PERMUTATION & COMBINATION

1. एक क्रिकेट टीम में 15 खिलाड़ी हैं, जिनमें 6 गेंदबाज, 7 बल्लेबाज तथा 2 विकेटकीपर है। इनमें से 11 खिलाड़ियों की एक टीम, जिसमें कम से कम 4 गेंदबाज, 5 बल्लेबाज तथा 1 विकेटकीपर हो, चुनने के तरीकों की संख्या है _____।

2. यदि अंको 0, 2, 4, 6 तथा 8 द्वारा संख्याएँ बनाई गई है और उनमें अंको को दोहराने की अनुमति नहीं हैं तो इस प्रकार बनाई गई उन संख्याओं, जो 10,000 से बड़ी हो, की संख्या है _____।

3. कक्षा 10 में 5 छात्र, कक्षा 11 में 6 छात्र तथा कक्षा 12 में 8 छात्र है। यदि 10 छात्रों को चुनने के तरीकों की संख्या, जिनमें से प्रत्येक कक्षा में से कम से कम 2 छात्र हो तथा कक्षाओं 10 और 11 के 11 छात्रों में से अधिक से अधिक 5 छात्र हो, 100 k है, तो k बराबर है _____।

4. यदि ${}^{n}P_{r} = {}^{n}P_{r+1}$ तथा ${}^{n}C_{r} = {}^{n}C_{r-1}$ है, तो r बराबर है :

(1) 1 (2) 4 (3) 2 (4) 3

5. माना n एक ऋणेत्तर पूर्णांक है। तो संख्या $(10)^{10}.(11)^{11}.(13)^{13}$ के "4n + 1" की तरह के भाजकों की संख्या है _____.

6. अंकों 0, 1, 3, 4, 6, 7 से बनने वाली तीन–अंकों की सम–संख्याओं, जबकि अंकों की पुनरावति की अनुमति नहीं है, की संख्या है _____।

7. अंक 1 का प्रयोग किए बिना 500 के बराबर या उससे कम 3 अंको की सभी संख्याएँ, जो 11 की गुणज है, का योग है?

8. एक संख्या को विलोमपद (palindrome) कहते हैं यदि इसे आगे तथा पीछे से पढ़ने पर एक ही संख्या मिलती है। उदाहरण के लिए 285582 छः अंकों का एक विलोमपद है। छः अंकों के विलोमपदों जो 55 से विभाजित होते हैं, की संख्या है _____।

9. माना S = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 9} है। तो समुच्चय $T = \{A \subseteq S : A \neq \phi$ तथा A के सभी अवयवों का योगफल 3 का गुणज नहीं है$\}$ में अवयवों की संख्या है _____।

10. शब्द 'VOWELS' के सभी अक्षरों का उपयोग करके बनाये गये छह अक्षरों वाले शब्दों (अर्थ के साथ या बिना) की संख्या, ताकि सभी व्यंजन कभी भी एक साथ न आये, होगी _____

11. माना $P_1, P_2, ..., P_{15}$ एक वत्त पर 15 बिन्दु हैं। बिन्दुओं P_i, P_j, P_k जिनके लिए $i + j + k \neq 15$, से बनने वाले भिन्न त्रिभुजों की संख्या है :

(1) 12 (2) 419 (3) 443 (4) 455

12. FARMER शब्द के सभी विन्यासों (arrangements) अर्थपूर्ण या अर्थहीन, जिनमें दो R एक साथ नहीं हैं, को लिखा जाता है। सभी विन्यासों को अंग्रेजी शब्दकोश की तरह एल्फाबेटिक क्रम में लगाया जाता हैं तब शब्द FARMER का क्रमांक है _____।

13. छात्रों, $S_1, S_2, ..., S_{10}$ को तीन समूहों A, B तथा C में इस प्रकार विभाजित करना है कि प्रत्येक समूह में कम से कम एक छात्र हो तथा समूह C में अधिक से अधिक 3 छात्र हों। तो इस प्रकार समूह बनाने की कुल संभावनायें हैं _____।

node06\B0BA-BB\Kota\JEE MAIN\Jee Main-2021_Subject Topic PDF With Solution\Mathematics\Hindi\ Permutation & combination

14. 6 भारतीयों तथा 8 विदेशियों में से एक वैज्ञानिक कमेटी बनानी है, जिसमें कम से कम दो भारतीय हों और उनसे दुगने विदेशी हों। तो ऐसी कमेटी बनाने के तरीकों की संख्या है:

(1) 1625 (2) 575 (3) 560 (4) 1050

15. xyz = 24 के धन पूर्णांक हलों (x, y, z) की कुल संख्या है:

(1) 36 (2) 24 (3) 45 (4) 30

16. अंकों 1, 2, 3, 4, 5 से 100 तथा 1000 के बीच की बनाई जा सकने वाली संख्याओं, यदि कोई भी अंक दोहराया नहीं जाता है तथा संख्याऐं या तो 3 से या 5 से विभाज्य हैं, की कुल संख्या है_____।

17. माना x, 3 अवयवों के एक समुच्चय A से 5 अवयवों के एक समुच्चय B में एकैकी फलनों की कुल संख्या को दर्शाता है तथा y, समुच्चय A से समुच्चय A × B में एकैकी फलनों की कुल संख्या को दर्शाता है। तो :

(1) y = 273x (2) 2y = 91x

(3) y = 91x (4) 2y = 273x

18. दो अंको की संख्याओं 'n', जिसके लिए $3^n + 7^n$, 10 का गुणज है, की कुल संख्या है _____.

19. केवल अंको 1,2 तथा 3 के प्रयोग से सात अंकों के पूर्णांकों, जिनके अंकों का योगफल 10 है, की संख्या है :

(1) 42 (2) 82 (3) 77 (4) 35

20. एक प्राकतिक संख्या के अभाज्य गुणनखंड $n = 2^x3^y5^z$ द्वारा दिए गये हैं, जहाँ y तथा z के लिए $y + z = 5$, $y^{-1} + z^{-1} = \frac{5}{6}$ तथा $y > z$ हैं। तो n के विषम भाजकों की संख्या, जिनमें 1 भी है, है :

(1) 11 (2) 6 (3) 6x (4) 12

21. एक चतुर्भुज ABCD, जिसके रेखा खंडों AB, CD, BC, DA के अन्दर क्रमशः 5, 7, 6, 9 बिंदु हैं, का विचार कीजिए। माना α उन त्रिभुजों की संख्या हैं, जिनके शीर्ष भिन्न भुजाओं पर ये बिंदु हैं तथा β उन चतुर्भुजों की संख्या है, जिनके शीर्ष भिन्न भुजाओं पर ये बिंदु हैं। तो $(\beta - \alpha)$ बराबर है :

(1) 795 (2) 1173 (3) 1890 (4) 717

22. यदि एक त्रिभुज ABC की तीन भुजाओं AB, BC तथा CA पर क्रमशः 3, 5 तथा 6 आंतरिक बिंदु हैं, तो इन बिंदुओं को शीर्ष लेकर बनाये जा सकने वाले त्रिभुजों की कुल संख्या है:

(1) 364 (2) 240

(3) 333 (4) 360

23. टीम 'A' में 7 लड़के तथा n लड़कियाँ है तथा टीम 'B' में 4 लड़के तथा 6 लड़कियाँ है। यदि इन दो टीम के बीच कुल 52 एकल मैच आयोजित किए जा सकते हैं, जब एक लड़का, एक लड़के के विरूद्ध खेलता है तथा एक लड़की, एक लड़की के विरूद्ध खेलती है, तो n बराबर है :

(1) 5 (2) 2

(3) 4 (4) 6

24. अंकों 1, 2, 2 तथा 3 से बनाई जा सकने वाली सभी 4 अंकों की भिन्न संख्याओं का योगफल है :

(1) 26664 (2) 122664

(3) 122234 (4) 22264

25. 1 से 1000 तक के पूर्णांकों को क्रम से लिखने पर अंक 3, _____बार लिखा जायेगा।

26. 4-अंकों की संख्याओं, जिनका 18 के साथ महत्तम सर्वनिष्ठ भाजक 3 है, की कुल संख्या है _____

node06\B0BA-BB\Kota\JEE MAIN\Jee Main-2021_Subject Topic PDF With Solution\Mathematics\Hindi\ Permutation & combination

SOLUTION

1. Official Ans. by NTA (777)

Sol. 15 : Players

6 : Bowlers

7 : Batsman

2 : Wicket keepers

Total number of ways for :

at least 4 bowlers, 5 batsman & 1 wicket keeper

$= {}^6C_4({}^7C_6 \times {}^2C_1 + {}^7C_5 \times {}^2C_2) + {}^6C_5 \times {}^7C_5 \times {}^2C_1$

$= \boxed{777}$

2. Official Ans. by NTA (96)

Sol.

2,4,6,8				
4	4	3	2	1

$= 4 \times 4 \times 3 \times 2 = 96$

3. Official Ans. by NTA (238)

Sol.

Class	10^{th}	11^{th}	12^{th}
Total student	5	6	8
	2	3	5

$\Rightarrow {}^5C_2 \times {}^6C_3 \times {}^8C_5$

Number of selection	2	2	6

$\Rightarrow {}^5C_2 \times {}^6C_2 \times {}^8C_6$

	3	2	5

$\Rightarrow {}^5C_3 \times {}^6C_2 \times {}^8C_5$

$\Rightarrow$ Total number of ways = 23800

According to question

$$100\ K = 23800$$

$\Rightarrow K = 238$

4. Official Ans. by NTA (3)

Sol. ${}^nP_r = {}^nP_{r+1} \Rightarrow \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{n!}{(n-r-1)!}$

$\Rightarrow (n-r) = 1 \quad \ldots(1)$

${}^nC_r = {}^nC_{r-1}$

$\Rightarrow \frac{n!}{r!(n-r)!} = \frac{n!}{(r-1)!(n-r+1)!}$

$\Rightarrow \frac{1}{r(n-r)!} = \frac{1}{(n-r+1)(n-r)!}$

$\Rightarrow n - r + 1 = r$

$\Rightarrow n + 1 = 2r \quad \ldots(2)$

$(1) \Rightarrow 2r - 1 - r = 1 \Rightarrow r = 2$

5. Official Ans. by NTA (924)

Sol. $N = 2^{10} \times 5^{10} \times 11^{11} \times 13^{13}$

Now, power of 2 must be zero,

power of 5 can be anything,

power of 13 can be anything.

But, power of 11 should be even.

So, required number of divisors is

$1 \times 11 \times 14 \times 6 = 924$

6. Official Ans. by NTA (52)

Sol. (i) When '0' is at unit place

		0
5	4	

Number of numbers = 20

(ii) When 4 or 6 are at unit place

OX		4,6
4 × 4		2

Number of numbers = 32

So number of numbers = 52

node06\B0BA-BB\Kota\JEE MAIN\Jee Main-2021_Subject Topic PDF With Solution\Mathematics\Hindi\ Permutation & combination

7. Official Ans. by NTA (7744)

Sol. 209, 220, 231, ..., 495

Sum = $\frac{27}{2}(209+495)=9504$

Number containing 1 at unit place $\underline{2}\ \underline{3}\ \underline{1}$, $\underline{3}\ \underline{4}\ \underline{1}$, $\underline{4}\ \underline{5}\ \underline{1}$

Number containing 1 at 10^{th} place $\underline{3}\ \underline{1}\ \underline{9}$, $\underline{4}\ \underline{1}\ \underline{8}$

Required = 9501 – (231 + 341 + 451 + 319 + 418)

7744

8. Official Ans. by NTA (100)

Sol.

5	a	b	b	a	5

It is always divisible by 5 and 11.

So, required number = 10 × 10 = 100

9. Official Ans. by NTA (80)

Sol. 3n type $\rightarrow$ 3, 6, 9 = P

3n – 1 type $\rightarrow$ 2, 5 = Q

3n – 2 type $\rightarrow$ 1,4 = R

number of subset of S containing one element which are not divisible by 3 = $^2C_1 + {}^2C_1 = 4$

number of subset of S containing two numbers whose some is not divisible by 3

$= {}^3C_1\times{}^2C_1+{}^3C_1\times{}^2C_1+{}^2C_2+{}^2C_2=14$

number of subsets containing 3 elements whose sum is not divisible by 3

$={}^3C_2\times{}^4C_1+\left({}^2C_2\times{}^2C_1\right)2+{}^3C_1\left({}^2C_2+{}^2C_2\right)=22$

number of subsets containing 4 elements whose sum is not divisible by 3

$={}^3C_3\times{}^4C_1+{}^3C_2\left({}^2C_2+{}^2C_2\right)+\left({}^3C_1{}^2C_1\times{}^2C_2\right)2$

= 4 + 6 + 12 = 22.

number of subsets of S containing 5 elements whose sum is not divisible by 3.

$= {}^3C_3\left({}^2C_2+{}^2C_2\right)+\left({}^3C_2{}^2C_1\times{}^2C_2\right)\times 2 = 2+12=14$

number of subsets of S containing 6 elements whose sum is not divisible by 3 = 4

$\Rightarrow$ Total subsets of Set A whose sum of digits is not divisible by 3 = 4 + 14 + 22 + 22 + 14 + 4 = 80.

10. Official Ans. by NTA (576)

Sol. VOWELS $\rightarrow$ 2 Vowels, 4 Consonants

All Consonants should not be together

= Total – All consonants together,

= 6! – 3! 4! = 576

11. Official Ans. by NTA (3)

Sol. Total Number of Triangles = $^{15}C_3$

i + j + k = 15 (Given)

5 Cases			4 Cases			3 Cases			1 Cases		
i	j	k	i	j	k	i	j	k	i	j	k
1	2	12	2	3	10	3	4	8	4	5	6
1	3	11	2	4	9	3	5	7			
1	4	10	2	5	8						
1	5	9	2	6	7						
1	6	8									

Number of Possible triangles using the vertices P_i, P_j, P_k such that i + j + k ≠ 15 is equal to $^{15}C_3 - 12 = 443$ Option (3)

12. Official Ans. by NTA (77)

Sol. FARMER (6)

A, E, F, M, R, R

A					
E					
F	A	E			
F	A	M			
F	A	R	E		
F	A	R	M	E	R

$\frac{\lfloor 5}{\lfloor 2}-\lfloor 4=60-24=36$

$\frac{\lfloor 3}{\lfloor 2}-\lfloor 2=3-2=1$

= 1

= 2

= 1

77

node06\B0BA-BB\Kota\JEE MAIN\Jee Main-2021_Subject Topic PDF With Solution\Mathematics\Hindi\ Permutation & combination

13. Official Ans. by NTA (31650)

Sol. If group C has one student then number of groups

$^{10}C_1[2^9 - 2] = 5100$

If group C has two students then number of groups

$^{10}C_2[2^8 - 2] = 11430$

If group C has three students then number of groups

$= {}^{10}C_3 \times [2^7 - 2] = 15120$

So total groups = 31650

14. Official Ans. by NTA (1)

Sol.

Indians	Foreigners	Number of ways
2	4	${}^6C_2 \times {}^8C_4 = 1050$
3	6	${}^6C_3 \times {}^8C_6 = 560$
4	8	${}^6C_4 \times {}^8C_8 = 15$

Total number of ways = 1625

15. Official Ans. by NTA (4)

Sol. $xyz = 2^3 \times 3^1$

Let $x = 2^{\alpha_1} \times 3^{\beta_1}$

$y = 2^{\alpha_2} \times 3^{\beta_2}$

$z = 2^{\alpha_3} \times 3^{\beta_2}$

Now $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 3$.

No. of non-negative intergal sol = $^5C_2 = 10$

& $\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = 1$

No. of non-negative intergal sol^n = $^3C_2 = 3$

Total ways = $10 \times 3 = 30$.

16. Official Ans. by NTA (32)

Sol. We need three digits numbers.

Since 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15

So, number of possible triplets for multiple of 15 is $1 \times 2 \times 2$

so Ans. = $4 \times \underline{|3} + 4 \times 3 - 1 \times 2 \times \underline{|2} = 32$

17. Official Ans. by NTA (2)

Sol. $x = {}^5C_3 \times 3! = 60$

$y = {}^{15}C_3 \times 3! = 15 \times 14 \times 13 = 30 \times 91$

$\therefore\ 2y = 91x$

18. Official Ans. by NTA (45)

Sol. for $3^n + 7^n$ to be divisible by 10

n can be any odd number

$\therefore$ Number of odd two digit numbers = 45

19. Official Ans. by NTA (3)

Sol. **(I)** First possiblity is 1, 1, 1, 1, 1, 2, 3

required number = $\frac{7!}{5!} = 7 \times 6 = 42$

(II) Second possiblity is 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2

required number = $\frac{7!}{4!\ 3!} = \frac{7 \times 6 \times 5}{6} = 35$

Total = 42 + 35 = 77

20. Official Ans. by NTA (4)

Sol. $y + z = 5$

$\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{5}{6}$ $\quad y > z$

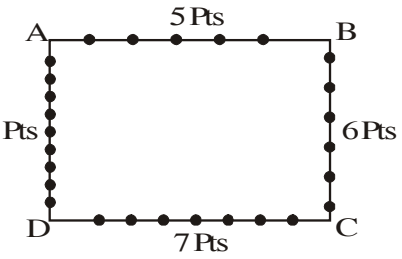
$\Rightarrow y = 3, z = 2$

$\Rightarrow n = 2^x.3^3.5^2 = (2.2.2\ ...)\ (3.3.3)\ (5.5)$

Number of odd divisors = $4 \times 3 = 12$

21. Official Ans by NTA (4)

Sol.



α = Number of triangles

$\alpha = 5 \cdot 6 \cdot 7 + 5 \cdot 7 \cdot 9 + 5 \cdot 6 \cdot 9 + 6 \cdot 7 \cdot 9$

$= 210 + 315 + 270 + 378$

$= 1173$

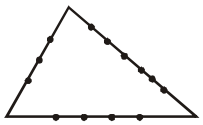
β = Number of Quadrilateral

$\beta = 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 9 = 1890$

$\beta - \alpha = 1890 - 1173 = 717$

node06\B0BA-BB\Kota\JEE MAIN\Jee Main-2021_Subject Topic PDF With Solution\Mathematics\Hindi\ Permutation & combination

22. Official Ans. by NTA (3)

Sol. 

Total Number of triangles formed

$= {}^{14}C_3 - {}^{3}C_3 - {}^{5}C_3 - {}^{6}C_3$

$= 333$ **Option (3)**

23. Official Ans. by NTA (3)

Sol. Total matches between boys of both team

$= {}^{7}C_1 \times {}^{4}C_1 = 28$

Total matches between girls of both team $= {}^{n}C_1 \, {}^{6}C_1 = 6n$

Now, $28 + 6n = 52$

$\Rightarrow n = 4$

24. Official Ans. by NTA (1)

Sol. Digits are 1, 2, 2, 3

total distinct numbers $\frac{4!}{2!} = 12$.

total numbers when 1 at unit place is 3.

2 at unit place is 6

3 at unit place is 3.

So, sum $= (3 + 12 + 9)(10^3 + 10^2 + 10 + 1)$

$= (1111) \times 24$

$= 26664$

25. Official Ans. by NTA (300)

Sol. $3__ = 10 \times 10 = 100$

$_3_ = 10 \times 10 = 100$

$__3 = 10 \times 10 = \frac{100}{300}$

26. Official Ans. by NTA (1000)

Sol. Let N be the four digit number

gcd(N,18) = 3

Hence N is an odd integer which is divisible by 3 but not by 9.

4 digit odd multiples of 3

1005, 1011,....., 9999 $\rightarrow$ 1500

4 digit odd multiples of 9

1017, 1035,....., 9999 $\rightarrow$ 500

Hence number of such N = 1000

node06\B0BA-BB\Kota\JEE MAIN\Jee Main-2021_Subject Topic PDF With Solution\Mathematics\Hindi\ Permutation & combination