# CIRCLE

**1.** माना सबसे बड़े तथा सबसे छोटे वत्तों, जो बिन्दु (–4, 1) से होकर जाते हैं तथा जिनके केन्द्र, वत्त $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 4 = 0$ की परिधि पर स्थित हैं, की त्रिज्याएँ क्रमशः $r_1$ तथा $r_2$ हैं। यदि $\frac{r_1}{r_2} = a + b\sqrt{2}$ है, तो a + b बराबर हैं:

(1) 3 (2) 11 (3) 5 (4) 7

**2.** माना : वत्त $S : 36x^2 + 36y^2 - 108x + 120y + C = 0$ न तो निर्देशांक अक्षों को काटता है और न ही उनको स्पर्श करता है। यदि रेखाओं, $x - 2y = 4$ तथा $2x - y = 5$ का प्रतिच्छेदन बिन्दु, वत्त S के अन्दर स्थित है, तो –

(1) $\frac{25}{9} < C < \frac{13}{3}$ (2) $100 < C < 165$

(3) $81 < C < 156$ (4) $100 < C < 156$

**3.** बिंदु P(–1, 1) से वत्त $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$ पर दो स्पर्श रेखाएँ खींची जाती हैं। यदि ये स्पर्श रेखाएँ वत्त को बिंदुओं A तथा B पर स्पर्श करती हैं तथा वत्त पर D एक बिंदु है जिसके लिए रेखाखंडों AB तथा AD की लम्बाइयाँ बराबर हैं, तो त्रिभुज ABD का क्षेत्रफल बराबर है :

(1) 2 (2) $(3\sqrt{2} + 2)$

(3) 4 (4) $3(\sqrt{2} - 1)$

**4.** माना मूलबिंदु O से होकर जाने वाले तथा केन्द्र C(2, 3) के एक वत्त पर P तथा Q दो भिन्न बिंदु हैं। यदि OC, रेखाखंडों CP तथा CQ के लंबवत है, तो समुच्चय {P, Q} बराबर है :

(1) $\{(4,0),(0,6)\}$

(2) $\{(2+2\sqrt{2}, 3-\sqrt{5}), (2-2\sqrt{2}, 3+\sqrt{5})\}$

(3) $\{(2+2\sqrt{2}, 3+\sqrt{5}), (2-2\sqrt{2}, 3-\sqrt{5})\}$

(4) $\{(-1, 5), (5, 1)\}$

**5.** माना

$A = \{(x,y) \in \mathbf{R} \times \mathbf{R} \,|\, 2x^2 + 2y^2 - 2x - 2y = 1\}$,

$B = \{(x,y) \in \mathbf{R} \times \mathbf{R} \,|\, 4x^2 + 4y^2 - 16y + 7 = 0\}$

तथा

$C = \{(x,y) \in \mathbf{R} \times \mathbf{R} \,|\, x^2 + y^2 - 4x - 2y + 5 \le r^2\}$

है।

तो $|r|$ का निम्नतम मान, जिसके लिए $A \cup B \subseteq C$ है, बराबर है :

(1) $\frac{3+\sqrt{10}}{2}$ (2) $\frac{2+\sqrt{10}}{2}$

(3) $\frac{3+2\sqrt{5}}{2}$ (4) $1+\sqrt{5}$

**6.** एक वत्त C, y-अक्ष को (0, 6) पर स्पर्श करता है तथा x-अक्ष $6\sqrt{5}$ का अंतःखंड काटता है। तो वत्त C की त्रिज्या बराबर है :

(1) $\sqrt{53}$ (2) 9 (3) 8 (4) $\sqrt{82}$

**7.** एक बिंदु, जो इस प्रकार चलता है कि इसकी बिंदुओं (0, 0), (1, 0), (0, 1) (1, 1) से दूरियों के वर्गों का योग 18 इकाई है, का बिंदुपथ d व्यास का एक वत्त है। तो $d^2$ बराबर है ________.

**8.** एक वत्त C रेखा x = 2y को बिन्दु (2,1) पर स्पर्श करता है तथा वत्त $C_1 : x^2 + y^2 + 2y - 5 = 0$ को दो बिन्दुओं P तथा Q पर इस प्रकार काटता है कि PQ वत्त $C_1$ का एक व्यास है, तो C का व्यास है –

(1) $7\sqrt{5}$ (2) 15

(3) $\sqrt{285}$ (4) $4\sqrt{15}$

**9.** माना समीकरण $x^2 + y^2 + px + (1 - p)y + 5 = 0$ उन वत्तों को दर्शाती है, जिनकी चर त्रिज्या $r \in (0, 5]$ है। तो समुच्चय $S = \{q : q = p^2$ तथा q एक पूर्णांक है$\}$ में अवयवों की संख्या है _________ ।

**10.** माना सभी पूर्णांकों का समुच्चय $\mathbb{Z}$ हैं,

$A = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} : (x-2)^2 + y^2 \le 4\}$,

$B = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} : x^2 + y^2 \le 4\}$ तथा

$C = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} : (x-2)^2 + (y-2)^2 \le 4\}$ हैं।

यदि $A \cap B$ से $A \cap C$ में संबंधों की कुल संख्या $2^p$ हैं, तो p का मान है :

(1) 16 (2) 25 (3) 49 (4) 9

**11.** 5 इकाई त्रिज्या के दो वत्त एक दूसरे को बिन्दु (1, 2) पर स्पर्श करते हैं। यदि उनकी उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा का समीकरण 4x + 3y = 10 है तथा उनके केन्द्र $C_1(\alpha, \beta)$ और $C_2(\gamma, \delta)$, $C_1 \neq C_2$ हैं, तो $|(\alpha+\beta)(\gamma+\delta)|$ बराबर हैं ___________।

**12.** यदि चर रेखा $3x + 4y = \alpha$, दो वत्तों $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$ तथा $(x-9)^2 + (y-1)^2 = 4$ के बीच इस प्रकार स्थित है कि यह किसी भी वत्त से जीवा नहीं बनाती, तो $\alpha$ के सभी पूर्णांक मानों का योग है ________.

**13.** माना वत्त $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ का केन्द्र B है। माना वत्त के दो बिंदुओ P तथा Q पर स्पर्श रेखाओं का प्रतिच्छेदन बिंदु A(3, 1) है। तो $8 \cdot \left(\dfrac{\Delta APQ \text{ का क्षेत्रफल}}{\Delta BPQ \text{ का क्षेत्रफल}}\right)$ बराबर है_____।

**14.** यदि त्रिभुज, जो धनात्मक x-अक्ष तथा वत्त $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 25$ के बिन्दु (5, 7) पर खींचे गए अभिलम्ब तथा स्पर्श रेखा द्वारा बनता है, का क्षेत्रफल A है, तो 24A बराबर है _____।

**15.** वत्त, $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$ का कोई एक व्यास, किसी और वत्त 'C' की एक जीवा है। यदि वत्त 'C' का केन्द्र (2, 1) है, तो इस की त्रिज्या बराबर है ___।

**16.** यदि बिंदु (3, 2) से वत्त $x^2 + y^2 = 1$ के किसी बिंदु तक रेखा–खण्ड के मध्य -बिन्दु का बिंदुपथ r त्रिज्या का एक वत्त है, तो r बराबर है:

(1) 1 (2) $\frac{1}{2}$ (3) $\frac{1}{3}$ (4) $\frac{1}{4}$

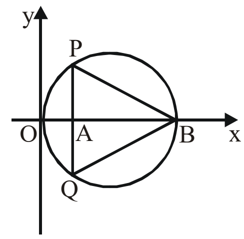
**17.** माना दो बिंदु A(1, 4) तथा B(1, –5) हैं। माना वत्त $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$ पर P एक बिंदु है, जिसके लिए $(PA)^2 + (PB)^2$ का मान अधिकतम है, तो बिन्दु P, A तथा B निम्न में से किस पर स्थित है ?

(1) एक अतिपरवलय (2) एक सरलरेखा

(3) एक दीर्घवत्त (4) एक परवलय

**18.** माना एक वक्र के प्रत्येक बिंदु पर अभिलम्ब, बिन्दु (a, b) से होकर जाते हैं। यदि यह वक्र बिंदुओं (3, –3) तथा $\left(4, -2\sqrt{2}\right)$, से होकर जाता है, तथा $a - 2\sqrt{2}\, b = 3$, तो $(a^2 + b^2 + ab)$ बराबर है _____.

**19.** नीचे दिए वत्त में, माना OA = 1 इकाई, OB = 13 इकाई तथा PQ ⊥ OB हैं। तो त्रिभुज PQB का क्षेत्रफल (वर्ग इकाईयों में) है:




(1) $24\sqrt{2}$ (2) $24\sqrt{3}$

(3) $26\sqrt{3}$ (4) $26\sqrt{2}$

**20.** माना वत्त $x^2 + y^2 + ax + 2ay + c = 0$, (a < 0) द्वारा x-अक्ष तथा y-अक्ष पर बनाये गये अंतःखंडों की लम्बाईयाँ क्रमशः $2\sqrt{2}$ तथा $2\sqrt{5}$ हैं। तो इस वत्त की एक स्पर्श रेखा, जो रेखा x + 2y = 0 के लम्बवत है, की मूलबिंदु से न्यूनतम दूरी बराबर है :

(1) $\sqrt{11}$ (2) $\sqrt{7}$ (3) $\sqrt{6}$ (4) $\sqrt{10}$

**21.** माना भुजा की इकाई लम्बाई का एक वर्ग ABCD है। माना इकाई त्रिज्या तथा केन्द्र A का एक वत्त $C_1$ खींचा जाता है। वत्त $C_1$ तथा रेखाओं AD और AB को स्पर्श करता हुआ एक और वत्त $C_2$ भी खींचा जाता है। माना बिंदु C से वत्त $C_2$ की एक स्पर्श रेखा भुजा AB को E पर मिलती है। यदि EB की लम्बाई $\alpha+\sqrt{3}\beta$ है, जहाँ $\alpha, \beta$ पूर्णांक है, तो $\alpha+\beta$ बराबर है _______ ।

**22.** एक बिंदु P से वत्त $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$ पर दो स्पर्श रेखाएँ खींची गई हैं। इन स्पर्श रेखाओं के बीच का कोण $\tan^{-1}\left(\frac{12}{5}\right)$ है, जहाँ $\tan^{-1}\left(\frac{12}{5}\right) \in (0, \pi)$ है। यदि वत्त का केन्द्र C है तथा ये स्पर्श रेखाएँ वत्त को बिंदुओं A तथा B पर स्पर्श करती हैं, तो $\Delta PAB$ तथा $\Delta CAB$ के क्षेत्रफलों का अनुपात है :

(1) 11 : 4 (2) 9 : 4 (3) 3 :1 (4) 2 : 1

**23.** माना वत्त $x^2 + y^2 = 25$ के बिंदु R(3, 4) पर स्पर्श रेखा x-अक्ष तथा y-अक्ष को क्रमशः बिंदुओं P तथा Q पर मिलती है। यदि मूलबिंदु O से होकर जाने वाले वत्त, जिसका केन्द्र त्रिभुज OPQ का अंतः केन्द्र है, की त्रिज्या r है, तो $r^2$ बराबर हैः

(1) $\frac{529}{64}$ (2) $\frac{125}{72}$ (3) $\frac{625}{72}$ (4) $\frac{585}{66}$

**24.** एक वत्त के बिन्दु (2, 5) पर स्पर्श रेखा का समीकरण $2x - y + 1 = 0$ है तथा वत्त का केन्द्र रेखा $x - 2y = 4$ पर है, तो वत्त की त्रिज्या है :

(1) $3\sqrt{5}$ (2) $5\sqrt{3}$ (3) $5\sqrt{4}$ (4) $4\sqrt{5}$

**25.** दो वत्तों

$x^2 + y^2 - 10x - 10y + 41 = 0$ तथा

$x^2 + y^2 - 16x - 10y + 80 = 0$

के लिए असत्य कथन चुनिए :

(1) दो केन्द्रों के बीच की दूरी दोनों वत्तों की त्रिज्याओं का माध्य है

(2) दोनों वत्तों के केन्द्र एक दूसरे के आंतरिक भाग में है

(3) दोनों वत्त एक दूसरे के केन्द्र से होकर जाते है

(4) वत्तों के दो प्रतिच्छेदन बिन्दु है

**26.** वत्तों

$x^2 + y^2 -10x - 10y + 41 = 0$ तथा

$x^2 + y^2 - 24x - 10y + 160 = 0$

के लिए यदि बिन्दु $P_1$ एक वत्त पर है तथा बिन्दु $P_2$ दूसरे वत्त पर है, तो बिन्दुओं $P_1$ तथा $P_2$ के बीच की न्यूनतम दूरी है ______ ।

**27.** दो वत्तों जिनके समीकरण

$x^2 + y^2 - 10x - 10y + 41 = 0$

$x^2 + y^2 - 22x - 10y + 137 = 0$

हैं, के लिए सही कथन चुनिए :

(1) एक बिंदु दोनों वत्तों का केन्द्र है

(2) वत्त किसी भी बिंदु पर नहीं मिलते

(3) वत्त केवल एक बिंदु पर मिलते है

(4) वत्त दो बिंदुओं पर मिलते है

**28.** चार वत्तों M, N, O तथा P के समीकरण है :

वत्त M : $x^2 + y^2 = 1$

वत्त N : $x^2 + y^2 - 2x = 0$

वत्त O : $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$

वत्त P : $x^2 + y^2 - 2y = 0$

यदि वत्त M को केन्द्र वत्त N के केन्द्र से मिलाया जाता है, वत्त N को केन्द्र वत्त O के केन्द्र से मिलाया जाता है, वत्त O का केन्द्र वत्त P के केन्द्र से मिलाया जाता है तथा वत्त P का केन्द्र वत्त M के केन्द्र से मिलाया जाता है, तो ये रेखाएँ निम्न में से किस की भुजाएँ है?

(1) समचतुर्भुज (2) वर्ग

(3) आयत (4) समांतर चतुर्भुज

**29.** माना $S_1 : x^2 + y^2 = 9$ तथा $S_2 : (x - 2)^2 + y^2 = 1$ हैं। तो एक चर वत्त S, जो $S_1$ को अंदर से स्पर्श करता है तथा $S_2$ को बाहर से स्पर्श करता है, के केन्द्र का बिंदुपथ हमेशा निम्न में से किन बिंदुओं से होकर जाता है?

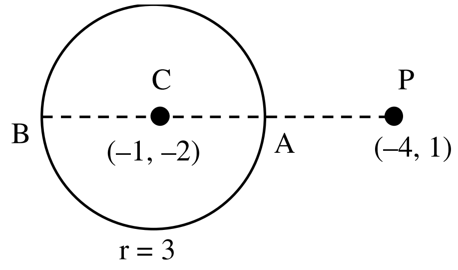
(1) $\left(0, \pm\sqrt{3}\right)$ (2) $\left(\frac{1}{2}, \pm\frac{\sqrt{5}}{2}\right)$

(3) $\left(2, \pm\frac{3}{2}\right)$ (4) $(1, \pm 2)$

## SOLUTION

**1. Official Ans. by NTA (3)**

**Sol.**




Centre of smallest circle is A

Centre of largest circle is B

$$r_2 = |CP - CA| = 3\sqrt{2} - 3$$

$$r_1 = CP + CB = 3\sqrt{2} + 3$$

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{3\sqrt{2}+3}{3\sqrt{2}-3} = \frac{(3\sqrt{2}+3)^2}{9} = (\sqrt{2}+1)^2 = 3 + 2\sqrt{2}$$

a = 3, b = 2

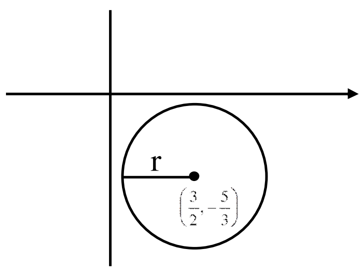
**2. Official Ans. by NTA (4)**

**Sol.** $S : 36x^2 + 36y^2 - 108x + 120y + C = 0$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 3x + \frac{10}{3}y + \frac{C}{36} = 0$$

$$\text{Centre} \equiv (-g, -f) \equiv \left(\frac{3}{2}, \frac{-10}{6}\right)$$

$$\text{radius} = r = \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{100}{36} - \frac{C}{36}}$$




Now,

$$\Rightarrow r < \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{9}{4} + \frac{100}{36} - \frac{C}{36} < \frac{9}{4}$$

$\Rightarrow C > 100$ .....(1)

Now point of intersection of x – 2y = 4 and 2x – y = 5 is (2, –1), which lies inside the circle S.

$\therefore S(2, -1) < 0$

$$\Rightarrow (2)^2 + (-1)^2 - 3(2) + \frac{10}{3}(-1) + \frac{C}{36} < 0$$

$$\Rightarrow 4 + 1 - 6 - \frac{10}{3} + \frac{C}{36} < 0$$

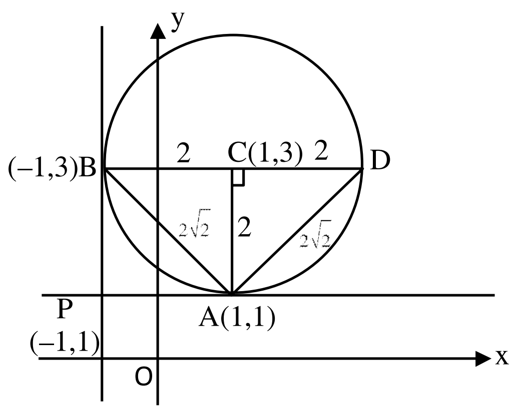
$\boxed{C < 156}$ .....(2)

From (1) & (2)

$\boxed{100 < C < 156}$ Ans.

**3. Official Ans. by NTA (3)**

**Sol.**

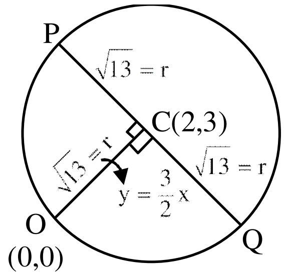



$$\Delta ABD = \frac{1}{2} \times 2 \times 4$$

= 4

**4. Official Ans. by NTA (4)**

**Sol.**




$$\tan\theta = -\frac{2}{3}$$

Using symmetric from of line

$$P,Q : \left(2 \pm \sqrt{13}\cos\theta, 3 \pm \sqrt{13}\sin\theta\right)$$

$$\left(2 \pm \sqrt{13}.\left(-\frac{3}{\sqrt{13}}\right), 3 \pm \sqrt{13}\left(\frac{2}{\sqrt{13}}\right)\right)$$

(–1, 5) & (5, 1)

**5. Official Ans. by NTA (3)**

**Sol.** $S_1 : x^2 + y^2 - x - y - \frac{1}{2} = 0\ ;\ C_1\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$

$r_1 = \sqrt{\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{2}} = 1$

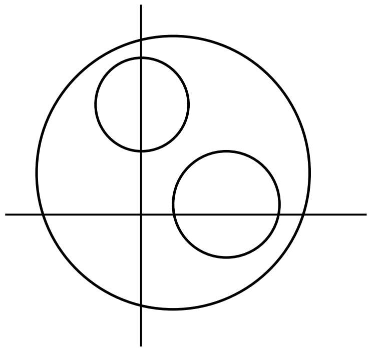
$S_2 : x^2 + y^2 - 4y + \frac{7}{4} = 0\ ;\ C_2 : (0,2)$

$r_2 = \sqrt{4-\frac{7}{4}} = \frac{3}{2}$

$S_3 : x^2 + y^2 - 4x - 2y + 5 - r^2 = 0$

$C_3 : (2,1)$

$r_3 = \sqrt{4+1-5+r^2} = |r|$



$C_1C_3 = \sqrt{\frac{5}{2}}$

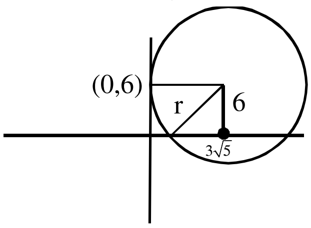
$\sqrt{\frac{5}{2}} \le |r-1| \Rightarrow \left.\begin{array}{l} r \le 1+\sqrt{\frac{5}{2}} \\ r \ge \frac{3}{2}+\sqrt{5} \end{array}\right\}$

$C_2C_3 = \sqrt{5} \le \left|r-\frac{3}{2}\right|$

$\left.\begin{array}{l} r-\frac{3}{2} \ge \sqrt{5} \\ r-\frac{3}{2} \le -\sqrt{5} \end{array}\right\}$

**6. Official Ans. by NTA (2)**

**Sol.**




$r = \sqrt{6^2 + \left(3\sqrt{5}\right)^2}$

$= \sqrt{36+45} = 9$

**7. Official Ans. by NTA (16)**

**Sol.** Let P(x, y)

$x^2+y^2+x^2+(y-1)^2+(x-1)^2+y^2+(x-1)^2+(y-1)^2;$

$\Rightarrow 4(x^2 + y^2) - 4y - 4x = 14$

$\Rightarrow x^2 + y^2 - x - y - \frac{7}{2} = 0$

$d = 2\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{7}{2}}$

$\Rightarrow d^2 = 16$

**8. Official Ans. by NTA (1)**

**Sol.** $(x-2)^2 + (y-1)^2 + \lambda(x-2y) = 0$

$C : x^2 + y^2 + x(\lambda - 4) + y(-2 - 2\lambda) + 5 = 0$

$C_1 : x^2 + y^2 + 2y - 5 = 0$

$S_1 - S_2 = 0$ (Equation of PQ)

$(\lambda - 4)x - (2\lambda + 4)y + 10 = 0$ Passes through (0,–1)

$\Rightarrow \lambda = -7$

$C : x^2 + y^2 - 11x + 12y + 5 = 0$

$= \frac{\sqrt{245}}{4}$

Diometer = $7\sqrt{5}$

**9. Official Ans. by NTA (61)**

**Sol.** $r = \sqrt{\frac{p^2}{4}+\frac{(1-p)^2}{4}-5} = \frac{\sqrt{2p^2-2p-19}}{2}$

Since, $r \in (0,5]$

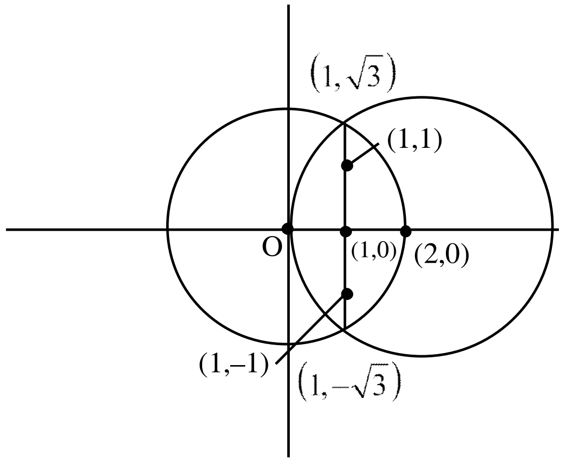
So, $0 < 2p^2 - 2p - 19 \le 100$

$\Rightarrow p \in \left[\frac{1-\sqrt{239}}{2},\frac{1-\sqrt{39}}{2}\right) \cup \left(\frac{1+\sqrt{39}}{2},\frac{1+\sqrt{239}}{2}\right]$ so,

number of integral values of $p^2$ is 61

**10. Official Ans. by NTA (2)**

**Sol.**




$(x-2)^2 + y^2 \le 4$

$x^2 + y^2 \le 4$

No. of points common in $C_1$ & $C_2$ is 5.

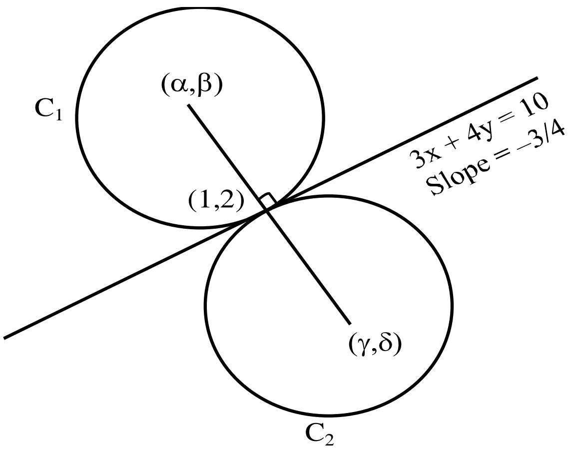
(0, 0) , (1, 0) , (2, 0) , ( 1, 1), (1, –1)

Similarly in $C_2$ & $C_3$ is 5.

No. of relations = $2^{5\times5} = 2^{25}$.

**11. Official Ans. by NTA (40)**

**Sol.** Slope of line joining centres of circles $= \frac{4}{3} = \tan\theta$




$\Rightarrow \cos\theta = \frac{3}{5}, \sin\theta = \frac{4}{5}$

Now using parametric form

$\frac{x-1}{\cos\theta} = \frac{y-2}{\sin\theta} = \pm 5$

$\oplus \quad (x, y) = (1 + 5\cos\theta, 2 + 5\sin\theta)$

$(\alpha, \beta) = (4, 6)$

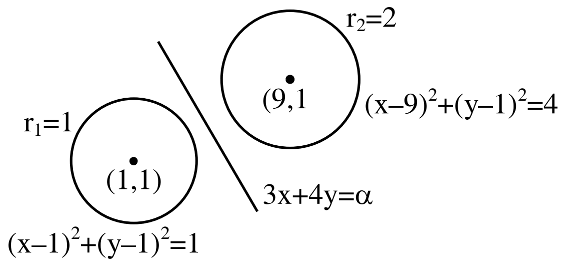
$\Theta \quad (x, y) = (\gamma, \delta) = (1 - 5\cos\theta, 2 - 5\sin\theta)$

$(\gamma, s) = (-2, -2)$

$\Rightarrow |(\alpha + \beta)(\gamma + \delta)| = |10x - 4| = 40$

**12. Official Ans. by NTA (165)**

**Sol.**




Both centres should lie on either side of the line as well as line can be tangent to circle.

$(3 + 4 - \alpha) \cdot (27 + 4 - \alpha) < 0$

$(7 - \alpha) \cdot (31 - \alpha) < 0 \Rightarrow \alpha \in (7, 31)$ ...(1)

$d_1$ = distance of (1, 1) from line

$d_2$ = distance of (9, 1) from line

$d_1 \ge r_1 \Rightarrow \frac{|7-\alpha|}{5} \; 1 \Rightarrow \alpha \in (-\infty, 2] \cup [12, \infty)$ ...(2)

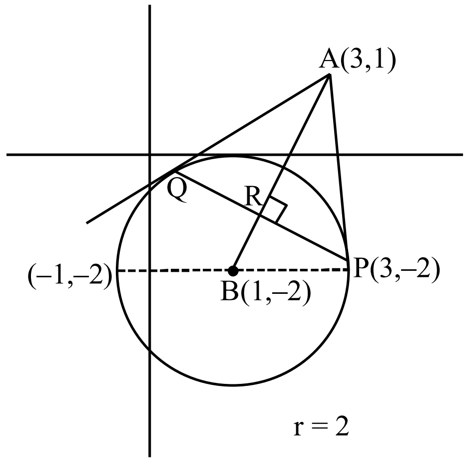
$d_2 \ge r_2 \Rightarrow \frac{|31-\alpha|}{5} \ge 2 \Rightarrow \alpha \in (-\infty, 21] \cup [41, \infty)$ ...(3)

$(1) \cap (2) \cap (3) \Rightarrow \alpha \in [12, 21]$

Sum of integers = 165

**13. Official Ans. by NTA (18)**

**Sol.**



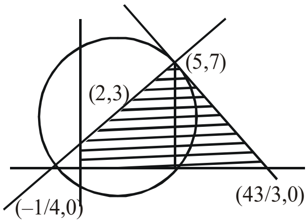

$\tan\theta = \frac{3}{2}$

$\frac{\text{Area } \Delta APQ}{\text{Area } \Delta BPQ} = \frac{AR}{RB} = \frac{3\sin\theta}{2\cos\theta} = \frac{9}{4}$

$8\left(\frac{\text{Area } \Delta APQ}{\text{Area } \Delta BPQ}\right) = 18$

**14. Official Ans. by NTA (BONUS)**

**Sol.**




Equation of normal

$4x - 3y + 1 = 0$

and equation of tangents

$3x + 4y - 43 = 0$

Area of triangle $= \frac{1}{2}\left(\frac{43}{3}+\frac{1}{4}\right)\times(7)$

$= \frac{1}{2}\left(\frac{172+3}{12}\right)\times 7$

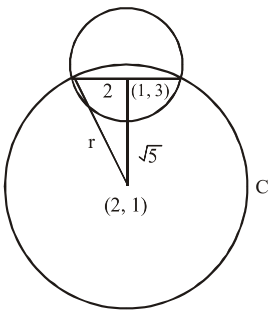
$A = \frac{1225}{24}$

$24A = 1225$

* as positive x-axis is given in the question so question should be bonus.

**15. Official Ans. by NTA (3)**

**Sol.**




$x^2 + y^2 + 2x - 6y + 6 = 0$

center (1, 3)

radius = 2

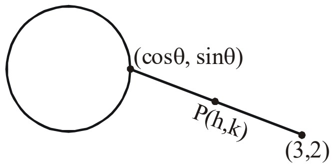
distance between (1, 3) and (2, 1) is $\sqrt{5}$

$\because \left(\sqrt{5}\right)^2 + (2)^2 = r^2$

$\Rightarrow r = 3$

**16. Official Ans. by NTA (2)**

**Sol.** $h = \frac{\cos\theta + 3}{2}$




$k = \frac{\sin\theta + 2}{2}$

$\Rightarrow \left(h - \frac{3}{2}\right)^2 + (k-1)^2 = \frac{1}{4}$

$\Rightarrow r = \frac{1}{2}$

**17. Official Ans. by NTA (1)**

**Sol.** P be a point on $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$

so $P(1 + \cos\theta, 1 + \sin\theta)$

A(1, 4) B(1, –5)

$(PA)^2 + (PB)^2$

$= (\cos\theta)^2 + (\sin\theta - 3)^2 + (\cos\theta)^2 + (\sin\theta + 6)^2$

$= 47 + 6\sin\theta$

is maximum if $\sin\theta = 1$

$\Rightarrow \sin\theta = 1, \cos\theta = 0$

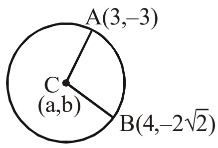
P(1, 1) A(1, 4) B(1, –5)

P, A, B are collinear points.

**18. Official Ans. by NTA (9)**

**Sol.** All normals of circle passes through centre

Radius = CA = CB




$CA^2 = CB^2$

$(a - 3)^2 + (b + 3)^2$

$= (a - 4)^2 + \left(b - 2\sqrt{2}\right)^2$

$a + \left(3 - 2\sqrt{2}\right)b = 3$

$a - 2\sqrt{2}\,b + 3b = 3$ ...(1)

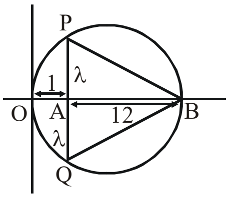
given that $a - 2\sqrt{2}\,b = 3$ ...(2)

from (1) & (2) $\Rightarrow a = 3, b = 0$

$a^2 + b^2 + ab = 9$

**19. Official Ans. by NTA (2)**

**Sol.** PA = AQ = $\lambda$




OA·AB

= AP . AQ

$\Rightarrow 1.12 = \lambda . \lambda$

$\Rightarrow \lambda = 2\sqrt{3}$

Area $\Delta PQB = \frac{1}{2} \times 2\lambda \times AB$

$\Delta = \frac{1}{2}.4\sqrt{3} \times 12$

$= 24\sqrt{3}$

**20. Official Ans by NTA (3)**

**Sol.** $x^2 + y^2 + ax + 2ay + c = 0$

$2\sqrt{g^2 - c} = 2\sqrt{\frac{a^2}{4} - c} = 2\sqrt{2}$

$\Rightarrow \frac{a^2}{4} - c = 2$ ...(1)

$2\sqrt{f^2 - c} = 2\sqrt{a^2 - c} = 2\sqrt{5}$

$\Rightarrow a^2 - c = 5$ ...(2)

(1) & (2)

$\frac{3a^2}{4} = 3 \Rightarrow a = -2 \ (a < 0)$

$\therefore c = -1$

Circle $\Rightarrow x^2 + y^2 - 2x - 4y - 1 = 0$

$\Rightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 = 6$

Given $x + 2y = 0 \Rightarrow m = -\frac{1}{2}$

$m_{tangent} = 2$

Equation of tangent

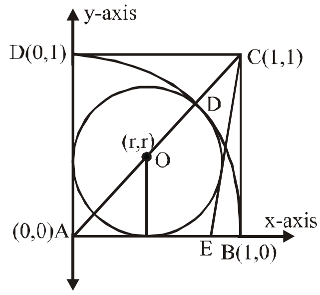
$\Rightarrow (y-2) = 2(x-1) \pm \sqrt{6}\sqrt{1+4}$

$\Rightarrow 2x - y \pm \sqrt{30} = 0$

Perpendicular distance from (0, 0) = $\left|\frac{\pm\sqrt{30}}{\sqrt{4+1}}\right| = \sqrt{6}$

**21. Official Ans. by NTA (1)**

**Sol.**




Here AO + OD = 1 or $(\sqrt{2} + 1)r = 1$

$\Rightarrow \quad r = \sqrt{2-1}$

equation of circle $(x-r)^2 + (y-r)^2 = r^2$

Equation of CE

$y - 1 = m(x-1)$

$mx - y + 1 - M = 0$

It is tangent to circle

$\therefore \quad \left|\frac{mr - r + 1 - m}{\sqrt{m^2+1}}\right| = r$

$\left|\frac{(m-1)r + 1 - m}{\sqrt{m^2+1}}\right| = r$

$\frac{(m-1)^2(r-1)^2}{m^2+1} = r^2$

Put $r = \sqrt{2} - 1$

On solving $m = 2 - \sqrt{3}, 2 + \sqrt{3}$

Taking greater slope of CE as

$2 + \sqrt{3}$

$y - 1 = (2 + \sqrt{3})(x-1)$

Put $\quad y = 0$

$-1 = (2 + \sqrt{3})(x-1)$

$\frac{-1}{2+\sqrt{3}} \times \left(\frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}\right) = x - 1$

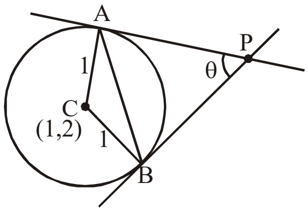
$x - 1 = \sqrt{3} - 1$

$EB = 1 - x = 1 - (\sqrt{3} - 1)$

$EB = 2 - \sqrt{3}$

**22. Official Ans. by NTA (2)**

**Sol.**




$$\tan\theta = \frac{12}{5}$$

$$PA = \cot\frac{\theta}{2}$$

$$\therefore \text{ area of } \Delta PAB = \frac{1}{2}(PA)^2 \sin\theta = \frac{1}{2}\cot^2\frac{\theta}{2}\sin\theta$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}\right)\sin\theta$$

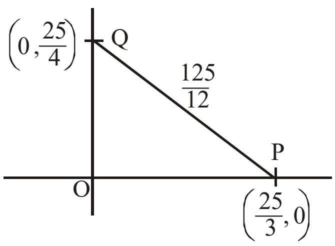
$$= \frac{1}{2}\left(\frac{1+\frac{5}{13}}{1-\frac{5}{13}}\right)\left(\frac{12}{13}\right) = \frac{1}{2}\frac{18}{18}\times\frac{2}{13} = \frac{27}{26}$$

$$\text{area of } \Delta CAB = \frac{1}{2}\sin\theta = \frac{1}{2}\left(\frac{12}{13}\right) = \frac{6}{13}$$

$$\therefore \frac{\text{area of } \Delta PAB}{\text{area of } \Delta CAB} = \frac{9}{4}$$ **Option (2)**

**23. Official Ans. by NTA (3)**

**Sol.** Tangent to circle $3x + 4y = 25$




$OP + OQ + OR = 25$

$$\text{Incentre} = \left(\frac{\frac{25}{4}\times\frac{25}{3}}{25}, \frac{\frac{25}{4}\times\frac{25}{3}}{25}\right)$$

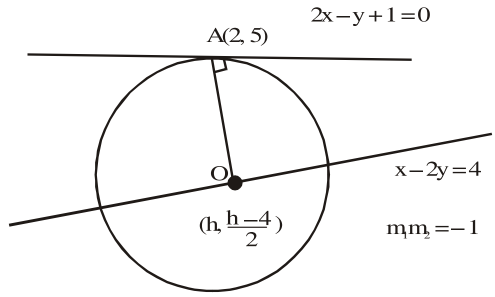
$$= \left(\frac{25}{12}, \frac{25}{12}\right)$$

$$\therefore r^2 = 2\left(\frac{25}{12}\right)^2 = 2\times\frac{625}{144} = \frac{625}{72}$$

**Option (3)**

**24. Official Ans. by NTA (1)**

**Sol.**




$$\left(\frac{h-\frac{(h-4)}{2}}{2-h}\right)(2) = -1$$

$h = 8$

center $(8, 2)$

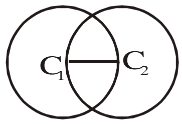
$\text{Radius} = \sqrt{(8-2)^2+(2-5)^2} = 3\sqrt{5}$ )

**25. Official Ans. by NTA (2)**

**Sol.** $r_1 = 3$, $c_1\ (5, 5)$

$r_2 = 3$, $c_2\ (8, 5)$

$C_1C_2 = 3$, $r_1 = 3$, $r_2 = 3$

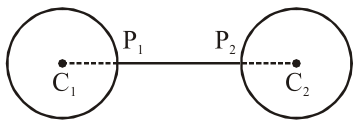



**26. Official Ans. by NTA (1)**

**Sol.** Given $C_1(5, 5)$, $r_1 = 3$ and $C_2\ (12, 5)$, $r_2 = 3$

Now, $C_1C_2 > r_1 + r_2$

Thus, $(P_1P_2)_{min} = 7 - 6 = 1$




**27. Official Ans. by NTA (3)**

**Sol.** $x^2 + y^2 - 10x - 10y + 41 = 0$

$A(5,5)$, $R_1 = 3$

$x^2 + y^2 - 22x - 10y + 137 = 0$

$B(11,5)$, $R_2 = 3$

$AB = 6 = R_1 + R_2$

Touch each other externally

$\Rightarrow$ circles have only one meeting point.

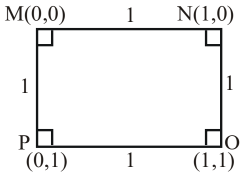
**28. Official Ans. by NTA (2)**

**Sol.** $M : x^2 + y^2 = 1$ (0,0)

$N : x^2 + y^2 - 2x = 0$ (1,0)

$O : x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ (1,1)

$P : x^2 + y^2 - 2y = 0$ (0,1)

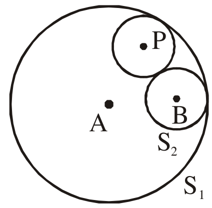



**29. Official Ans. by NTA (3)**

**Sol.** $S_1 : x^2 + y^2 = 9 \begin{cases} r_1 = 3 \\ A(0, 0) \end{cases}$

$S_2 : (x - 2)^2 + y^2 = 1 \begin{cases} r_2 = 1 \\ B(2, 0) \end{cases}$

$\because\ c_1c_2 = r_1 - r_2$




$\therefore$ given circle are touching internally

Let a veriable circle with centre P and radius r

$\Rightarrow PA = r_1 - r$ and $PB = r_2 + r$

$\Rightarrow PA + PB = r_1 + r_2$

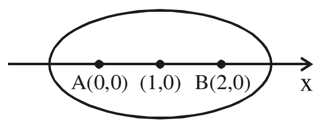
$\Rightarrow PA + PB = 4 \quad (> AB)$

$\Rightarrow$ Locus of P is an ellipse with foci at A(0, 0) and B(2, 0) and length of major axis is $2a = 4$,

$e = \dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow$ centre is at (1, 0) and $b^2 = a^2(1 - e^2) = 3$

if x-ellipse




$$\Rightarrow E : \frac{(x-1)^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$$

which is satisfied by $\left(2, \pm\dfrac{3}{2}\right)$