ तथा $q = \frac{5}{36}$

13. जब एक अभिनत पासा फेंका जाता है, तो एक विशेष फलक के प्राप्त होने की प्रायिकता $\frac{1}{6} - x$ है तथा इसकी सम्मुख फलक के प्राप्त होने की प्रायिकता $\frac{1}{6} + x$ है। शेष सभी फलकों के प्राप्त होने की प्रायिकता $\frac{1}{6}$ है। गौर कीजिए कि किसी भी पासे के सम्मुख फलकों का योग 7 होता है। यदि $0 < x < \frac{1}{6}$ है तथा ऐसे दो पासे दो बार फेंकने पर कुल योग 7 प्राप्त करने की प्रायिकता $\frac{13}{96}$ है, तो x का मान है:

(1) $\frac{1}{16}$ (2) $\frac{1}{8}$ (3) $\frac{1}{9}$ (4) $\frac{1}{12}$

14. दो व्यक्तियों A तथा B में से प्रत्येक तीन न्याय सिक्के उछालता है। दोनों के लिए चित्त की संख्या बराबर आने की प्रायिकता है :

(1) $\frac{1}{8}$ (2) $\frac{5}{8}$ (3) $\frac{5}{16}$ (4) 1

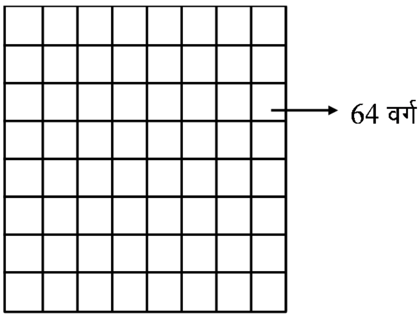
15. एक विद्युत उपकरण में दो इकाइयाँ होती है। प्रत्येक उपकरण को संचालित करने के लिये इकाई को स्वतंत्र रूप से कार्य करना चाहिए। पहली इकाई के कार्य करने की प्रायिकता 0.9 है तथा दूसरी इकाई की 0.8 है। उपकरण चालु है तथा यह काम करने में विफल रहता है। यदि केवल पहली इकाई के विफल होने तथा दूसरी इकाई के कार्य करने की प्रायिकता p है, तो 98 p के बराबर है ________

16. माना S = {1, 2, 3, 4, 5, 6} है। तो S से S में एक यादच्छिक चुने गये आच्छादक फलन g के g(3)=2g(1) को संतुष्ट करने की प्रायिकता है :

(1) $\frac{1}{10}$ (2) $\frac{1}{15}$

(3) $\frac{1}{5}$ (4) $\frac{1}{30}$

17. एक शतरंज बोर्ड (चित्र में देखें) पर दो वर्ग यादच्छया चुने गये हैं। उनकी भुजा उभयनिष्ठ होने की प्रायिकता है :



चित्र

(1) $\frac{2}{7}$ (2) $\frac{1}{18}$ (3) $\frac{1}{7}$ (4) $\frac{1}{9}$

18. माना एक यादच्छया चर X का बंटन निम्न है :

x	–2	–1	3	4	6
P(X = x)	$\frac{1}{5}$	a	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$	b

यदि X का माध्य 2.3 है तथा X का प्रसरण σ^2 है, तब 100 σ^2 बराबर है __________ ।

19. समुच्चय {1, 2, 3, 4, 5} से दो यादच्छिक चुने गए उपसमुच्चयों के सर्वनिष्ठ में ठीक दो अवयव होने की प्रायिकता है :

(1) $\frac{65}{2^7}$ (2) $\frac{65}{2^8}$

(3) $\frac{135}{2^9}$ (4) $\frac{35}{2^7}$

20. एक सामान्य पासा कुछ बार उछाला जाता है। यदि दोबार विषम संख्या आने की प्रायिकता, तीन बार समसंख्या आने की प्रायिकता के बराबर है, तो एक विषम संख्या के विषम बार आने की प्रायिकता है:

(1) $\frac{1}{32}$ (2) $\frac{5}{16}$ (3) $\frac{3}{16}$ (4) $\frac{1}{2}$

21. माना एक प्रतिदर्श समष्टि में B_i $(i = 1, 2, 3)$ तीन स्वतंत्र घटनाएं हैं। केवल B_1 के होने की प्रायिकता α है, केवल B_2 के होने की प्रायिकता β है तथा केवल B_3 के होने की प्रायिकता γ है। माना किसी भी घटना B_i के न होने की प्रायिकता p है, तथा ये चारों प्रायिकताएं समीकरणों $(\alpha - 2\beta)\,p = \alpha\beta$ तथा $(\beta - 3\gamma)p = 2\beta\gamma$ को संतुष्ट करती हैं। (सभी प्रायिकताएं अन्तराल (0,1) में हैं)। तो $\frac{P(B_1)}{P(B_3)}$ बराबर है______ ।

22. जब एक प्रक्षेपास्त्र किसी जहाज से दागा जाता है, तो इसके अवरूद्ध होने की प्रायिकता $\frac{1}{3}$ है तथा यह दिए होने पर कि यह अवरूद्ध नहीं होता, इसके निशाने पर लगने की प्रायिकता $\frac{3}{4}$ है। यदि जहाज से तीन प्रक्षेपास्त्र स्वतंत्र रूप से दागे जाते हैं, तो सभी तीनों के निशाने पर लगने की प्रायिकता है :

(1) $\frac{1}{27}$ (2) $\frac{3}{4}$ (3) $\frac{1}{8}$ (4) $\frac{3}{8}$

23. द्विघातीय समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के गुणांक a, b तथा c, एक पासे को तीन बार उछाल कर प्राप्त किए जाते हैं। इस समीकरण के मूल बराबर होने की प्रायिकता है :

(1) $\frac{1}{72}$ (2) $\frac{5}{216}$ (3) $\frac{1}{36}$ (4) $\frac{1}{54}$

24. 400 व्यक्तियों के एक समूह में, 160 धूम्रपान करते हैं तथा मांसाहारी है, 100 धूम्रपान करते है तथा शाकाहारी है और शेष 140 धूम्रपान नहीं करते तथा शाकाहारी हैं। उनको छाती के एक विशेष विकार होने का संयोग क्रमशः 35%, 20% तथा 10% है। इस समूह में से एक व्यक्ति यादच्छिक चुना जाता है तथा यह पाया जाता है कि उसमें छाती का विकार है। उस चुने व्यक्ति के धूम्रपान करने वाले तथा मांसाहारी होने की प्रयिकता है :

(1) $\frac{7}{45}$ (2) $\frac{14}{45}$ (3) $\frac{28}{45}$ (4) $\frac{8}{45}$

25. माना 4-अंको की सभी धनपूर्णसंख्याओं, जिनका केवल एक अंक 7 है, का समुच्चय A है। तो A से यादच्छिक चुने गये एक अवयव को 5 से विभाजित करने पर शेषफल 2 आने की प्रायिकता है :

(1) $\frac{2}{9}$ (2) $\frac{122}{297}$ (3) $\frac{97}{297}$ (4) $\frac{1}{5}$

26. अंकों 3, 3, 4, 4, 4, 5, 5 के प्रयोग से एक सात अंकों की संख्या बनाई गई है। इस तरह बनाई गई संख्या के 2 से विभाजित होने की प्रायिकता है :

(1) $\frac{6}{7}$ (2) $\frac{1}{7}$ (3) $\frac{3}{7}$ (4) $\frac{4}{7}$

27. एक निष्पक्ष सिक्के को एक निश्चित बार उछाला जाता है। यदि 7 चित आने की प्रायिकता, 9 चित आने की प्रायिकता के बराबर है, तो 2 चित आने की प्रायिकता है :

(1) $\frac{15}{2^{13}}$ (2) $\frac{15}{2^{12}}$ (3) $\frac{15}{2^{8}}$ (4) $\frac{15}{2^{14}}$

28. माना A, अंकों 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 द्वारा बिना पुनरावत्ति के बनाई गई 6 अंकों की संख्या के 3 से विभाजित होने की घटना को दर्शाता है। तो घटना A की प्रायिकता बराबर है :

(1) $\frac{9}{56}$ (2) $\frac{4}{9}$ (3) $\frac{3}{7}$ (4) $\frac{11}{27}$

29. ताश की एक गड्डी में से एक पत्ता गुम हो गया है। दो पत्ते यादच्छिक निकाले जाते हैं तथा दोनों हुकुम के पाये जाते हैं। गुम हुए पत्ते के हुकुम के न होने की प्रायिकता है :

(1) $\frac{3}{4}$ (2) $\frac{52}{867}$ (3) $\frac{39}{50}$ (4) $\frac{22}{425}$

30. माना द्वि–अंकी संख्याओं (binary numbers) की एक लड़ी बनाने के लिए एक कम्प्यूटर प्रोग्राम केवल अंकों 0 और 1 को इस प्रकार जनित (generate) करता है कि सम स्थान पर 0 के होने की प्रायिकता $\frac{1}{2}$ है तथा विषम स्थान पर 0 के होने की प्रायिकता $\frac{1}{3}$ है। तो '10' के बाद '01' के आने की प्रायिकता है :

(1) $\frac{1}{18}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{1}{6}$ (4) $\frac{1}{9}$

31. माना E_1, E_2 तथा E_3 स्वतंत्र घटनायें है। केवल E_1 के घटित होने की प्रायिकता α है, केवल E_2 के घटित होने की प्रायिकता β है तथा केवल E_3 के घटित होने की प्रायिकता γ है। माना किसी भी घटना के न घटने की प्रायिकता 'p' है, जो समीकरणों $(\alpha - 2\beta)\, p = \alpha\beta$ तथा $(\beta - 3\gamma)p = 2\beta\gamma$ को सन्तुष्ट करता है। सभी दी गई प्रायिकताएँ अंतराल (0, 1) में हैं, तो $\dfrac{E_1 \text{ के घटित होने की प्रायिकता}}{E_3 \text{ के घटित होने की प्रायिकता}}$ बराबर है _____ ।

32. माना 5 स्वतंत्र परीक्षणों के एक द्विपद बंटन में ठीक एक और दो सफलताओं की प्रायिकता क्रमशः 0.4096 तथा 0.2048 है। तो ठीक तीन सफलताओं की प्रायिकता है :

(1) $\dfrac{32}{625}$ (2) $\dfrac{80}{243}$ (3) $\dfrac{40}{243}$ (4) $\dfrac{128}{625}$

SOLUTION

1. Official Ans. by NTA (2)

Sol. AAEIIMNNOTX

--------M----------

Total words with M at fourth Place = $\frac{10!}{2!2!2!}$

Total words = $\frac{11!}{2!2!2!}$

Required probability = $\frac{10!}{11!} = \frac{1}{11}$

2. Official Ans. by NTA (2)

Sol. $D < 0$

$\Rightarrow 4(a + 4)^2 - 4(-5a + 64) < 0$

$\Rightarrow a^2 + 16 + 8a + 5a - 64 < 0$

$\Rightarrow a^2 + 13a - 48 < 0$

$\Rightarrow (a + 16)(a - 3) < 0$

$\Rightarrow a \in (-16, 3)$

$\therefore$ Possible a : $\{-5, -4, ..., 3\}$

$\therefore$ Required probability = $\frac{8}{36}$

$= \frac{2}{9}$

3. Official Ans. by NTA (2)

Sol. $P(\bar{A}\cap B)+P(A\cap\bar{B})=1-k$

$P(\bar{A}\cap C)+P(A\cap\bar{C})=1-2k$

$P(\bar{B}\cap C)+P(B\cap\bar{C})=1-k$

$P(A\cap B\cap C)=k^2$

$P(A) + P(B) - 2\,P(A\cap B)=1-k$ .....(i)

$P(B)+P(C)-2P(B\cap C)=1-k$ .....(ii)

$P(C)+P(A)-2P(A\cap C)=1-2k$ .....(iii)

(1) + (2) + (3)

$P(A) + P(B) + P(C) - P(A\cap B)-P(B\cap C)$

$-P(C\cap A)=\frac{-4k+3}{2}$

So

$P(A\cup B\cup C)=\frac{-4k+3}{2}+k^2$

$P(A\cup B\cup C)=\frac{2k^2-4k+3}{2}$

$=\frac{2(k-1)^2+1}{2}$

$P(A\cup B\cup C)>\frac{1}{2}$

4. Official Ans. by NTA (4)

Sol. $A=\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ $\quad |A| = ad - bc$

Total case = 6^4

For non-singular matrix $|A| \neq 0 \Rightarrow ad - bc \neq 0$

$\Rightarrow ad \neq bc$

And a, b, c, d are all different numbers in the set

$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Now for ad = bc

(i) $6 \times 1 = 2 \times 3$

$$\left.\begin{array}{l}\Rightarrow\ a=6,\ b=2,\ c=3,\ d=1 \\ \text{or}\ \ a=1,\ b=2,\ c=3,\ d=6 \\ \quad\vdots\end{array}\right\}\text{8 such cases}$$

(ii) $6 \times 2 = 3 \times 4$

$$\left.\begin{array}{l}\Rightarrow\ a=6,\ b=3,\ c=4,\ d=2 \\ \text{or}\ \ a=2,\ b=3,\ c=4,\ d=6 \\ \quad\vdots\end{array}\right\}\text{8 such cases}$$

favourable cases

$= {}^6C_4\underline{|4} - 16$

required probability

$=\frac{{}^6C_4\underline{|4}-16}{6^4}=\frac{43}{162}$

5. Official Ans. by NTA (1)

Sol. required probability = $\frac{{}^{9}C_3 . 3^6}{4^9}$

$= \frac{{}^{9}C_3}{27} . \left(\frac{3}{4}\right)^9$

$= \frac{28}{9} . \left(\frac{3}{4}\right)^9 \Rightarrow k = \frac{28}{9}$

Which satisfies $|x - 3| < 1$

6. Official Ans. by NTA (2)

Sol. mean = $\Sigma x_i p_i = \sum_{r=0}^{\infty} r . \frac{1}{3^r} = \frac{3}{4}$

p(x is even) = $\frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^4} + ...\infty$

$= \frac{\frac{1}{9}}{1 - \frac{1}{9}} = \frac{1/9}{8/9} = \frac{1}{8}$

7. Official Ans. by NTA (4)

Sol. P(Head) = $\frac{1}{2}$

$1 - P(\text{All tail}) \geq 0.9$

$1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n \geq 0.9$

$\Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^n \leq \frac{1}{10}$

$\Rightarrow n_{min} = 4$

8. Official Ans. by NTA (3)

Sol. Total number of cases = ${}^{90}C_1 = 90$

Now, $2^n - 2 = (3 - 1)^n - 2$

${}^{n}C_0 3^n - {}^{n}C_1 . 3^{n-1} + ... + (-1)^{n-1} . {}^{n}C_{n-1} 3 + (-1)^n . {}^{n}C_n - 2$

$3\left(3^{n-1} - n3^{n-2} + ... + (-1)^{n-1} . n\right) + (-1)^n - 2$

$(2^n - 2)$ is multiply of 3 only when n is odd

Req. Probability $= \frac{45}{90} = \frac{1}{2}$

9. Official Ans. by NTA (1)

Sol. $P(E) < \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \sum_{r=n}^{8} {}^{8}C_r \left(\frac{1}{2}\right)^{8-r} \left(\frac{1}{2}\right)^r < \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \sum_{r=n}^{8} {}^{8}C_r \left(\frac{1}{2}\right)^8 < \frac{1}{2}$

$\Rightarrow {}^{8}C_n + {}^{8}C_{n+1} + ... + {}^{8}C_8 < 128$

$\Rightarrow 256 - \left({}^{8}C_0 + {}^{8}C_1 + ... + {}^{8}C_{n-1}\right) < 128$

$\Rightarrow {}^{8}C_0 + {}^{8}C_1 + ... + {}^{8}C_{n-1} > 128$

$\Rightarrow n - 1 \geq 4$

$\Rightarrow n \geq 5$

10. Official Ans. by NTA (4)

Sol. P(Exactly one of A or B)

$= P\left(A \cap \bar{B}\right) + P\left(\bar{A} \cap B\right) = \frac{5}{9}$

$= P(A)P\left(\bar{B}\right) + P\left(\bar{A}\right)P(B) = \frac{5}{9}$

$\Rightarrow P(A)(1 - P(B)) + (1 - P(A))P(B) = \frac{5}{9}$

$\Rightarrow p(1 - 2p) + (1 - p) 2p = \frac{5}{9}$

$\Rightarrow 36p^2 - 27p + 5 = 0$

$\Rightarrow p = \frac{1}{3}$ or $\frac{5}{12}$

$p_{max} = \frac{5}{12}$

11. Official Ans. by NTA (4)

Sol. $P(x \geq 5 | x > 2) = \dfrac{P(x \geq 5)}{P(x > 2)}$

$$\frac{\left(\frac{5}{6}\right)^4 \cdot \frac{1}{6} + \left(\frac{5}{6}\right)^5 \cdot \frac{1}{6} + \ldots\ldots + \infty}{\left(\frac{5}{6}\right)^2 \cdot \frac{1}{6} + \left(\frac{5}{6}\right)^3 \cdot \frac{1}{6} + \ldots\ldots + \infty}$$

$$\frac{\dfrac{\left(\frac{5}{6}\right)^4 \cdot \frac{1}{6}}{1 - \frac{5}{6}}}{\dfrac{\left(\frac{5}{6}\right)^2 \cdot \frac{1}{6}}{1 - \frac{5}{6}}} = \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{25}{36}$$

12. Official Ans. by NTA (2)

Sol. $D \neq 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & \lambda \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow \lambda \neq 5$

For no solution $D = 0 \Rightarrow \lambda = 5$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 1 & 2 & \mu \\ 1 & 3 & 1 \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow \mu \neq 3$$

$$p = \frac{5}{6}$$

$$q = \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{36}$$

Option (2)

13. Official Ans. by NTA (2)

Sol. Probability of obtaining total sum 7 = probability of getting opposite faces.

Probability of getting opposite faces

$$= 2\left[\left(\frac{1}{6} - x\right)\left(\frac{1}{6} + x\right) + \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{1}{6}\right]$$

$$\Rightarrow 2\left[\left(\frac{1}{6} - x\right)\left(\frac{1}{6} + x\right) + \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{1}{6}\right] = \frac{13}{96}$$

(given)

$$x = \frac{1}{8}$$

14. Official Ans. by NTA (3)

Sol. C – I '0' Head

T T T $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{64}$

C – II '1' head

H T T $\left(\frac{3}{8}\right)\left(\frac{3}{8}\right) = \frac{9}{64}$

C – III '2' Head

H H T $\left(\frac{3}{8}\right)\left(\frac{3}{8}\right) = \frac{9}{64}$

C–IV '3' Heads

H H H $\left(\frac{1}{8}\right)\left(\frac{1}{8}\right) = \frac{1}{64}$

Total probability = $\frac{5}{16}$.

15. Official Ans. by NTA (28)

Sol. I_1 = first unit is functioning

I_2 = second unit is functioning

$P(I_1) = 0.9$, $P(I_2) = 0.8$

$P\left(\bar{I}_1\right) = 0.1$, $P\left(\bar{I}_2\right) = 0.2$

$$P = \frac{0.8 \times 0.1}{0.1 \times 0.2 + 0.9 \times 0.2 + 0.1 \times 0.8} = \frac{8}{28}$$

$$98P = \frac{8}{28} \times 98 = 28$$

16. Official Ans. by NTA (1)

Sol. g(3) = 2g(1) can be defined in 3 ways

number of onto functions in this condition = $3 \times 4!$

Total number of onto functions = 6!

Required probability = $\frac{3\times 4!}{6!} = \frac{1}{10}$

17. Official Ans. by NTA (2)

Sol. Total ways of choosing square = $^{64}C_2$

$= \frac{64\times 63}{2\times 1} = 32\times 63$

ways of choosing two squares having common side = 2 (7 × 8) = 112

Required probability = $\frac{112}{32\times 63} = \frac{16}{32\times 9} = \frac{1}{18}$

Ans. (2)

18. Official Ans. by NTA (781)

Sol.

x	–2	–1	3	4	6
P(X = x)	$\frac{1}{5}$	a	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$	b

$\overline{X} = 2.3$

$-a + 6b = \frac{9}{10}$ .... (1)

$\sum P_i = \frac{1}{5} + a + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + b = 1$

$a + b = \frac{4}{15}$ .... (2)

From equation (1) and (2)

$a = \frac{1}{10}, \quad b = \frac{1}{6}$

$\sigma^2 = \Sigma p_i x_i^2 - (\overline{X})^2$

$\frac{1}{5}(4) + a(1) + \frac{1}{3}(9) + \frac{1}{5}(16) + b(36) - (2.3)^2$

$= \frac{4}{5} + a + 3 + \frac{16}{5} + 36b - (2.3)^2$

$= 4 + a + 3 + 36b - (2.3)^2$

$= 7 + a + 36b - (2.3)^2$

$= 7 + \frac{1}{10} + 6 - (2.3)^2$

$= 13 + \frac{1}{10} - \left(\frac{23}{10}\right)^2$

$= \frac{131}{10} - \left(\frac{23}{10}\right)^2$

$= \frac{1310 - (23)^2}{100}$

$= \frac{1310 - 529}{100}$

$\sigma^2 = \frac{781}{100}$

$100\sigma^2 = 781$

19. Official Ans. by NTA (3)

Sol. Total subsets = $2^5 = 32$

Probability = $\frac{^5C_2 \times 3^3}{32\times 32} = \frac{10\times 27}{12^{10}} = \frac{135}{2^9}$

20. Official Ans. by NTA (4)

Sol. $^nC_2\left(\frac{1}{2}\right)^n = {^nC_3}\left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow {^nC_2} = {^nC_3}$

$\Rightarrow n = 5$

Probability of getting an odd number for odd number of times is

$^5C_1\left(\frac{1}{2}\right)^5 + {^5C_3}\left(\frac{1}{2}\right)^5 + {^5C_5}\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{2^5}(5+10+1)$

$= \frac{1}{2}$

21. Official Ans. by NTA (6)

Sol. Let $P(B_1) = p_1$, $P(B_2) = p_2$, $P(B_3) = p_3$

given that $p_1(1 - p_2)(1 - p_3) = \alpha$ .....(i)

$p_2(1 - p_1)(1 - p_3) = \beta$ .....(ii)

$p_3(1 - p_1)(1 - p_2) = \gamma$ .....(iii)

and $(1 - p_1)(1 - p_2)(1 - p_3) = p$ .....(iv)

$\Rightarrow \dfrac{p_1}{1-p_1} = \dfrac{\alpha}{p}, \dfrac{p_2}{1-p_2} = \dfrac{\beta}{p}$ & $\dfrac{p_3}{1-p_3} = \dfrac{\gamma}{p}$

Also $\beta = \dfrac{\alpha p}{\alpha + 2p} = \dfrac{3\gamma p}{p - 2\gamma}$

$\Rightarrow \alpha p - 2\alpha\gamma = 3\alpha\gamma + 6p\gamma$

$\Rightarrow \alpha p - 6p\gamma = 5\alpha\gamma$

$\Rightarrow \dfrac{p_1}{1-p_1} - \dfrac{6p_3}{1-p_3} = \dfrac{5p_1p_3}{(1-p_1)(1-p_3)}$

$\Rightarrow p_1 - 6p_3 = 0$

$\Rightarrow \dfrac{p_1}{p_3} = 6$

22. Official Ans. by NTA (3)

Sol. Required probability = $\left(\dfrac{2}{3} \times \dfrac{3}{4}\right)^3 = \dfrac{1}{8}$

23. Official Ans. by NTA (2)

Sol. $ax^2 + bx + c = 0$

For equal roots D = 0

$\Rightarrow b^2 = 4ac$

Case I : ac = 1

(a, b, c) = (1, 2, 1)

Case II : ac = 4

(a, b, c) = (1, 4, 4)

or (4, 4, 1)

or (2, 4, 2)

Case III : ac = 9

(a, b, c) = (3, 6, 3)

Required probability = $\dfrac{5}{216}$

24. Official Ans. by NTA (3)

Sol. Consider following events

A : Person chosen is a smoker and non vegetarian.

B : Person chosen is a smoker and vegetarian.

C : Person chosen is a non-smoker and vegetarian.

E : Person chosen has a chest disorder

Given

$$P(A) = \frac{160}{400}\ P(B) = \frac{100}{400}\ P(C) = \frac{140}{400}$$

$$P\left(\frac{E}{A}\right) = \frac{35}{100}\ P\left(\frac{E}{B}\right) = \frac{20}{100}\ P\left(\frac{E}{C}\right) = \frac{10}{100}$$

To find

$$P\left(\frac{A}{E}\right) = \frac{P(A)P\left(\frac{E}{A}\right)}{P(A).P\left(\frac{E}{A}\right) + P(B).P\left(\frac{E}{B}\right) + P(C).P\left(\frac{E}{C}\right)}$$

$$= \frac{\frac{160}{400} \times \frac{35}{100}}{\frac{160}{400} \times \frac{35}{100} + \frac{100}{400} \times \frac{20}{100} + \frac{140}{400} \times \frac{10}{100}}$$

$= \dfrac{28}{45}$ option (3)

25. Official Ans. by NTA (3)

Sol. n(s) = n(when 7 appears on thousands place)

+ n(7 does not appear on thousands place)

$= 9 \times 9 \times 9 + 8 \times 9 \times 9 \times 3$

$= 33 \times 9 \times 9$

n(E) = n(last digit 7 & 7 appears once)

+ n(last digit 2 when 7 appears once)

$= 8 \times 9 \times 9 + (9 \times 9 + 8 \times 9 \times 2)$

$\therefore\ P(E) = \dfrac{8 \times 9 \times 9 + 9 \times 25}{33 \times 9 \times 9} = \dfrac{97}{297}$

26. Official Ans. by NTA (3)

Sol. Digits = 3, 3, 4, 4, 4, 5, 5

Total 7 digit numbers = $\dfrac{7!}{2!2!3!}$

Number of 7 digit number divisible by 2

$\Rightarrow$ last digit = 4

						4

3 , 3 , 4 , 4 , 5 , 5

Now 7 digit numbers which are divisible by 2

$$= \frac{6!}{2!2!2!}$$

$$\text{Required probability} = \frac{\dfrac{6!}{2!2!2!}}{\dfrac{7!}{3!2!2!}} = \frac{3}{7}$$

27. Official Ans. by NTA (1)

Sol. Let the coin be tossed n-times

$$P(H) = P(T) = \frac{1}{2}$$

$$P(7\text{ heads}) = {}^{n}C_7\left(\frac{1}{2}\right)^{n-7}\left(\frac{1}{2}\right)^{7} = \frac{{}^{n}C_7}{2^n}$$

$$P(9\text{ heads}) = {}^{n}C_9\left(\frac{1}{2}\right)^{n-9}\left(\frac{1}{2}\right)^{9} = \frac{{}^{n}C_9}{2^n}$$

P(7 heads) = P(9 heads)

${}^{n}C_7 = {}^{n}C_9 \Rightarrow n = 16$

$$P(2\text{ heads}) = {}^{16}C_2\left(\frac{1}{2}\right)^{14}\left(\frac{1}{2}\right)^{2} = \frac{15\times 8}{2^{16}}$$

$$P(2\text{ heads}) = \frac{15}{2^{13}}$$

28. Official Ans by NTA (2)

Sol. Total cases :

$\underline{6}\cdot\underline{6}\cdot\underline{5}\cdot\underline{4}\cdot\underline{3}\cdot\underline{2}$

$n(s) = 6\cdot 6!$

Favourable cases :

Number divisible by 3 ≡

Sum of digits must be divisible by 3

Case-I

1, 2, 3, 4, 5, 6

Number of ways = $6!$

Case-II

0, 1, 2, 4, 5, 6

Number of ways = $5\cdot 5!$

Case-III

0, 1, 2, 3, 4, 5

Number of ways = $5\cdot 5!$

n(favourable) = $6! + 2\cdot 5\cdot 5!$

$$P = \frac{6! + 2\cdot 5\cdot 5!}{6\cdot 6!} = \frac{4}{9}$$

29. Official Ans. by NTA (3)

Sol. E_1 : Event denotes spade is missing

$$P(E_1) = \frac{1}{4};\ P(\bar{E}_1) = \frac{3}{4}$$

A : Event drawn two cards are spade

$$P(A) = \frac{\dfrac{1}{4}\times\left(\dfrac{{}^{12}C_2}{{}^{51}C_2}\right) + \dfrac{3}{4}\times\left(\dfrac{{}^{13}C_2}{{}^{51}C_2}\right) + \dfrac{3}{4}\times\left(\dfrac{{}^{13}C_2}{{}^{51}C_2}\right)}{\dfrac{1}{4}\times\left(\dfrac{{}^{12}C_2}{{}^{51}C_2}\right) + \dfrac{3}{4}\times\left(\dfrac{{}^{13}C_2}{{}^{51}C_2}\right)}$$

$$= \frac{39}{50}$$

30. Official Ans. by NTA (4)

Sol. $\underset{\text{odd place}}{1}\ \underset{\text{even place}}{0}\ \underset{\text{odd place}}{0}\ \underset{\text{even place}}{1}$

or $\underset{\text{even place}}{1}\ \underset{\text{odd place}}{0}\ \underset{\text{even place}}{0}\ \underset{\text{odd place}}{1}$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{2}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{9}$$

31. Official Ans. by NTA (6)

Sol. Let $P(E_1) = P_1$; $P(E_2) = P_2$; $P(E_3) = P_3$

$P(E_1 \cap \bar{E}_2 \cap \bar{E}_3) = \alpha = P_1(1-P_2)(1-P_3)$......(1)

$P(\bar{E}_1 \cap E_2 \cap \bar{E}_3) = \beta = (1-P_1)P_2(1-P_3)$......(2)

$P(\bar{E}_1 \cap \bar{E}_2 \cap E_3) = \gamma = (1-P_1)(1-P_2)P_3$......(3)

$P(\bar{E}_1 \cap \bar{E}_2 \cap \bar{E}_3) = P = (1-P_1)(1-P_2)(1-P_3)$......(4)

Given that, $(\alpha - 2\beta)P = \alpha\beta$

$\Rightarrow (P_1(1-P_2)(1-P_3) - 2(1-P_1)P_2(1-P_3))P$

$= P_1P_2(1-P_1)\ (1-P_2)(1-P_3)^2$

$\Rightarrow (P_1(1-P_2) - 2(1-P_1)P_2) = P_1P_2$

$\Rightarrow (P_1 - P_1P_2 - 2P_2 + 2P_1P_2) = P_1P_2$

$\Rightarrow P_1 = 2P_2$ ......(1)

and similarly, $(\beta - 3\gamma)P = 2B\gamma$

$P_2 = 3P_3$ ......(2)

So, $P_1 = 6P_3 \Rightarrow \boxed{\frac{P_1}{P_3} = 6}$

32. Official Ans. by NTA (1)

Sol. $P(X = 1) = {}^5C_1.p.q^4 = 0.4096$

$P(X = 2) = {}^5C_2.p^2.q^3 = 0.2048$

$\Rightarrow \frac{q}{2p} = 2$

$\Rightarrow q = 4p$ and $p + q = 1$

$\Rightarrow p = \frac{1}{5}$ and $q = \frac{4}{5}$

Now

$$P(X = 3) = {}^5C_3.\left(\frac{1}{5}\right)^3.\left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{10\times16}{125\times25} = \frac{32}{625}$$