DETERMINANT

1. माना a, b, c, d एक समांतर श्रेढ़ी में है, जिसका सार्वअन्तर λ है। यदि $\begin{vmatrix} x+a-c & x+b & x+a \\ x-1 & x+c & x+b \\ x-b+d & x+d & x+c \end{vmatrix}=2$ है, तो λ^2 का मान बराबर है ____________ ।

2. $k \in \mathbf{R}$ का वह मान, जिसके लिए रैखिक समीकरण निकाय

$3x - y + 4z = 3,$

$x + 2y - 3z = -2,$

$6x + 5y + kz = -3,$

के अनन्त हल हैं, है:

(1) 3 (2) – 5 (3) 5 (4) –3

3. λ तथा μ के वे मान जिनके लिए समीकरण निकाय $x + y + z = 6,\ 3x + 5y + 5z = 26,\ x + 2y + \lambda z = \mu$ का कोई हल नहीं हैं, हैं –

(1) $\lambda = 3, \mu = 5$ (2) $\lambda = 3, \mu \neq 10$

(3) $\lambda \neq 2, \mu = 10$ (4) $\lambda = 2, \mu \neq 10$

4. यदि समीकरण निकाय

$2x + 3y + 6z = 8$

$x + 2y + az = 5$

$3x + 5y + 9z = b$

का कोई हल नहीं है, तो a और b के मान है :

(1) a = 3, b ≠ 13 (2) a ≠ 3, b ≠ 13

(3) a ≠ 3, b = 3 (4) a = 3, b = 13

5. अंतराल $-\frac{\pi}{4} \le x \le \frac{\pi}{4}$ में, $\begin{vmatrix} \sin x & \cos x & \cos x \\ \cos x & \sin x & \cos x \\ \cos x & \cos x & \sin x \end{vmatrix} = 0$ के भिन्न वास्तविक मूलों की संख्या है :

(1) 4 (2) 1 (3) 2 (4) 3

6. माना

$$f(x)=\begin{vmatrix} \sin^2 x & -2+\cos^2 x & \cos 2x \\ 2+\sin^2 x & \cos^2 x & \cos 2x \\ \sin^2 x & \cos^2 x & 1+\cos 2x \end{vmatrix}, x \in [0,\pi]$$

है, तो f(x) का अधिकतम मान बराबर है ________ ।

7. माना $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ है। यदि रैखिक समीकरण निकाय

$(1 + \cos^2\theta)x + \sin^2 \theta\, y + 4 \sin 3\theta\, z = 0$

$\cos^2\theta\, x + (1 + \sin^2 \theta)\, y + 4 \sin 3\theta\, z = 0$

$\cos^2\theta\, x + \sin^2 \theta\, y + (1 + 4 \sin 3\theta)\, z = 0$

का अतुच्छ हल है, तो, θ का मान है :

(1) $\frac{4\pi}{9}$ (2) $\frac{7\pi}{18}$ (3) $\frac{\pi}{18}$ (4) $\frac{5\pi}{18}$

8. यदि रैखिक समीकरण निकाय

$2x + y - z = 3$

$x - y - z = \alpha$

$3x + 3y + \beta z = 3$

के अनंत हल हैं, तो $\alpha + \beta - \alpha\beta$ बराबर है _______ ।

9. माना $A = \begin{pmatrix} [x+1] & [x+2] & [x+3] \\ [x] & [x+3] & [x+3] \\ [x] & [x+2] & [x+4] \end{pmatrix}$, जहाँ [t]-महत्तम पूर्णांक ≤ t को दर्शाता है। यदि det(A) = 192 है, तो x के मानों का समुच्चय निम्न में से कौन सा अन्तराल है?

(1) [68, 69) (2) [62, 63)

(3) [65, 66) (4) [60, 61)

10. माना [λ] महत्तम पूर्णांक ≤ λ हैं। λ के सभी मानों, जिनके लिए रैखिक समीकरण निकाय $x + y + z = 4$, $3x + 2y + 5z = 3$, $9x + 4y + (28+ [\lambda])z = [\lambda]$ का हल है, का समुच्चय है :

(1) **R** (2) $(-\infty,-9)\cup(-9,\infty)$

(3) [–9, –8) (4) $(-\infty,-9)\cup[-8,\infty)$

11. यदि रैखीक समीकरण निकाय

$2x + y + z = 5$

$x - y + z = 3$

$x + y + az = b$

का कोई हल नहीं है, तो :

(1) $a = -\frac{1}{3}, b \neq \frac{7}{3}$ (2) $a \neq \frac{1}{3}, b = \frac{7}{3}$

(3) $a \neq -\frac{1}{3}, b = \frac{7}{3}$ (4) $a = \frac{1}{3}, b \neq \frac{7}{3}$

12. यदि $a_r = \cos\frac{2r\pi}{9} + i\sin\frac{2r\pi}{9}$, r = 1, 2, 3,...,

$i=\sqrt{-1}$, तो सारणिक $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_4 & a_5 & a_6 \\ a_7 & a_8 & a_9 \end{vmatrix}$ बराबर है :

(1) $a_2a_6 - a_4a_8$ (2) a_9

(3) $a_1a_9 - a_3a_7$ (4) a_5

13. यदि $\alpha + \beta + \gamma = 2\pi$ है, तो समीकरण निकाय

$x + (\cos\gamma)y + (\cos\beta)z = 0$

$(\cos\gamma)x + y + (\cos\alpha)z = 0$

$(\cos\beta)x + (\cos\alpha)y + z = 0$

(1) का कोई हल नहीं हैं (2) के अनंत हल हैं

(3) के ठीक दो हल हैं (4) का अद्वितीय हल हैं

14. निम्न रेखीय समीकरण का विचार कीजिए :

$-x + y + 2z = 0$

$3x - ay + 5z = 1$

$2x - 2y - az = 7$

माना $a \in \mathbf{R}$ के सभी मानों, जिनके लिए यह निकाय असंगत है, का समुच्चय S_1 है तथा $a \in R$ के सभी मानों, जिनके लिए इस निकाय के अनंत हल हैं, का समुच्चय S_2 है। यदि S_1 तथा S_2 में अवयवों की संख्या क्रमशः $n(S_1)$ तथा $n(S_2)$ है, तब :

(1) $n(S_1) = 2, n(S_2) = 2$

(2) $n(S_1) = 1, n(S_2) = 0$

(3) $n(S_1) = 2, n(S_2) = 0$

(4) $n(S_1) = 0, n(S_2) = 2$

15. निम्न रैखिक समीकरणों का निकाय

$3x - 2y - kz = 10$

$2x - 4y - 2z = 6$

$x + 2y - z = 5m$

असंगत है यदि:

(1) $k = 3, m = \frac{4}{5}$ (2) $k \neq 3, m \in R$

(3) $k \neq 3, m \neq \frac{4}{5}$ (4) $k = 3, m \neq \frac{4}{5}$

16. यदि समीकरण निकाय

$kx + y + 2z = 1$

$3x - y - 2z = 2$

$-2x - 2y - 4z = 3$

के अनन्त हल हैं, तो k बराबर है________।

17. रैखिक समीकरण निकाय

$2x + 3y + 2z = 9$

$3x + 2y + 2z = 9$

$x - y + 4z = 8$

(1) का एक हल (α, β, γ) है जो $\alpha + \beta^2 + \gamma^3 = 12$ को संतुष्ट करता है

(2) के अनन्त हल है।

(3) का कोई हल नहीं है

(4) का केवल एक हल है

18. निम्न समीकरण निकाय पर विचार कीजिए :

$x + 2y - 3z = a$

$2x + 6y - 11z = b$

$x - 2y + 7z = c$,

जहाँ a, b तथा c वास्तविक अचर हैं। तो इस समीकरण निकाय:

(1) का केवल एक हल है जब $5a = 2b + c$ है

(2) के अनन्त हल हैं जब $5a = 2b + c$ है

(3) का सभी a, b तथा c के लिए कोई हल नहीं है

(4) का सभी a, b तथा c के लिए केवल एक हल है

19. रैखिक समीकरण निकाय :

$x - 2y = 1, x - y + kz = -2, ky + 4z = 6, k \in R$,

के लिए, नीचे दिए कथनों पर विचार कीजिए :

(A) निकाय का केवल एक हल है, यदि $k \neq 2, k \neq -2$ है

(B) निकाय का केवल एक हल है, यदि $k = -2$.

(C) निकाय का केवल एक हल है, यदि $k = 2$.

(D) निकाय का कोई हल नहीं है, यदि $k = 2$.

(E) निकाय के अनन्त हल हैं, यदि $k \neq -2$ है।

तो निम्न कथनों में कौन से सत्य हैं ?

(1) केवल (C) तथा (D) (2) केवल (B) तथा (E)

(3) केवल (A) तथा (E) (4) केवल (A) तथा (D)

20. $\begin{vmatrix} (a+1)(a+2) & a+2 & 1 \\ (a+2)(a+3) & a+3 & 1 \\ (a+3)(a+4) & a+4 & 1 \end{vmatrix}$ का मान है :

(1) (a + 2) (a + 3) (a + 4)

(2) –2

(3) (a + 1) (a + 2) (a + 3)

(4) 0

21. $f(x)=\begin{vmatrix} \sin^2 x & 1+\cos^2 x & \cos 2x \\ 1+\sin^2 x & \cos^2 x & \cos 2x \\ \sin^2 x & \cos^2 x & \sin 2x \end{vmatrix}, x \in R$ का अधिकतम मान है :

(1) $\sqrt{7}$ (2) $\frac{3}{4}$ (3) $\sqrt{5}$ (4) 5

22. समीकरण निकाय kx + y + z = 1, x + ky + z = k तथा x + y + zk = k^2 का कोई हल नहीं है, यदि k बराबर है :

(1) 0 (2) 1

(3) –1 (4) –2

23. समीकरण

$$\begin{vmatrix} 1+\sin^2 x & \sin^2 x & \sin^2 x \\ \cos^2 x & 1+\cos^2 x & \cos^2 x \\ 4\sin 2x & 4\sin 2x & 1+4\sin 2x \end{vmatrix} = 0, (0 < x < \pi)$$

के हल है :

(1) $\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{6}$ (2) $\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$

(3) $\frac{5\pi}{12}, \frac{7\pi}{12}$ (4) $\frac{7\pi}{12}, \frac{11\pi}{12}$

24. माना α,β,γ समीकरण $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$, ($a,b,c \in R$ तथा $a,b \neq 0$) के वास्तविक मूल हैं। यदि u,v,w में समीकरण निकाय $\alpha u + \beta v + \gamma w = 0$, $\beta u + \gamma v + \alpha w = 0$; $\gamma u + \alpha v + \beta w = 0$ का अतुच्छ हल है, तो $\frac{a^2}{b}$ का मान है :

(1) 5 (2) 3 (3) 1 (4) 0

25. माना रैखिक समीकरण निकाय

$4x + \lambda y + 2z = 0$

$2x - y + z = 0$

$\mu x + 2y + 3z = 0, \lambda, \mu \in R$

का एक अतुच्छ हल है। तो निम्न में से कौन सा सत्य है ?

(1) $\mu = 6, \lambda \in R$ (2) $\lambda = 2, \mu \in R$

(3) $\lambda = 3, \mu \in R$ (4) $\mu = -6, \lambda \in R$

SOLUTION

1. $\begin{vmatrix} x+a-c & x+b & x+a \\ x-1 & x+c & x+b \\ x-b+d & x+d & x+c \end{vmatrix} = 2$

$C_2 \to C_2 - C_3$

$\Rightarrow \begin{vmatrix} x-2\lambda & \lambda & x+a \\ x-1 & \lambda & x+b \\ x+2\lambda & \lambda & x+c \end{vmatrix} = 2$

$R_2 \to R_2 - R_1, \quad R_3 \to R_3 - R_1$

$\Rightarrow \lambda \begin{vmatrix} x-2\lambda & 1 & x+a \\ 2\lambda-1 & 0 & \lambda \\ 4\lambda & 0 & 2\lambda \end{vmatrix} = 2$

$\Rightarrow 1\,(4\lambda^2 - 4\lambda^2 + 2\lambda) = 2$

$\Rightarrow \boxed{\lambda^2 = 1}$

2. $\begin{vmatrix} 3 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -3 \\ 6 & 5 & K \end{vmatrix} = 0$

$\Rightarrow 3(2K + 15) + K + 18 - 28 = 0$

$\Rightarrow 7K + 35 = 0 \Rightarrow K = -5$

3. $x + y + z = 6 \quad \ldots(i)$

$3x + 5y + 5z = 26 \quad \ldots(ii)$

$x + 2y + \lambda z = \mu \quad \ldots(iii)$

$5 \times (i) - (ii) \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$

$\therefore$ from (i) and (iii)

$y + z = 4 \quad \ldots(iv)$

$2y + \lambda z = \mu - 2 \quad \ldots(v)$

$(v) - 2 \times (iv)$

$\Rightarrow (\lambda - 2)z = \mu - 10$

$\Rightarrow z = \dfrac{\mu - 10}{\lambda - 2}$ & $y = 4 - \dfrac{\mu - 10}{\lambda - 2}$

$\therefore$ For no solution $\lambda = 2$ and $\mu \neq 10$.

4. $D = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 6 \\ 1 & 2 & a \\ 3 & 5 & 9 \end{vmatrix} = 3 - a$

$D = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 8 \\ 1 & 2 & 5 \\ 3 & 5 & b \end{vmatrix} = b - 13$

If $a = 3$, $b \neq 13$, no solution.

5. $\begin{vmatrix} \sin x & \cos x & \cos x \\ \cos x & \sin x & \cos x \\ \cos x & \cos x & \sin x \end{vmatrix} = 0, \ \dfrac{-\pi}{4} \le x \le \dfrac{\pi}{4}$

Apply : $R_1 \to R_1 - R_2$ & $R_2 \to R_2 - R_3$

$\begin{vmatrix} \sin x - \cos x & \cos x - \sin x & 0 \\ 0 & \sin x - \cos x & \cos x - \sin x \\ \cos x & \cos x & \sin x \end{vmatrix} = 0$

$(\sin x - \cos x)^2 \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ \cos x & \cos x & \sin x \end{vmatrix} = 0$

$(\sin x - \cos x)^2(\sin x + 2\cos x) = 0$

$\therefore x = \dfrac{\pi}{4}$

6. $\begin{vmatrix} -2 & -2 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \\ \sin^2 x & \cos^2 x & 1+\cos 2x \end{vmatrix} \begin{pmatrix} R_1 \to R_1 - R_2 \\ \& \ R_2 \to R_2 - R_3 \end{pmatrix}$

$-2(\cos^2 x) + 2(2 + 2\cos 2x + \sin^2 x)$

$4 + 4\cos 2x - 2(\cos^2 x - \sin^2 x)$

$f(x) = 4 + \underbrace{2\cos 2x}_{\max = 1}$

$f(x)_{\max} = 4 + 2 = 6$

7. **Case–I**

$$\begin{vmatrix} 1+\cos^2\theta & \sin^2\theta & 4\sin 3\theta \\ \cos^2\theta & 1+\sin^2\theta & 4\sin 3\theta \\ \cos^2\theta & \sin^2\theta & 1+4\sin 3\theta \end{vmatrix} = 0$$

$C_1 \rightarrow C_1 + C_2$

$$\begin{vmatrix} 2 & \sin^2\theta & 4\sin 3\theta \\ 2 & 1+\sin^2\theta & 4\sin 3\theta \\ 1 & \sin^2\theta & 1+4\sin 3\theta \end{vmatrix} = 0$$

$R_1 \rightarrow R_1 - R_2,\ R_2 \rightarrow R_2 - R_3$

$$\begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & \sin^2\theta & 1+4\sin^3\theta \end{vmatrix} = 0$$

or $4 \sin 3\theta = -2$

$\sin 3\theta = -\dfrac{1}{2}$

$\theta = \dfrac{7\pi}{18}$

8. $2 \times$ (i) – (ii) – (iii) gives :

$-(1+\beta)z = 3 - \alpha$

For infinitely many solution

$\beta + 1 = 0 = 3 - \alpha \Rightarrow (\alpha,\beta) = (3,-1)$

Hence, $\alpha + \beta - \alpha\beta = 5$

9. $$\begin{vmatrix} [x+1] & [x+2] & [x+3] \\ [x] & [x+3] & [x+3] \\ [x] & [x+2] & [x+4] \end{vmatrix} = 192$$

$R_1 \rightarrow R_1 - R_3$ & $R_2 \rightarrow R_2 - R_3$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ [x] & [x]+2 & [x]+4 \end{bmatrix} = 192$$

$2[x] + 6 + [x] = 192 \Rightarrow [x] = 62$

10. $D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 5 \\ 9 & 4 & 28+[\lambda] \end{vmatrix} = -24 - [\lambda] + 15 = -[\lambda] - 9$

if $[\lambda] + 9 \neq 0$ then unique solution

if $[\lambda] + 9 = 0$ then $D_1 = D_2 = D_3 = 0$

so infinite solutions

Hence λ can be any red number.

11. Here $D = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & a \end{vmatrix} \begin{matrix} = 2(-a-1) - 1(a-1) + 1 + 1 \\ = 1 - 3a \end{matrix}$

$D_3 = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & b \end{vmatrix} \begin{matrix} = 2(-b-3) - 1(b-3) + 5(1+1) \\ = 7 - 3b \end{matrix}$

for $a = \dfrac{1}{3},\ b \neq \dfrac{7}{3}$, system has no solutions

12. $a_r = e^{\frac{i\,2\pi r}{9}}$, $r = 1, 2, 3, \ldots$ $a_1, a_2, a_3, \ldots$ are in G.P. $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_n & a_5 & a_6 \\ a_7 & a_8 & a_9 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & a_2^2 & a_1^3 \\ a_1^4 & a_1^5 & a_1^6 \\ a_1^7 & a_1^8 & a_1^9 \end{vmatrix} = a_1.a_1^4.a_1^7 \begin{vmatrix} 1 & a_1 & a_1^2 \\ 1 & a_1 & a_1^2 \\ 1 & a_1 & a_1^2 \end{vmatrix} = 0$

Now $a_1a_9 - a_3a_7 = a_1^{10} - a_1^{10} = 0$

13. $\alpha + \beta + \gamma = 2\pi$

$$\begin{vmatrix} 1 & \cos\gamma & \cos\beta \\ \cos\gamma & 1 & \cos\alpha \\ \cos\beta & \cos\alpha & 1 \end{vmatrix}$$

$= 1 + 2\cos\alpha.\cos\beta.\cos\gamma - \cos^2\alpha - \cos^2\beta - \cos^2\gamma$

$= \sin^2\gamma - \cos^2\alpha - \cos^2\beta + (\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta))\cos\gamma$

$= \sin^2\gamma - \cos^2\alpha - \cos^2\beta + \cos^2\gamma + \cos(\alpha-\beta)\cos\gamma$

$= \sin^2\alpha - \cos^2\beta + \cos(\alpha-\beta)\cos(\alpha+\beta)$

$= \sin^2\alpha - \cos^2\beta + \cos^2\alpha - \sin^2\beta = 0$

14. $\Delta = \begin{vmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 3 & -a & 5 \\ 2 & -2 & -a \end{vmatrix}$

$= -1(a^2 + 10) - 1(-3a - 10) + 2(-6 + 2a)$

$= -a^2 - 10 + 3a + 10 - 12 + 4a$

$\Delta = -a^2 + 7a - 12$

$\Delta = -[a^2 - 7a + 12]$

$\Delta = -[(a-3)(a-4)]$

$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & -a & 5 \\ 7 & -2 & -a \end{vmatrix}$

$= 0 - 1(-a - 35) + 2(-2 + 7a)$

$\Rightarrow$ a + 35 – 4 + 14a

15a + 31

Now Δ_1 = 15a + 31

For inconsistent $\Delta = 0$ $\therefore$ a = 3, a = 4

and for a = 3 and 4 $\Delta_1 \neq 0$

n(S_1) = 2

For infinite solution : $\Delta = 0$

and $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_3 = 0$

Not possible

$\therefore$ n(S_2) = 0

15. $$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -2 & -k \\ 2 & -4 & -2 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 0$$

$\Rightarrow$ 24 – 2(0) – k(8) = 0 $\Rightarrow$ k = 3

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 10 & -2 & -3 \\ 6 & -4 & -2 \\ 5m & 2 & -1 \end{vmatrix}$$

= 10(8) – 2(–10m + 6) – 3(12 + 20m)

= 8(4 – 5m)

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 3 & 10 & -3 \\ 2 & 6 & -2 \\ 1 & 5m & -1 \end{vmatrix}$$

= 3(–6 + 10m) + 10(0) – 3(10m – 6)

= 0

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 3 & -2 & 10 \\ 2 & -4 & 6 \\ 1 & 2 & 5m \end{vmatrix}$$

= 3(–20m – 12) – 2(6 – 10m) + 10(8)

= 40m – 32 = 8(5m – 4)

for inconsistent

$k = 3$ & $m \neq \frac{4}{5}$

16. We observe $5P_2 - P_1 = 3P_3$

So, 15 – K = –6

$\Rightarrow$ K = 21

17. 2x + 3y + 2z = 9 ...(1)

3x + 2y + 2z = 9 ...(2)

x – y + 4z = 8 ...(3)

(1) – (2) $\Rightarrow$ –x + y = 0 $\Rightarrow$ x – y = 0

from (3) 4z = 8 $\Rightarrow$ z = 2

from (1) 2x + 3y = 5

$\Rightarrow$ x = y = 1

$\therefore$ system has unique solution

18. P_1 : x + 2y – 3z = a

P_2 : 2x + 6y – 11z = b

P_3 : x – 2y + 7z = c

Clearly

$5P_1 = 2P_2 + P_3$ if 5a = 2b + c

$\Rightarrow$ All the planes sharing a line of intersection

$\Rightarrow$ infinite solutions

19. $$D = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 1 & -1 & k \\ 0 & k & 4 \end{vmatrix} = 4 - k^2$$

so, A is correct and B, C, E are incorrect.

If k = 2

$$D_1 = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & -1 & 2 \\ 6 & 2 & 4 \end{vmatrix} = -48 \neq 0$$

So no solution

D is correct.

20. $R_2 \to R_2 - R_1$ and $R_3 \to R_3 - R_1$

$$\Delta = \begin{vmatrix} (a+1)(a+2) & a+2 & 1 \\ (a+2)(a+3-a-1) & 1 & 0 \\ a^2+7a+12-a^2-3a-2 & 2 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} a^2+3a+2 & a+2 & 1 \\ 2(a+2) & 1 & 0 \\ 4a+10 & 2 & 0 \end{vmatrix}$$

= 4(a + 2) – 4a – 10

= 4a + 8 – 4a – 10 = –2

21. $C_1 + C_2 \to C_1$

$$\begin{vmatrix} 2 & 1+\cos^2 x & \cos 2x \\ 2 & \cos^2 x & \cos 2x \\ 1 & \cos^2 x & \sin 2x \end{vmatrix}$$

$R_1 - R_2 \to R_1$

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & \cos^2 x & \cos 2x \\ 1 & \cos^2 x & \sin 2x \end{vmatrix}$$

Open w.r.t. R_1

$-(2 \sin 2x - \cos 2x)$

$\cos 2x - 2 \sin 2x = f(x)$

$f(x)\big|_{max} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$

22. $kx + y + z = 1$

$x + ky + z = k$

$x + y + zk = k^2$

$$\Delta = \begin{vmatrix} K & 1 & 1 \\ 1 & K & 1 \\ 1 & 1 & K \end{vmatrix} = K(K^2-1) - 1(K-1) + 1(1-K)$$

$= K^3 - K - K + 1 + 1 - K$

$= K^3 - 3K + 2$

$= (K - 1)^2 (K + 2)$

For $K = 1$

$\Delta = \Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_3 = 0$

But for $K = -2$, at least one out of Δ_1, Δ_2, Δ_3 are not zero

Hence for no sol^n, $K = -2$

23. $$\begin{vmatrix} 1+\sin^2 x & \sin^2 x & \sin^2 x \\ \cos^2 x & 1+\cos^2 x & \cos^2 x \\ 4\sin 2x & 4\sin 2x & 1+4\sin 2x \end{vmatrix} = 0$$

use $R_1 \to R_1 + R_2 + R_3$

$$\Rightarrow (2 + 4\sin 2x) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \cos^2 x & 1+\cos^2 x & \cos^2 x \\ 4\sin 2x & 4\sin 2x & 1+4\sin 2x \end{vmatrix} = 0$$

$\Rightarrow \sin 2x = -\dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow 2x = \pi + \dfrac{\pi}{6}, 2\pi - \dfrac{\pi}{6}$

$x = \dfrac{\pi}{2} + \dfrac{\pi}{12}, \pi - \dfrac{\pi}{12}$

24. $$\begin{vmatrix} \alpha & \beta & \gamma \\ \beta & \gamma & \alpha \\ \gamma & \alpha & \beta \end{vmatrix} = 0$$

$\Rightarrow -(\alpha + \beta + \gamma)(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 - \Sigma\alpha\beta) = 0$

$\Rightarrow -(-a)(a^2 - 2b - b) = 0$

$\Rightarrow a(a^2 - 3b) = 0$

$\Rightarrow a^2 = 3b \Rightarrow \dfrac{a^2}{b} = 3$

25. For non-trivial solution

$$\begin{vmatrix} 4 & \lambda & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ \mu & 2 & 3 \end{vmatrix} = 0$$

$\Rightarrow 2\mu - 6\lambda + \lambda\mu = 12$

when $\mu = 6$, $12 - 6\lambda + 6\lambda = 12$

which is satisfied by all λ