3D

1. माना समतल P बिंदुओं (1, 0, 1), (1, –2, 1) तथा (0, 1, –2) से होकर जाता है। माना एक सदिश $\vec{a}=\alpha\hat{i}+\beta\hat{j}+\gamma\hat{k}$, समतल P के समांतर है, सदिश $\left(\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}\right)$ के लम्बवत् हैं तथा $\vec{a}\cdot\left(\hat{i}+\hat{j}+2\hat{k}\right)=2$ को सन्तुष्ट करता है, तो $(\alpha-\beta+\gamma)^2$ बराबर है __________ ।

2. यदि रेखाओं $\vec{r_1}=\alpha\hat{i}+2\hat{j}+2\hat{k}+\lambda\left(\hat{i}-2\hat{j}+2\hat{k}\right), \lambda \in \mathbf{R}$, $\alpha > 0$ तथा $\vec{r_2}=-4\hat{i}-\hat{k}+\mu\left(3\hat{i}-2\hat{j}-2\hat{k}\right), \mu \in \mathbf{R}$ के मध्य न्यूनतम दूरी 9 है, तो α बराबर है ________ ।

3. रेखाएँ $x = ay - 1 = z - 2$ तथा $x = 3y - 2 = bz - 2$, $(ab \neq 0)$ समतलीय हैं, यदि :

(1) $b = 1,\ a \in R - \{0\}$ (2) $a = 1,\ b \in R - \{0\}$
(3) a = 2, b = 2 (4) a = 2, b = 3

4. माना Q, बिन्दु (2, 3, –1) का रेखा L: $\frac{x-3}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{1}$ में दर्पण प्रतिबिम्ब है। माना एक समतल P बिन्दु Q से होकर जाता है तथा रेखा L, P पर लम्बवत् है। तो निम्न में से कौन सा बिन्दु समतल P पर है ?

(1) (–1, 1, 2) (2) (1, 1, 1)
(3) (1, 1, 2) (4) (1, 2, 2)

5. माना L, समतलों $\vec{r}.\left(\hat{i}-\hat{j}+2\hat{k}\right)=2$ तथा $\vec{r}.\left(2\hat{i}+\hat{j}-\hat{k}\right)=2$ की प्रतिच्छेदन रेखा है। यदि बिन्दु (1, 2, 0) से रेखा L पर डाले गए लम्ब का पाद $P(\alpha, \beta, \gamma)$ है, तो $35(\alpha+\beta+\gamma)$ का मान बराबर है –

(1) 101 (2) 119 (3) 143 (4) 134

6. यदि सरल रेखाओं 3(x – 1) = 6(y – 2) = 2(z – 1) तथा 4(x – 2) = 2(y – λ) = (z – 3), $\lambda \in \mathbf{R}$ के बीच की न्यूनतम दूरी $\frac{1}{\sqrt{38}}$ है, तो λ का पूर्णांक मान बराबर है –

(1) 3 (2) 2 (3) 5 (4) –1

7. माना सरल रेखा $L:\frac{x}{1}=\frac{y}{0}=\frac{z}{-1}$ पर बिन्दु P (1, 2, –1) से डाले गए लम्ब का पाद N है। माना P से समतल, x + y + 2z = 0 के समान्तर खींची गई एक रेखा,L को बिन्दु Q पर मिलती है। यदि रेखाओं PN तथा PQ के बीच का न्यूनकोण α है, तो cosα बराबर है :

(1) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (3) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (4) $\frac{1}{2\sqrt{3}}$

8. यदि रेखाएँ $\frac{x-k}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-3}{3}$ तथा $\frac{x+1}{3}=\frac{y+2}{2}=\frac{z+3}{1}$ समतलीय हैं, तो k का मान है _______ ।

9. माना बिंदु (–1, 0, –2) से होकर जाने वाले तथा समतलों 2x + y – z = 2 और x – y – z = 3 पर लम्बवत समतल का समीकरण ax + by + cz + 8 = 0 है, तो a + b + c का मान बराबर है :

(1) 3 (2) 8 (3) 5 (4) 4

10. यदि वास्तविक संख्याओं α तथा β के लिए रैखिक समीकरण निकाय :

$x + y - z = 2,\ x + 2y + \alpha z = 1,\ 2x - y + z = \beta$

के अनंत हल हैं, तो α + β बराबर है ________ ।

11. माना समतल P बिंदु (3, 7, –7) से होकर जाता है तथा रेखा $\frac{x-2}{-3}=\frac{y-3}{2}=\frac{z+2}{1}$ इसमें स्थित है। यदि समतल P की मूलबिंदू से दूरी d है, तो d^2 बराबर है _________।

12. वास्तविक संख्याओं α तथा $\beta \neq 0$ के लिए, यदि सरल रेखाओं $\frac{x-\alpha}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-1}{3}$ तथ $\frac{x-4}{\beta}=\frac{y-6}{3}=\frac{z-7}{3}$, का प्रतिच्छेदन बिंदु, समतल $x+2y-z=8$ पर है, तो $\alpha-\beta$ बराबर है :

(1) 5 (2) 9 (3) 3 (4) 7

13. बिंदुओं Q(3, –4, –5) तथा R(2, –3, 1) को मिलाने वाली रेखा तथा समतल 2x + y + z = 7 के प्रतिच्छेदन बिंदु से बिंदु P(3, 4, 4) की दूरी है______।

14. एक समतल P में रेखा $x + 2y + 3z + 1 = 0 = x - y - z - 6$ स्थित है तथा P, समतल $-2x + y + z + 8 = 0$ के लंबवत है। तो निम्न में से कौन–सा बिंदु समतल P पर है :

(1) (–1, 1, 2) (2) (0, 1, 1)
(3) (1, 0, 1) (4) (2, –1, 1)

15. माना रेखा $\frac{x-1}{2}=\frac{y-3}{1}=\frac{z-4}{2}$ का समतल $x-2y-z=3$ में प्रक्षेप रेखा L है। यदि बिन्दु (0,0,6) की L से दूरी d है, तो d^2 बराबर है_______.

16. माना P एक समतल है जो बिन्दु (1,2,3) तथा समतलों $\vec{r}\cdot(\hat{i}+\hat{j}+4\hat{k})=16$ और $\vec{r}\cdot(-\hat{i}+\hat{j}+\hat{k})=6$ की प्रतिच्छेदन रेखा से होकर जाता है। तो निम्न में से कौन सा बिन्दु P पर स्थित **नही** है?

(1) (3, 3, 2) (2) (6, –6, 2)
(3) (4, 2, 2) (4) (–8, 8, 6)

17. माना बिन्दु P(7,–2,13) से समतल, जिसमें रेखाएँ $\frac{x+1}{6}=\frac{y-1}{7}=\frac{z-3}{8}$ तथा $\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{5}=\frac{z-3}{7}$. स्थित है, पर डाले गये लंब का पाद Q है। तो $(PQ)^2$ बराबर _______ है।

18. बिंदु (1, –2, 3) की, एक रेखा जिसके दिक् अनुपात 2, 3, –6 हैं, के समांतर समतल x – y + z = 5 से दूरी है:

(1) 3 (2) 5 (3) 2 (4) 1

19. मूलबिंदु से $\sqrt{\frac{2}{21}}$ की दूरी पर एक समतल, जिसमें समतलों $x-y-z-1=0$ तथा $2x+y-3z+4=0$ की प्रतिच्छेदन रेखा स्थित है, का समीकरण है:

(1) $3x-y-5z+2=0$ (2) $3x-4z+3=0$
(3) $-x+2y+2z-3=0$ (4) $4x-y-5z+2=0$

20. सरल रेखाओं, जिनके दिक्–कोसाइन समीकरणों $2l + 2m - n = 0$ तथा $mn + nl + lm = 0$ द्वारा दिऐ गए हैं, के बीच का कोण है :

(1) $\frac{\pi}{2}$ (2) $\pi-\cos^{-1}\left(\frac{4}{9}\right)$

(3) $\cos^{-1}\left(\frac{8}{9}\right)$ (4) $\frac{\pi}{3}$

21. माना समतल 2x – y + z + 3 = 0 के सापेक्ष बिन्दु Q(1, 3, 4) का दर्पण प्रतिबिंब S है तथा माना इस समतल पर एक बिन्दु R (3, 5, γ) है। तो रेखा खण्ड SR की लंबाई का वर्ग है ___________।

22. माना समतल, जो बिन्दु (1, 4, –3) से होकर जाता है तथा जिसमें समतलों 3x – 2y + 4z – 7 = 0 तथा x + 5y – 2z + 9 = 0, की प्रतिच्छेदन रेखा स्थित है, का समीकरण $\alpha x + \beta y + \gamma z + 3 = 0$, है, तो $\alpha + \beta + \gamma$ बराबर है :

(1) –23 (2) – 15 (3) 23 (4) 15

23. बिंदु (–1, –1, 2) से रेखा $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z+1}{6}$ तथा समतल $2x-y+z=6$ के प्रतिच्छेदन बिंदु की दूरी का वर्ग बराबर है _________.

24. बिंदु (–1, 2, –2) की समतलों $2x + 3y + 2z = 0$ और $x - 2y + z = 0$ की प्रतिच्छेदन रेखा से दूरी है :

(1) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (2) $\frac{5}{2}$ (3) $\frac{\sqrt{42}}{2}$ (4) $\frac{\sqrt{34}}{2}$

25. माना रेखा $\frac{x-2}{\alpha}=\frac{y-2}{-5}=\frac{z+2}{2}$, समतल $x + 3y - 2z + \beta = 0$ में स्थित है। तो $(\alpha + \beta)$ बराबर है____ ।

26. माना दो समतलों $x - 2y - 2z + 1 = 0$ तथा $2x - 3y - 6z + 1 = 0$ के न्यून कोण का समद्विभाजक समतल P है। तब इनमें से कौन सा बिन्दु P पर स्थित है ?

(1) $\left(3,1,-\frac{1}{2}\right)$ (2) $\left(-2,0,-\frac{1}{2}\right)$

(3) (0, 2, –4) (4) (4, 0, – 2)

27. रेखा $3y - 2z - 1 = 0 = 3x - z + 4$ की बिन्दु (2, – 1, 6) से दूरी है :

(1) $\sqrt{26}$ (2) $2\sqrt{5}$ (3) $2\sqrt{6}$ (4) $4\sqrt{2}$

28. माना $a, b \in R$. यदि बिन्दु P(a, 6, 9) का रेखा, $\frac{x-3}{7}=\frac{y-2}{5}=\frac{z-1}{-9}$ में दर्पण प्रतिबिम्ब (20, b, –a –9), है, तो $|a + b|$ बराबर है :

(1) 88 (2) 86 (3) 84 (4) 90

29. माना λ एक पूर्णांक है। यदि रेखाओं $x-\lambda=2y-1=-2z$ तथा $x = y + 2\lambda = z - \lambda$ के बीच की न्यूनतम दूरी $\frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}$ है, तो $|\lambda|$ बराबर है _______.

30. उस समतल, जो (1, 2, –3) से होकर जाता है तथा समतलों, $3x + y - 2z = 5$ तथा $2x - 5y - z = 7$ के लम्बवत् है, का समीकरण है:

(1) $3x - 10y - 2z + 11 = 0$

(2) $6x - 5y - 2z - 2 = 0$

(3) $11x + y + 17z + 38 = 0$

(4) $6x - 5y + 2z + 10 = 0$

31. रेखा, $\frac{x-3}{1}=\frac{y-4}{2}=\frac{z-5}{2}$ तथा समतल $x + y + z = 17$ के प्रतिच्छेदन बिन्दु की बिन्दु (1,1,9) से दूरी है:

(1) $2\sqrt{19}$ (2) $19\sqrt{2}$

(3) 38 (4) $\sqrt{38}$

32. बिंदु (0,1,2) से होकर जाने वाली तथा रेखा $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z-1}{-2}$ के लंबवत रेखा का समीकरण है:

(1) $\frac{x}{3}=\frac{y-1}{4}=\frac{z-2}{3}$ (2) $\frac{x}{3}=\frac{y-1}{-4}=\frac{z-2}{3}$

(3) $\frac{x}{3}=\frac{y-1}{4}=\frac{z-2}{-3}$ (4) $\frac{x}{-3}=\frac{y-1}{4}=\frac{z-2}{3}$

33. माना दो रेखाऐं जिनकी दिक्कोज्यायें समीकरणों $l+m-n=0$ तथा $l^2 + m^2 - n^2 = 0$ को सन्तुष्ट करती हैं, के बीच एक कोण α है। तो $\sin^4\alpha + \cos^4\alpha$ का मान है :

(1) $\frac{3}{4}$ (2) $\frac{3}{8}$ (3) $\frac{5}{8}$ (4) $\frac{1}{2}$

34. एक समतल, बिंदुओं A(1, 2, 3), B(2, 3, 1) तथा C(2, 4, 2) से होकर जाता है यदि O मूल बिन्दु है तथा P, बिन्दु (2, –1, 1) है, तो इस समतल पर $\overrightarrow{OP}$ के प्रक्षेप की लम्बाई है :

(1) $\sqrt{\frac{2}{7}}$ (2) $\sqrt{\frac{2}{3}}$ (3) $\sqrt{\frac{2}{11}}$ (4) $\sqrt{\frac{2}{5}}$

35. मूल बिन्दु से होकर जानेवाली एक रेखा 'l', रेखाओं

$l_1 : \vec{r} = (3+t)\hat{i} + (-1+2t)\hat{j} + (4+2t)\hat{k}$

$l_2 : \vec{r} = (3+2s)\hat{i} + (3+2s)\hat{j} + (2+s)\hat{k}$

पर लम्बवत है। यदि 'l_2' पर प्रथम अष्टांशक में एक बिन्दु (a, b, c) की 'l' तथा 'l_1' के प्रतिच्छेदन बिन्दु से दूरी $\sqrt{17}$ है, तो 18(a + b + c) बराबर है ______.

36. माना समतलों x + 2y + z = 6 तथा y + 2z = 4 के प्रतिच्छेदन से प्राप्त रेखा L है। यदि (3, 2, 1) से रेखा L पर लम्ब का पाद बिंदु $P(\alpha, \beta, \gamma)$ है, तो $21(\alpha + \beta + \gamma)$ का मान बराबर है :

(1) 142 (2) 68 (3) 136 (4) 102

37. यदि समतल 4x–5y+2z=8 के सापेक्ष बिंदु (1, 3, 5) का दर्पण प्रतिबिम्ब (α,β,γ) है, तो $5(\alpha+\beta+\gamma)$ बराबर है:

(1) 47 (2) 43 (3) 39 (4) 41

38. तीन समतलों

$P_1 : 3x + 15y + 21z = 9,$

$P_2 : x - 3y - z = 5$ तथा

$P_3 : 2x + 10y + 14z = 5$

का विचार कीजिए। तब, निम्न में से कौन सा एक सत्य है ?

(1) P_1 तथा P_2 समांतर है

(2) P_1 तथा P_3 समांतर है

(3) P_2 तथा P_3 समांतर है

(4) P_1, P_2 तथा P_3 तीनों समांतर है

39. माना बिंदु (4,–2,2) से होकर जाने वाले एक समतल पर एक बिंदु $(\lambda,2,1)$ है। यदि यह समतल, बिंदुओं (–2,–21,29) तथा (–1, –16, 23) को मिलाने वाली रेखा के लंबवत है, तो $\left(\frac{\lambda}{11}\right)^2 - \frac{4\lambda}{11} - 4$ बराबर है________ ।

40. यदि (1,5,35), (7,5,5), $(1,\lambda,7)$ तथा $(2\lambda,1,2)$ समतलीय हैं, तो λ के सभी संभव मानों का योगफल है:

(1) $\frac{39}{5}$ (2) $-\frac{39}{5}$ (3) $\frac{44}{5}$ (4) $-\frac{44}{5}$

41. माना बिन्दुओं (42, 0, 0), (0, 42, 0) तथा (0, 0, 42) से होकर जाने वाले समतल P पर (x, y, z) एक स्वेच्छ बिंदु है, तो व्यंजक

$$3+\frac{x-11}{(y-19)^2(z-12)^2}+\frac{y-19}{(x-11)^2(z-12)^2}+\frac{z-12}{(x-11)^2(y-19)^2}-\frac{x+y+z}{14(x-11)(y-19)(z-12)}$$

का मान है :

(1) 0 (2) 3 (3) 39 (4) –45

42. यदि रेखा $L_1 : \frac{x-a}{l} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-b}{4}$, $l \neq 0$ पर, बिन्दु (4, 3, 8) से लम्ब का पाद (3, 5, 7) है, तो रेखा L_1 तथा रेखा $L_2 : \frac{x-2}{3} = \frac{y-4}{4} = \frac{z-5}{5}$ के बीच की न्यूनतम दूरी बराबर है :

(1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{1}{\sqrt{6}}$ (3) $\sqrt{\frac{2}{3}}$ (4) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

43. यदि समतल x + 2y – 3z + 10 = 0 से बिंदु (1, –2, 3) की रेखा $\frac{x-1}{3} = \frac{2-y}{m} = \frac{z+3}{1}$ के समान्तर दूरी $\sqrt{\frac{7}{2}}$ है, तो |m| का मान बराबर है ______ ।

44. यदि a > 0 के लिए, बिंदुओं A(a, –2a, 3) तथा B(0, 4, 5) से समतल $lx + my + nz = 0$ पर लम्बों के पाद क्रमशः बिंदु C(0, –a, –1) तथा D हैं, तो रेखा खंड CD की लम्बाई है :

(1) $\sqrt{31}$ (2) $\sqrt{41}$

(3) $\sqrt{55}$ (4) $\sqrt{66}$

45. माना दो बिंदुओ P तथा Q के स्थिति सदिश क्रमशः $3\hat{i}-\hat{j}+2\hat{k}$ तथा $\hat{i}+2\hat{j}-4\hat{k}$ हैं। माना दो बिंदु R तथा S इस प्रकार हैं कि रेखाओं PR तथा QS के दिक् अनुपात क्रमशः (4, –1, 2) तथा (–2, 1, –2) हैं। माना रेखाओं PR तथा QS का प्रतिच्छेदन बिंदु T है। यदि सदिश $\overrightarrow{TA}$, सदिशों $\overrightarrow{PR}$ तथा $\overrightarrow{QS}$ के लम्बवत है तथा $\overrightarrow{TA}$ सदिश $\sqrt{5}$ की लम्बाई इकाई है, तो A के एक स्थिति सदिश का मापांक है :

(1) $\sqrt{482}$ (2) $\sqrt{171}$
(3) $\sqrt{5}$ (4) $\sqrt{227}$

46. माना P एक समतल $lx + my + nz = 0$ है, जिसमें रेखा $\frac{1-x}{1}=\frac{y+4}{2}=\frac{z+2}{3}$ स्थित है। यदि समतल P, बिंदुओं A(–3, –6, 1) तथा B(2, 4, –3) को मिलाने वाले रेखा खंड AB को k : 1 के अनुपात बाँटता है, तो k का मान बराबर है :

(1) 1.5 (2) 3 (3) 2 (4) 4

47. यदि बिंदु (2, 3, 1) के रेखा $\frac{x+1}{2}=\frac{y-3}{1}=\frac{z+2}{-1}$ के सापेक्ष दर्पण प्रतिबिम्ब से होकर जाने वाले समतल, जिसमें रेखा $\frac{x-2}{3}=\frac{1-y}{2}=\frac{z+1}{1}$ स्थित है, का समीकरण $\alpha x + \beta y + \gamma z = 24$ है, तो $\alpha+\beta+\gamma$ बराबर है:

(1) 20 (2) 19 (3) 18 (4) 21

48. माना P एक स्वेच्छ बिंदु है जिसकी समतलों $x + y + z = 0$, $lx - nz = 0$ तथा $x - 2y + z = 0$ से दूरियों के वर्गों का योगफल 9 है। यदि बिंदु P का बिंदुपथ $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ है, तो $l - n$ का मान बराबर है_______ ।

49. बिन्दु (1, 2, 3) से होकर जाने वाले समतल, जिसमें y-अक्ष स्थित है, का समीकरण है :

(1) x + 3z = 10 (2) x + 3z = 0
(3) 3x + z = 6 (4) 3x – z = 0

50. यदि समतलों $2x - 7y + 4z - 3 = 0$, $3x - 5y + 4z + 11 = 0$ की प्रतिच्छेदन रेखा तथा बिन्दु (–2, 1, 3) से होकर जाने वाले समतल का समीकरण $ax + by + cz - 7 = 0$ है, तो $2a + b + c - 7$ का मान है ________ ।

51. माना बिंदुओं (4,–3,1) तथा (2, 3, –5) को मिलाने वाली रेखा को समतल $ax + by + cz + d = 0$ समकोण पर समद्विभाजित करता है। यदि a, b, c, d पूर्णांक हैं तो $(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)$ का न्यूनतम मान है_____ ।

52. समतल $x - 2y + 2z - 3 = 0$ के समांतर तथा बिंदु (1, 2, 3) से इकाई दूरी पर समतलों के समीकरण $ax + by + cz + d = 0$ हैं। यदि $(b - d) = K(c - a)$, तो K का धनात्मक मान है_____ ।

53. माना P एक समतल है जिसमें रेखा $\frac{x-1}{3}=\frac{y+6}{4}=\frac{z+5}{2}$ स्थित है तथा जो रेखा $\frac{x-3}{4}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z+5}{7}$ समांतर है। यदि बिन्दु (1, –1, α) समतल P पर है, तो |5α| का मान बराबर हैं______

SOLUTION

1. Official Ans. by NTA (81)

Sol. Equation of plane :

$$\begin{vmatrix} x-1 & y-0 & z-1 \\ 1-1 & 2 & 1-1 \\ 1-0 & 0-1 & 1+2 \end{vmatrix} = 0$$

$\Rightarrow 3x - z - 2 = 0$

$\vec{a} = \alpha\hat{i} + \beta\hat{j} + \gamma\hat{k} \parallel$ to $3x - z - 2 = 0$

$\Rightarrow \boxed{3\alpha - 8 = 0}$ .... (1)

$\vec{a} \perp \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$

$\Rightarrow \alpha + 2\beta + 38 = 0$ .... (2)

$\vec{a}.(\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}) = 0$

$\Rightarrow \alpha + \beta + 28 = 2$ .... (3)

on solving 1, 2 & 3

$\alpha = 1, \quad \beta = -5, \quad 8 = 3$

So $(\alpha - \beta + 8) = \boxed{81}$

2. Official Ans. by NTA (6)

Sol. If $\vec{r} = \vec{a} + \lambda\vec{b}$ and $\vec{r} = \vec{c} + \lambda\vec{d}$

then shortest distance between two lines is

$$L = \frac{(\vec{a} - \vec{c}).(\vec{b} \times \vec{d})}{|b \times d|}$$

$\therefore \vec{a} - \vec{c} = ((\alpha + 4)\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k})$

$$\frac{\vec{b} \times \vec{d}}{|b \times d|} = \frac{(2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k})}{3}$$

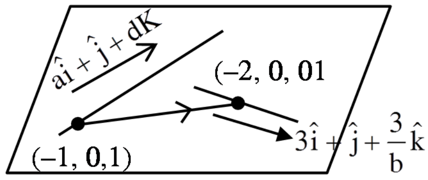
$$\therefore ((\alpha + 4)\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}).\frac{(2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k})}{3} = 9$$

or $\alpha = 6$

3. Official Ans. by NTA (1)

Sol. $\frac{x+1}{a} = y = \frac{z-1}{a}$

$\frac{x+2}{3} = y = \frac{z}{3/b}$



lines are Co-planar

$$\begin{vmatrix} a & 1 & a \\ 3 & 1 & \frac{3}{b} \\ -1 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow -\left(\frac{3}{b} - a\right) - 1(a-3) = 0$$

$a - \frac{3}{b} - a + 3 = 0$

$b = 1, a \in R - \{0\}$

4. Official Ans. by NTA (4)

Sol. Plane p is $\perp^r$ to line

$$\frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{1}$$

& passes through pt. (2, 3) equation of plane p

$2(x - 2) + 1(y - 3) + 1(z + 1) = 0$

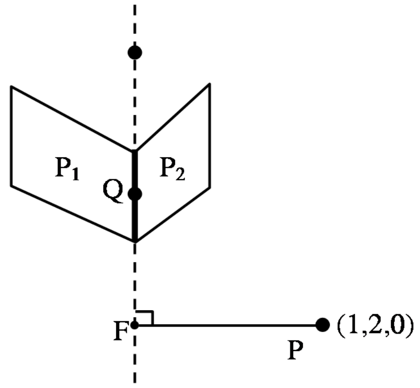
$2x + y + z - 6 = 0$

pt (1,2,2) satisfies above equation

5. Official Ans. by NTA (2)

Sol. $P_1 : x - y + 2z = 2$

$P_2 = 2x + y - 3 = 2$



Let line of Intersection of planes P_1 and P_2 cuts xy plane in point Q.

$\Rightarrow$ z–coordinate of point Q is zero

$$\Rightarrow \left.\begin{matrix} x - y = 2 \\ \text{and } 2x + y = 2 \end{matrix}\right\} \Rightarrow x = \frac{4}{3}, y = \frac{-2}{3}$$

$$\Rightarrow Q\left(\frac{4}{3}, \frac{-2}{3}, 0\right)$$

Vector parallel to the line of intersection

$$\vec{a} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = -\hat{i} + 5\hat{j} + 3\hat{k}$$

Equation of Line of intersection

$$\frac{x - \frac{4}{3}}{-1} = \frac{y + \frac{2}{3}}{5} = \frac{z - 0}{3} = \lambda(\text{say})$$

Let coordinates of foot of perpendicular be

$$F\left(-\lambda + \frac{4}{3}, 5\lambda - \frac{2}{3}, 3\lambda\right)$$

$$\overrightarrow{PF} = \left(-\lambda + \frac{1}{3}\right)\hat{i} + \left(5\lambda - \frac{8}{3}\right)\hat{j} + (3\lambda)\hat{k}$$

$$\overrightarrow{PF} \cdot \vec{a} = 0$$

$$\Rightarrow \lambda - \frac{1}{3} + 25\lambda \frac{-40}{3} + 9\lambda = 0$$

$$\Rightarrow 35\lambda = \frac{41}{3} \Rightarrow \boxed{\lambda = \frac{41}{105}}$$

Now, $\alpha = -\lambda + \frac{4}{3}, \beta = 5\lambda - \frac{2}{3}, \gamma = 3\lambda$

$$\Rightarrow \alpha + \beta + \gamma = 7\lambda + \frac{2}{3}$$

$$= 7\left(\frac{41}{105}\right) + \frac{2}{3}$$

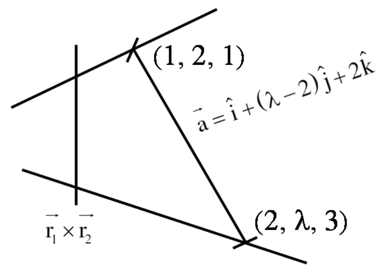
$$= \frac{51}{15}$$

$$\Rightarrow 35(\alpha + \beta + \gamma) = \frac{51}{15} \times 35 = 119$$

6. Official Ans. by NTA (1)

Sol. $L_1: \frac{(x-1)}{2} = \frac{(y-2)}{1} = \frac{(z-1)}{3} \quad \vec{r_1} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$

$L_2: \frac{(x-2)}{1} = \frac{y-\lambda}{2} = \frac{z-3}{4} \quad \vec{r_2} = \hat{i} + 2\hat{j} + 4\hat{k}$



Shortest distance = Projection of $\vec{a}$ on $\vec{r_1} \times \vec{r_2}$

$$= \frac{|\vec{a}.(\vec{r_1} \times \vec{r_2})|}{|\vec{r_1} \times \vec{r_2}|}$$

$$|\vec{a} \cdot (\vec{r_1} \times \vec{r_2})| = \begin{vmatrix} 1 & \lambda - 2 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \end{vmatrix} = |14 - 5\lambda|$$

$$|\vec{r_1} \times \vec{r_2}| = \sqrt{38}$$

$$\therefore \frac{1}{\sqrt{38}} = \frac{|14 - 5\lambda|}{\sqrt{38}}$$

$$\Rightarrow |14 - 5\lambda| = 1$$

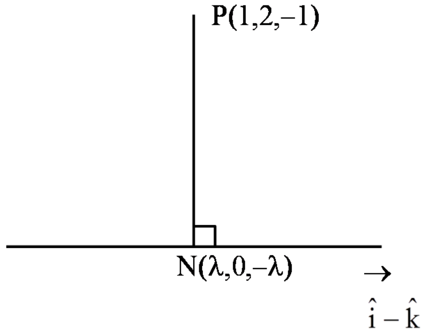
$$\Rightarrow 14 - 5\lambda = 1 \text{ or } 14 - 5\lambda = -1$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{13}{5} \text{ or } 3$$

$\therefore$ Integral value of $\lambda = 3$.

7. Official Ans. by NTA (3)

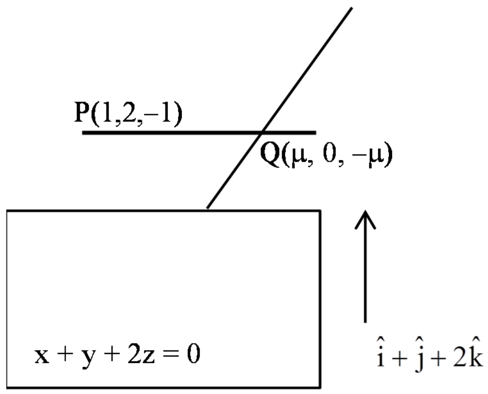
Sol.



$\overrightarrow{PN}.(\hat{i}-\hat{k})=0$

$\Rightarrow$ N(1, 0, –1)

Now,



$\overrightarrow{PQ}.\left(\hat{i}+\hat{j}+2\hat{k}\right)=0$

$\Rightarrow \mu=-1$

$\Rightarrow$ Q (–1, 0, 1)

$\overrightarrow{PN}=2\hat{j}$ and $\overrightarrow{PQ}=2\hat{i}+2\hat{j}-2\hat{k}$

$\Rightarrow \cos\alpha=\frac{1}{\sqrt{3}}$

8. Official Ans. by NTA (1)

Sol. $\begin{vmatrix} k+1 & 4 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}=0$

(k + 1)[2 – 6] – 4[1 – 9] + 6[2 – 6] = 0

k = 1

9. Official Ans. by NTA (4)

Sol. Normal of req. plane $\left(2\hat{i}+\hat{j}-\hat{k}\right)\times\left(\hat{i}-\hat{j}-\hat{k}\right)$

$=-2\hat{i}+\hat{j}-3\hat{k}$

Equation of plane

–2(x + 1) + 1(y – 0) – 3(z + 2) = 0

–2x + y – 3z – 8 = 0

2x – y + 3z + 8 = 0

a + b + c = 4

10. Official Ans. by NTA (5)

Sol. For infinite solutions

$\Delta=\Delta_1=\Delta_2=\Delta_3=0$

$\Delta=\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & \alpha \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix}=0$

$\Delta=\begin{vmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & \alpha \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix}=0$

$\Delta=3(2+\alpha)=0$

$\Rightarrow \alpha=-2$

$\Delta_2=\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 2 & \beta & 1 \end{vmatrix}=0$

$1(1+2\beta)-2(1+4)-(\beta-2)=0$

$\beta-7=0$

$\beta=7$

$\therefore\ \alpha+\beta=5$ Ans.

11. Official Ans. by NTA (3)

Sol. $\overrightarrow{BA}=\left(\hat{i}+4\hat{j}-5\hat{k}\right)$

$\overrightarrow{BA}=\left(\hat{i}+4\hat{j}-5\hat{k}\right)$

$\overrightarrow{BA}\times\vec{\ell}=\vec{n}=\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -3 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & -5 \end{vmatrix}$

$a\hat{i}+b\hat{j}+c\hat{k}=-14\hat{i}-\hat{j}(14)+\hat{k}(-14)$

a = 1, b = 1, c = 1

Plane is (x – 2) + (y – 3) + (z + 2) = 0

x + y + z –3 = 0

$d=\sqrt{3}\Rightarrow d^2=3$

12. Official Ans. by NTA (4)

Sol. First line is $(\phi + \alpha, 2\phi + 1, 3\phi + 1)$

and second line is $(q\beta + 4, 3q + 6, 3q + 7)$.

For intersection $\phi + \alpha = q\beta + 4$ ...(i)

$2\phi + 1 = 3q + 6$ ...(i)

$3\phi + 1 = 3q + 7$ ...(iii)

for (ii) & (iii) $\phi = 1, q = -1$

So, from (i) $\alpha + \beta = 3$

Now, point of intersection is $(\alpha + 1,3,4)$

It lies on the plane.

Hence, $\alpha = 5$ & $\beta = -2$

13. Official Ans. by NTA (7)

Sol. $\overrightarrow{QR} : -\frac{x-3}{1} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z+5}{-6} = r$

$\Rightarrow (x,y,z) \equiv (r + 3, -r - 4, -6r - 5)$

Now, satisfying it in the given plane.

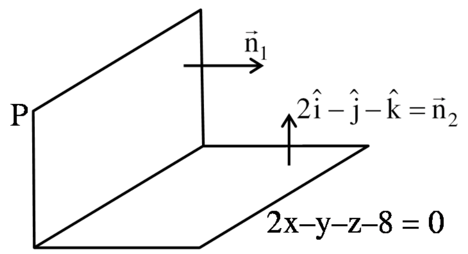
We get $r = -2$.

so, required point of intersection is T(1,–2,7).

Hence, PT = 7.

14. Official Ans. by NTA (2)

Sol. Equation of plane P can be assumed as



$P : x + 2y + 3z + 1 + \lambda (x - y - z - 6) = 0$

$\Rightarrow P : (1 + \lambda)x + (2 - \lambda)y + (3 - \lambda)z + 1 - 6\lambda = 0$

$\Rightarrow \vec{n}_1 = (1+\lambda)\hat{i} + (2-\lambda)\hat{j} + (3-\lambda)\hat{k}$

$\therefore \vec{n}_1.\vec{n}_2 = 0$

$\Rightarrow 2(1 + \lambda) - (2 - \lambda) - (3 - \lambda) = 0$

$\Rightarrow 2 + 2\lambda - 2 + \lambda - 3 + \lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{3}{4}$

$\Rightarrow P : \frac{7x}{4} + \frac{5}{4}y + \frac{9z}{4} - \frac{14}{4} = 0$

$\Rightarrow 7x + 5y + 9z = 14$

(0, 1, 1) lies on P

15. Official Ans. by NTA (26)

Sol. $L_1 : \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-4}{2}$

for foot of $\perp$ r of (1, 3, 4) on $x - 2y - z - 3 = 0$

$(1 + t) - 2(3 - 2t) - (4 - t) - 3 = 0$

$\Rightarrow t = 2$

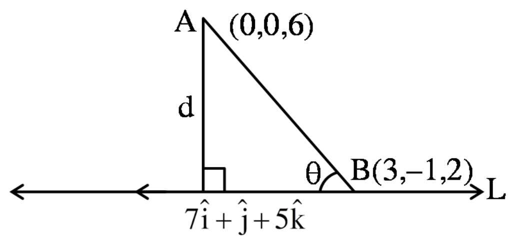
So foot of $\perp$ r $\triangleq$ (3, –1, 2)

& point of intersection of L_1 with plane

is (–11, –3, –8)

dr's of L is <14, 2, 10>

$\cong$ <7, 1, 5>



$$d = AB\sin\theta = \left| \frac{\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & -1 & -4 \\ 7 & 1 & 5 \end{vmatrix}}{\sqrt{7^2 + 1^2 + 5^2}} \right|$$

$$\Rightarrow d^2 = \frac{1^2 + (43)^2 + (10)^2}{49 + 1 + 25} = 26$$

16. Official Ans. by NTA (3)

Sol. $(x + y + 4z - 16) + \lambda(-x + y + z - 6) = 0$

Passes through (1,2,3)

$-1 + \lambda(-2) \Rightarrow \lambda = -\frac{1}{2}$

$2(x + y + 4z - 16) - (-x + y + z - 6) = 0$

$3x + y + 7z - 26 = 0$

17. Official Ans. by NTA (96)

Sol. Containing the line $\begin{vmatrix} x+1 & y-1 & z-3 \\ 6 & 7 & 8 \\ 3 & 5 & 7 \end{vmatrix} = 0$

$9(x + 1) - 18 (y - 1) + 9(z - 3) = 0$

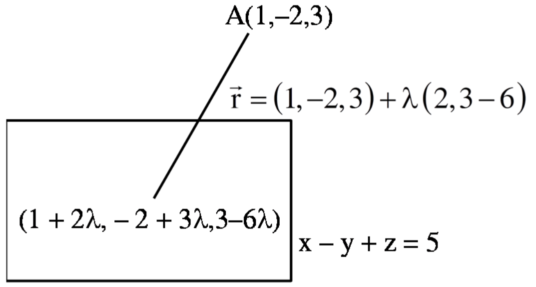
$x - 2y + z = 0$

$PQ = \left| \frac{7 + 4 + 13}{\sqrt{6}} \right| = 4\sqrt{6}$

$PQ^2 = 96$

18. Official Ans. by NTA (4)

Sol.



$$(1+2\lambda)+2-3\lambda+3-6\lambda=5$$

$$\Rightarrow 6-7\lambda=5 \Rightarrow \lambda=\frac{1}{7}$$

$$\text{so, } P=\left(\frac{9}{7},-\frac{11}{7},\frac{15}{7}\right)$$

$$AP=\sqrt{\left(1-\frac{9}{7}\right)^2+\left(-2+\frac{11}{7}\right)^2+\left(3-\frac{15}{7}\right)^2}$$

$$AP=\sqrt{\left(\frac{4}{49}\right)+\frac{9}{49}+\frac{36}{49}}=1$$

19. Official Ans. by NTA (4)

Sol. Required equation of plane

$P_1 + \lambda P_2 = 0$

$(x - y - z - 1) + \lambda(2x + y - 3z + 4) = 0$

Given that its dist. From origin is $\frac{2}{\sqrt{21}}$

$$\text{Thus } \frac{|4\lambda-1|}{\sqrt{(2\lambda+1)^2+(\lambda-1)^2+(-3\lambda-1)^2}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{21}}$$

$$\Rightarrow 21(4\lambda-1)^2=2(14\lambda^2+8\lambda+3)$$

$$\Rightarrow 336\lambda^2-168\lambda+21=28\lambda^2+16\lambda+6$$

$$\Rightarrow 308\lambda^2-184\lambda+15=0$$

$$\Rightarrow 308\lambda^2-154\lambda-30\lambda+15=0$$

$$\Rightarrow (2\lambda-1)(154\lambda-15)=0$$

$$\Rightarrow \lambda=\frac{1}{2} \text{ or } \frac{15}{154}$$

for $\lambda=\frac{1}{2}$ reqd. plane is

$4x - y - 5z + 2 = 0$

20. Official Ans. by NTA (1)

Sol. $n = 2(\ell+m)$

$$\ell m+n(\ell+m)=0$$

$$\ell m+2(\ell+m)^2=0$$

$$2\ell^2+2m^2+5m\ell=0$$

$$2\left(\frac{\ell}{m}\right)^2+2+5\left(\frac{\ell}{m}\right)=0.$$

$2t^2 + 5t + 2 = 0$

$(t + 2)(2t + 1) = 0$

$$\Rightarrow t=-2;-\frac{1}{2}$$

(i) $\frac{\ell}{m}=-2$

$\frac{n}{m}=-2$

$(-2m,m,-2m)$

$(-2, 1, -2)$

(ii) $\frac{\ell}{m}=-\frac{1}{2}$

$n = -2\ell$

$(\ell, -2\ell, -2\ell)$

$(1, -2, -2)$

$$\cos\theta=\frac{-2-2+4}{\sqrt{9}\ \sqrt{9}}=0 \Rightarrow 0=\frac{\pi}{2}$$

21. Official Ans. by NTA (72)

Sol. Since R $(3,5,\gamma)$ lies on the plane $2x - y + z + 3 = 0$.

Therefore, $6 - 5 + \gamma + 3 = 0$

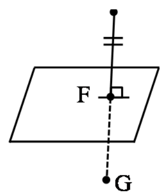
$\Rightarrow \gamma = -4$

Now,

dr's of line QS

are 2, –1,1

equation of line QS is



$$\frac{x-1}{2}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z-4}{1}=\lambda \text{ (say)}$$

$\Rightarrow F(2\lambda + 1, -\lambda + 3, \lambda + 4)$

F lies in the plane

$\Rightarrow 2(2\lambda + 1) - (-\lambda + 3) + (\lambda + 4) + 3 = 0$

$\Rightarrow 4\lambda + 2 + \lambda - 3 + \lambda + 7 = 0$

$\Rightarrow 6\lambda + 6 = 0 \Rightarrow \lambda = -1.$

$\Rightarrow F(-1,4,3)$

Since, F is mid-point of QS.

Therefore, co-ordinated of S are (–3,5,2).

So, $SR=\sqrt{36+0+36}=\sqrt{72}$

$SR^2 = 72.$

22. Official Ans. by NTA (1)

Sol. Equation of plane is

$3x - 2y + 4z - 7 + \lambda(x + 5y - 2z + 9) = 0$

$(3 + \lambda)x + (5\lambda - 2)y + (4 - 2\lambda)z + 9\lambda - 7 = 0$

passing through (1, 4, –3)

$\Rightarrow 3 + \lambda + 20\lambda - 8 - 12 + 6\lambda + 9\lambda - 7 = 0$

$\Rightarrow \lambda = \frac{2}{3}$

$\Rightarrow$ equation of plane is

$-11x - 4y - 8z + 3 = 0$

$\Rightarrow \alpha + \beta + \gamma = -23$

23. Official Ans. by NTA (61)

Sol. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{6} = \lambda$

$x = 2\lambda + 1,\ y = 3\lambda + 2,\ z = 6\lambda - 1$

for point of intersection of line & plane

$2(2\lambda + 1) - (3\lambda + 2) + (6\lambda - 1) = 6$

$7\lambda = 7 \Rightarrow \lambda = 1$

point : (3, 5, 5)

$(\text{distance})^2 = (3 + 1)^2 + (5 + 1)^2 + (5 - 2)^2$

$= 16 + 36 + 9 = 61$

24. Official Ans. by NTA (4)

Sol. $P_1 : 2x + 3y + 2z = 0$

$\Rightarrow \vec{n}_1 = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$

$P_2 : x - 2y + z = 0$

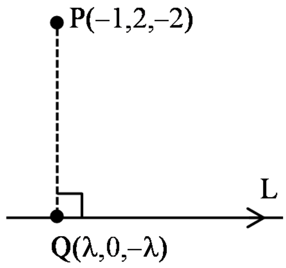
$\Rightarrow \vec{n}_2 = \hat{i} - 2\hat{j} + k$

Direction vector of line L which is line of intersection of P_1 & P_2

$\vec{r} = \vec{n}_1 \times \vec{n}_2 = 7\hat{i} - 7\hat{k}$

DR's of L are (1, 0, –1)

$\Rightarrow$ Equation of L : $\frac{x}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z}{-1} = \lambda$



DR's of $\overrightarrow{PQ} = (\lambda + 1, -2, 2 - \lambda)$

$\because \overrightarrow{PQ} \perp \vec{r}$

$\Rightarrow (\lambda + 1)(1) + (-2)(0) + (2 - \lambda)(-1) = 0$

$\Rightarrow \lambda = \frac{1}{2} \Rightarrow Q\left(\frac{1}{2}, 0, \frac{-1}{2}\right)$

$\Rightarrow PQ = \frac{\sqrt{34}}{2}$

25. Official Ans. by NTA (7)

Sol. Point (2, 2, –2) also lies on given plane

So $2 + 3 \times 2 - 2(-2) + \beta = 0$

$\Rightarrow 2 + 6 + 4 + \beta = 0 \Rightarrow \beta = -12$

Also $\alpha \times 1 - 5 \times 3 + 2 \times -2 = 0$

$\Rightarrow \alpha - 15 - 4 = 0 \Rightarrow \alpha = 19$

$\therefore \alpha + \beta = 19 - 12 = 7$

26. Official Ans. by NTA (2)

Sol. $P_1 : x - 2y - 2z + 1 = 0$

$P_2 : 2x - 3y - 6z + 1 = 0$

$\left|\frac{x - 2y - 2z + 1}{\sqrt{1 + 4 + 4}}\right| = \left|\frac{2x - 3y - 6z + 1}{\sqrt{2^2 + 3^2 + 6^2}}\right|$

$\frac{x - 2y - 2z + 1}{3} = \pm\frac{2x - 3y - 6z + 1}{7}$

Since $a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2 = 20 > 0$

$\therefore$ Negative sign will give acute bisector

$7x - 14y - 14z + 7 = -[6x - 9y - 18z + 3]$

$\Rightarrow 13x - 23y - 32z + 10 = 0$

$\left(-2, 0, -\frac{1}{2}\right)$ satisfy it $\therefore$ Ans (2)

27. Official Ans. by NTA (3)

Sol. $3y - 2z - 1 = 0 = 3x - z + 4$

$3y - 2z - 1 = 0$ D.R's $\Rightarrow (0, 3, -2)$

$3x - z + 4 = 0$ D.R's $\Rightarrow (3, -1, 0)$

Let DR's of given line are a, b, c

Now $3b - 2c = 0$ & $3a - c = 0$

$\therefore 6a = 3b = 2c$

$a : b : c = 3 : 6 : 9$

Any pt on line

$3K - 1, 6K + 1, 9K + 1$

Now $3(3K - 1) + 6(6K + 1)1 + 9(9K + 1) = 0$

$\Rightarrow K = \frac{1}{3}$

Point on line $\Rightarrow (0, 3, 4)$

Given point $(2, -1, 6)$

$\Rightarrow$ Distance $= \sqrt{4+16+4} = 2\sqrt{6}$

Option (3)

28. Official Ans. by NTA (1)

Sol. P(9, 6, 9)

$$\frac{x-3}{7} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-1}{-9}$$

$Q = (20, b, -a - 9)$

$$\frac{\frac{20+a}{2}-3}{7} = \frac{\frac{b+6}{2}-2}{5} = \frac{-\frac{9}{2}-1}{-9}$$

$$\frac{14+9}{14} = \frac{b+2}{10} = \frac{a+2}{18}$$

$\Rightarrow a = -56$ and $b = -32$

$\Rightarrow |a + b| = 88$

29. Official Ans. by NTA (1)

Sol. $$\frac{x-\lambda}{1} = \frac{y-\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{z-0}{-\frac{1}{2}}$$

$$\frac{x-0}{1} = \frac{y+2\lambda}{1} = \frac{z-\lambda}{1}$$

Shortest distance $= \frac{(a_2 - a_1).(b_1 \times b_2)}{|b_1 \times b_2|}$

$$b_1 \times b_2 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right) - \hat{j}\left(1+\frac{1}{2}\right) + \hat{k}\left(1-\frac{1}{2}\right)$$

$$= \hat{i} - \frac{3}{2}\hat{j} + \frac{\hat{k}}{2} = \frac{2\hat{i}-3\hat{j}+\hat{k}}{2}$$

$$\frac{b_1 \times b_2}{|b_1 \times b_2|} = \frac{2\hat{i}-3\hat{j}+\hat{k}}{\sqrt{14}}$$

$$\frac{(a_2 - a_1).(b_1 \times b_2)}{|b_1 \times b_2|} = \left(-\lambda\hat{i} + \left(-2\lambda + \frac{1}{2}\right) + \lambda\hat{k}\right)\left(\frac{2\hat{i}-3\hat{j}+\hat{k}}{\sqrt{14}}\right)$$

$$= \left|\frac{-2\lambda + 6\lambda - \frac{3}{2} + \lambda}{\sqrt{14}}\right| = \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}$$

$$\left|5\lambda - \frac{3}{2}\right| = \frac{7}{2}$$

$$5\lambda = \frac{3}{2} \pm \frac{7}{2}$$

$5\lambda = 5, -2$

$\lambda = 1, -\frac{2}{5}$

30. Official Ans. by NTA (3)

Sol. Normal vector :

$$\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & 1 & -2 \\ 2 & -5 & -1 \end{vmatrix} = -11\hat{i} - \hat{j} + 17\hat{k}$$

So drs of normal to the required plane is

<11, 1, 17>

plane passes through (1, 2, –3)

So eq^n of plane :

$$11(x-1) + 1(y-2) + 17(z+3) = 0$$

$\Rightarrow 11x + y + 17z + 38 = 0$

31. Official Ans. by NTA (4)

Sol. Let $\frac{x-3}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-5}{2} = t$

$\Rightarrow x = 3 + t,\ y = 2t + 4,\ z = 2t + 5$

for point of intersection with $x + y + z = 17$

$3 + t + 2t + 4 + 2t + 5 = 17$

$\Rightarrow 5t = 5 \Rightarrow t = 1$

$\Rightarrow$ point of intersection is (4, 6, 7)

distance between (1, 1, 9) and (4, 6, 7)

is $\sqrt{9+25+4} = \sqrt{38}$

32. Official Ans. by NTA (4)

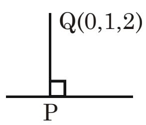
Sol. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{-2} = r$

$\Rightarrow P(x, y, z) = (2r + 1, 3r - 1, -2r + 1)$

Since, $\overrightarrow{QP} \perp (2\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k})$

$\Rightarrow 4r + 2 + 9r - 6 + 4r + 2 = 0$

$\Rightarrow r = \frac{2}{17}$



$\Rightarrow P\left(\frac{21}{17}, \frac{-11}{17}, \frac{13}{17}\right)$

$\Rightarrow \overrightarrow{PQ} = \frac{21\hat{i} - 28\hat{j} - 21\hat{k}}{17}$

So, $\overleftrightarrow{QP} : \frac{x}{-3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-2}{3}$

33. Official Ans. by NTA (3)

Sol. $n = \ell + m$

Now, $\ell^2 + m^2 = n^2 = (\ell + m)^2$

$\Rightarrow 2\ell m = 0$

If $\ell = 0 \Rightarrow m = n = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

And, If $m = 0 \Rightarrow n = \ell = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

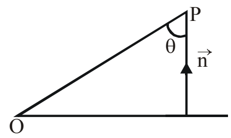
So, direction cosines of two lines are

$\left(0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ and $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

Thus, $\cos\alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3}$

34. Official Ans. by NTA (3)

Sol.



Normal to plane $\vec{n} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$

$= 3\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$

$\overrightarrow{OP} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$

$\cos\theta = \frac{6+1+1}{\sqrt{6}\sqrt{11}} = \frac{8}{\sqrt{66}} \Rightarrow \sin\theta = \sqrt{\frac{2}{66}}$

$\therefore$ Projection of $\overrightarrow{OP}$ on plane $= |\overrightarrow{OP}|\sin\theta$

$= \sqrt{\frac{2}{11}}$

option (3)

35. Official Ans. by NTA (44)

Sol. $\ell_1 : \vec{r} = (3+t)\hat{i} + (-1+2t)\hat{j} + (4+2t)\hat{k}$

$\ell_2 : \vec{r} = (3+2s)\hat{i} + (3+2s)\hat{j} + (4+s)\hat{k}$

DR of $\ell_1 \equiv (1, 2, 2)$

DR of $\ell_2 \equiv (2, 2, 1)$

DR of ℓ (line $\perp$ to ℓ_1 & ℓ_2)

$= (-2, 3, -2)$

$\therefore\ \ell :\ \vec{r} = -2\mu\hat{i} + 3\mu\hat{j} - 2\mu\hat{k}$

for intersection of ℓ & ℓ_1

$3 + t = -2\mu$

$-1 + 2t = 3\mu$

$4 + 2t = -2\mu$

$\Rightarrow t = -1$ & $\lambda = -1$

$\therefore$ Point of intersection $P \equiv (2, -3, 2)$

Let point on ℓ_2 be Q $(3 + 2s, 3 + 2s, 2 + s)$

Given $PQ = \sqrt{17}$ $\qquad \Rightarrow (PQ)^2 = 17$

$\Rightarrow (2s + 1)^2 + (6 + 2s)^2 + (s)^2 = 17$

$\Rightarrow 9s^2 + 28s + 20 = 0$

$\Rightarrow s = -2,\ -\frac{10}{9}$

$s \neq -2$ as point lies on 1st octant.

$\therefore\ a = 3 + 2\left(-\frac{10}{9}\right) = \frac{7}{9}$

$b = 3 + 2\left(-\frac{10}{9}\right) = \frac{7}{9}$

$c = 2 + \left(-\frac{10}{9}\right) = \frac{8}{9}$

$\therefore\ 18(a+b+c) = 18\left(\frac{22}{9}\right) = 44$

36. Official Ans. by NTA (4)

Sol. $x + 2y + z = 6$

$(y + 2z = 4) \times 2$

―――――――――

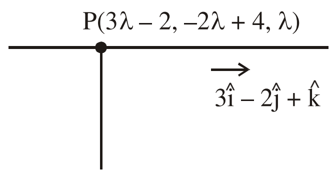
$x - 3z = -2 \Rightarrow x = 3z - 2 \Rightarrow y = 4 - 2z$

$\frac{x+2}{3} = z \qquad\qquad \frac{y-4}{-2} = z$

$\Rightarrow$ line of intersection of two planes is

$\frac{x+2}{3} = \frac{y-4}{-2} = z = \lambda$ (Let)

$\because$ AP $\perp^{ar}$ to line



$\therefore \overline{AP} \cdot \left(3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}\right) = 0$

$(3\lambda - 5) \cdot 3 + (-2\lambda + 2)(-2) + (\lambda - 1) \cdot 1 = 0$

$9\lambda - 15 + 4\lambda - 4 + \lambda - 1 = 0$

$14\lambda = 20$

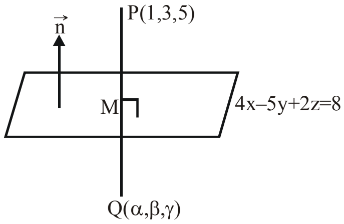
$\lambda = \frac{10}{7} \Rightarrow P\left(\frac{16}{7}, \frac{8}{7}, \frac{10}{7}\right)$

$\Rightarrow \alpha + \beta + \gamma = \frac{16+8+10}{7} = \frac{34}{7}$

$21(\alpha + \beta + \gamma) = 102$

37. Official Ans. by NTA (1)

Sol.



Point Q is image of point P w.r.to plane, M is mid point of P and Q, lies in plane

$$M\left(\frac{1+\alpha}{2},\frac{3+\beta}{2},\frac{5+\gamma}{2}\right)$$

4x – 5y + 2z = 8

$$4\left(\frac{1+\alpha}{2}\right)-5\left(\frac{3+\beta}{2}\right)+2\left(\frac{5+\gamma}{2}\right)=8 \quad ..(1)$$

Also PQ perpendicualr to the plane

$$\Rightarrow \overrightarrow{PQ} \parallel \vec{n}$$

$$\frac{\alpha-1}{4}=\frac{\beta-3}{-5}=\frac{\gamma-5}{2}=k \text{ (let)}$$

$$\left.\begin{aligned}\alpha&=1+4k\\ \beta&=3-5k\\ \gamma&=5+2k\end{aligned}\right\} \quad ...(2)$$

use (2) in (1)

$$2(1+4k)-5\left(\frac{6-5k}{2}\right)+(10+2k)=8$$

$$k=\frac{2}{5}$$

from (2) $\alpha=\frac{13}{5},\beta=1,\gamma=\frac{29}{5}$

$5(\alpha + \beta + \gamma) = 13 + 5 + 29 = 47$

38. Official Ans. by NTA (2)

Sol. $P_1 : x + 5y + 7z = 3,$

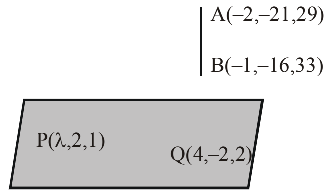
$P_2 : x – 3y – z = 5$

$P_3 : x + 5y + 7z = \frac{5}{2}$

so P_1 and P_3 are parallel.

39. Official Ans. by NTA (8)

Sol.



$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{PQ}=0$$

$$\Rightarrow\left(\hat{i}+5\hat{j}-6\hat{k}\right).\left((4-\lambda)\hat{i}-4\hat{j}+\hat{k}\right)=0$$

$$\Rightarrow 4-\lambda-20-6=0$$

$$\Rightarrow \lambda=-22$$

$$\Rightarrow\left(\frac{\lambda}{11}\right)^2-\frac{4\lambda}{11}-4=4+8-4=8$$

40. Official Ans. by NTA (3)

Sol. A(1, 5, 35), B(7, 5, 5), C(1, λ, 7), D(2λ, 1, 2)

$\overline{AB}=6\hat{i}-30\hat{k}$, $\overline{BC}=-6\hat{i}(\lambda-5)\hat{j}+2\hat{k}$,

$\overline{CD}=(2\lambda-1)\hat{i}+(1-\lambda)\hat{j}-5\hat{k}$

Points are coplanar

$$\Rightarrow 0=\begin{vmatrix}6 & 0 & -30\\ -6 & \lambda-5 & 2\\ 2\lambda-1 & 1-\lambda & -5\end{vmatrix}$$

$= 6(–5\lambda + 25 – 2 + 2\lambda)$

$–30(–6 + 6\lambda – (2\lambda^2 – \lambda – 10\lambda + 5))$

$= 6(–3\lambda + 23) – 30(–2\lambda^2 + 11\lambda – 5 – 6 + 6\lambda)$

$= 6(–3\lambda + 23) – 30(–2\lambda^2 + 17\lambda – 11)$

$= 6(–3\lambda + 23 + 10\lambda^2 – 85\lambda + 55)$

$= 6(10\lambda^2 – 88\lambda + 78) = 12(5\lambda^2 – 44\lambda + 39)$

$\Rightarrow 0 = 12(5\lambda^2 – 44\lambda + 39)$

$\lambda_1 + \lambda_2 = \frac{44}{5}$

41. Official Ans by NTA (2)

Sol. Plane passing through (42, 0, 0), (0, 42, 0), (0, 0, 42)

From intercept from, equation of plane is

$x + y + z = 42$

$\Rightarrow (x - 11) + (y - 19) + (z - 12) = 0$

let $a = x - 11$, $b = y - 19$, $c = z - 12$

$a + b + c = 0$

Now, given expression is

$$3+\frac{a}{b^2c^2}+\frac{b}{a^2c^2}+\frac{c}{a^2b^2}-\frac{42}{14abc}$$

$$3+\frac{a^3+b^3+c^3-3abc}{a^2b^2c^2}$$

If $a + b + c = 0$

$\Rightarrow a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

$\Rightarrow 3$

42. Official Ans by NTA (2)

Sol. (3,5,7) satisfy the line L_1

$$\frac{3-a}{\ell}=\frac{5-2}{3}=\frac{7-b}{4}$$

$$\frac{3-a}{\ell}=1 \quad \& \quad \frac{7-b}{4}=1$$

$a + \ell = 3$ ...(1) & $b = 3$ ...(2)

$\vec{v}_1 = <4,3,8> - <3,5,7>$

$\vec{v}_1 = <1,-2,1>$

$\vec{v}_2 = <\ell,3,4>$

$\vec{v}_1.\vec{v}_2 = 0 \Rightarrow \ell - 6 + 4 = 0 \Rightarrow \ell = 2$

$a + \ell = 3 \Rightarrow a = 1$

$$L_1: \frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{4}$$

$$L_2: \frac{x-2}{3}=\frac{y-4}{4}=\frac{z-5}{5}$$

A = <1, 2, 3>

B = <2, 4, 5>

$\overrightarrow{AB} = <1,2,2>$

$\vec{p} = 2\hat{i}+3\hat{j}+4\hat{k}$

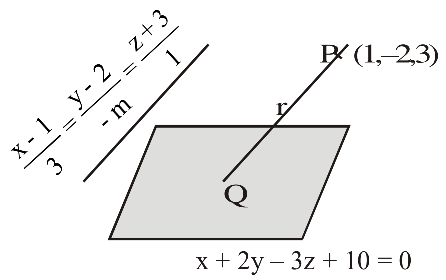
$\vec{q} = 3\hat{i}+4\hat{j}+5\hat{k}$

$\vec{p}\times\vec{q} = -\hat{i}+2\hat{j}-\hat{k}$

Shortest distance $= \left|\frac{\overrightarrow{AB}\cdot(\vec{p}\times\vec{q})}{|\vec{p}\times\vec{q}|}\right| = \frac{1}{\sqrt{6}}$

43. Official Ans by NTA (2)

Sol.



$$\text{DC of line} \equiv \left(\frac{3}{\sqrt{m^2+10}},\frac{-m}{\sqrt{m^2+10}},\frac{1}{\sqrt{m^2+10}}\right)$$

$$Q \equiv \left(1+\frac{3r}{\sqrt{m^2+10}},-2+\frac{-mr}{\sqrt{m^2+10}},3+\frac{r}{\sqrt{m^2+10}}\right)$$

Q lies on $x + 2y - 3z + 10 = 0$

$$1+\frac{3r}{\sqrt{m^2+10}}-4-\frac{2mr}{\sqrt{m^2+10}}-9-\frac{3r}{\sqrt{m^2+10}}+10=0$$

$$\Rightarrow \frac{r}{\sqrt{m^2+10}}(3-2m-3)=2$$

$$\Rightarrow \frac{r}{\sqrt{m^2+10}}(-2m)=2$$

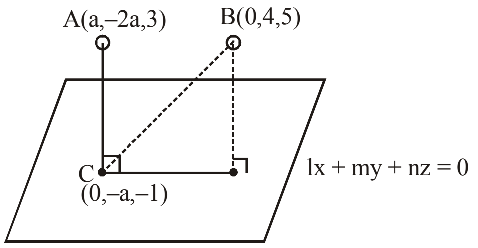
$r^2m^2 = m^2 + 10$

$\frac{7}{2}m^2 = m^2+10 \Rightarrow \frac{5}{2}m^2 = 10 \Rightarrow m^2 = 4$

$|m| = 2$

44. Official Ans. by NTA (4)

Sol.



C lies on plane $\Rightarrow -ma - n = 0 \Rightarrow \frac{m}{n} = -\frac{1}{a}$ ....(1)

$\overrightarrow{CA} \parallel l\hat{i} + m\hat{j} + n\hat{k}$

$\frac{a-0}{l} = \frac{-a}{m} = \frac{4}{n} \Rightarrow \frac{m}{n} = -\frac{a}{4}$ ....(2)

From (1) & (2)

$-\frac{1}{a} = \frac{-a}{4} \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = 2$ (since $a > 0$)

From (2) $\frac{m}{n} = \frac{-1}{2}$

Let $m = -t \Rightarrow n = 2t$

$\frac{2}{l} = \frac{-2}{-t} \Rightarrow l = t$

So plane : $t(x - y + 2z) = 0$

$BD = \frac{6}{\sqrt{6}} = \sqrt{6}$ $C \cong (0,-2,-1)$

$CD = \sqrt{BC^2 - BD^2}$

$= \sqrt{(0^2 + 6^2 + 6^2) - \left(\sqrt{6}\right)^2}$

$= \sqrt{66}$

45. Official Ans. by NTA (2)

Sol. P(3, –1, 2)

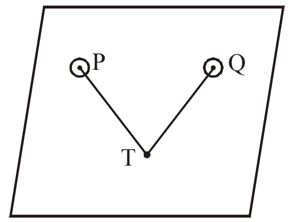
Q(1, 2, –4)

$\overrightarrow{PR} \parallel 4\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$

$\overrightarrow{QS} \parallel -2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$

dr's of normal to the plane containing P, T & Q will be proportional to :

$$\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 4 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & -2 \end{vmatrix}$$



$\therefore \quad \frac{\ell}{0} = \frac{m}{4} = \frac{n}{2}$

For point, T : $\overline{PT} = \frac{x-3}{4} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{2} = \lambda$

$\overline{QT} = \frac{x-1}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+4}{-2} = \mu$

T : $(4\lambda + 3, -\lambda - 1, 2\lambda + 2)$

$\cong (2\mu + 1, \mu + 2, -2\mu - 4)$

$4\lambda + 3 = -2\mu + 1 \Rightarrow 2\lambda + \mu = -1$

$\lambda + \mu = -3 \Rightarrow \lambda = 2$

& $\mu = -5$ $\lambda + \mu = -3 \Rightarrow \lambda = 2$

So point T : (11, –3, 6)

$\overline{OA} = \left(11\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k}\right) \pm \left(\frac{2\hat{j} + \hat{k}}{\sqrt{5}}\right)\sqrt{5}$

$\overline{OA} = \left(11\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k}\right) \pm \left(2\hat{j} + \hat{k}\right)$

$\overline{OA} = 11\hat{i} - \hat{j} + 7\hat{k}$

or

$9\hat{i} - 5\hat{j} + 5\hat{k}$

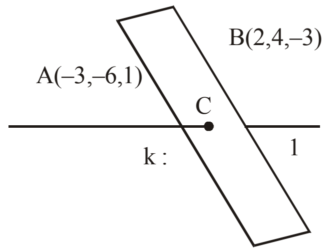
$|\overline{OA}| = \sqrt{121 + 1 + 49} = \sqrt{171}$

or

$\sqrt{81 + 25 + 25} = \sqrt{131}$

46. Official Ans. by NTA (3)

Sol.



Point C is

$$\left(\frac{2k-3}{k+1},\frac{4k-6}{k+1},\frac{-3k+1}{k+1}\right)$$

$$\frac{x-1}{-1}=\frac{y+4}{2}=\frac{z+2}{3}$$

Plane $lx + my + nz = 0$

$l(-1) + m(2) + n(3) = 0$

$-l + 2m + 3n = 0$ ....(1)

It also satisfy point (1, –4, –2)

$l - 4m - 2n = 0$ ....(2)

Solving (1) and (2)

$2m + 3n = 4m + 2n$

$n = 2m$

$l - 4m - 4m = 0$

$l = 8m$

$$\frac{l}{8}=\frac{m}{1}=\frac{n}{2}$$

$l : m : n = 8 : 1 : 2$

Plane is $8x + y + 2z = 0$

It will satisfy point C

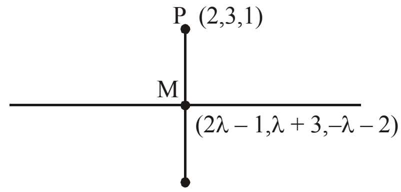
$$8\left(\frac{2k-3}{k+1}\right)+\left(\frac{4k-6}{k+1}\right)+2\left(\frac{-3k+1}{k+1}\right)=0$$

$16k - 24 + 4k - 6 - 6k + 2 = 0$

$14k = 28 \quad \therefore\ k = 2$

47. Official Ans. by NTA (2)

Sol. Line $\frac{x+1}{2}=\frac{y-3}{1}=\frac{z+2}{-1}$



$\overrightarrow{PM}=(2\lambda-3,\lambda,-\lambda-3)$

$\overrightarrow{PM}\perp\left(2\hat{i}+\hat{j}-\hat{k}\right)$

$4\lambda - 6 + \lambda + \lambda + 3 = 0 \quad \Rightarrow \lambda=\frac{1}{2}$

$\therefore\ M\equiv\left(0,\frac{7}{2},\frac{-5}{2}\right)$

$\therefore$ Reflection (–2, 4, –6)

$$\text{Plane : }\begin{vmatrix} x-2 & y-1 & z+1 \\ 3 & -2 & 1 \\ 4 & -3 & 5 \end{vmatrix}=0$$

$\Rightarrow (x-2)(-10+3)-(y-1)(15-4)+(z+1)(-1)$

$= 0$

$\Rightarrow -7x + 14 - 11y + 11 - z - 1 = 0$

$\Rightarrow 7x + 11y + z = 24$

$\therefore\ \alpha = 7, \beta = 11, \gamma = 1$

$\alpha + \beta + \gamma = 19$ **Option (2)**

48. Official Ans. by NTA (0)

Sol. Let point P is (α, β, γ)

$$\left(\frac{\alpha+\beta+\gamma}{\sqrt{3}}\right)^2+\left(\frac{\ell\alpha-n\gamma}{\sqrt{\ell^2+n^2}}\right)^2+\left(\frac{\alpha-2\beta+\gamma}{\sqrt{6}}\right)^2=9$$

Locus is

$$\frac{(x+y+z)^2}{3}+\frac{(\ell x-nz)^2}{\ell^2+n^2}+\frac{(x-2y+z)^2}{6}=9$$

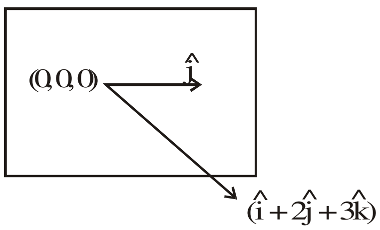
$$x^2\left(\frac{1}{2}+\frac{\ell^2}{\ell^2+n^2}\right)+y^2+z^2\left(\frac{1}{2}+\frac{n^2}{\ell^2+n^2}\right)+2zx\left(\frac{1}{2}-\frac{\ell n}{\ell^2+n^2}\right)-9=0$$

Since its given that $x^2 + y^2 + z^2 = 9$

After solving $\ell = n$

49. Official Ans. by NTA (4)

Sol.



$\vec{n}=\hat{j}\times(\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k})$

$= -3\hat{i}+0\hat{j}+\hat{k}$

So,(-3) (x – 1) + 0 (y – 2) + (1) (z – 3) = 0

$\Rightarrow -3x + z = 0$

Option 4

Alternate :

Required plane is

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}=0$$

$\Rightarrow 3x - z = 0$

50. Official Ans. by NTA (4)

Sol. Required plane is

$p_1 + \lambda p_2 = (2 + 3\lambda)\, x - (7 + 5\lambda)\, y$

$+ (4 + 4\lambda)z - 3 + 11\lambda = 0$;

which is satisfied by (–2, 1, 3).

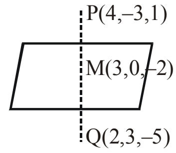
Hence, $\lambda = \frac{1}{6}$

Thus, plane is $15x - 47y + 28z - 7 = 0$

So, $2a + b + c - 7 = 4$

51. Official Ans. by NTA (28)

Sol.



Plane is $1(x - 3) - 3(y - 0) + 3(z + 2) = 0$

$x - 3y + 3z + 3 = 0$

$(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)_{min} = 28$

52. Official Ans. by NTA (4)

Sol. Let plane is $x - 2y + 2z + \lambda = 0$

distance from (1,2,3) = 1

$\Rightarrow \frac{|\lambda+3|}{5}=1 \Rightarrow \lambda = 0,-6$

$\Rightarrow a = 1, b = -2, c = 2, d = -6$ or 0

$b - d = 4$ or -2, $c - a = 1$

$\Rightarrow k = 4$ or -2

53. Official Ans. by NTA (38)

Sol. Equation of plane is $\begin{vmatrix} x-1 & y+6 & z+5 \\ 3 & 4 & 2 \\ 4 & -3 & 7 \end{vmatrix}=0$

Now $(1, -1, \alpha)$ lies on it so

$$\begin{vmatrix} 0 & 5 & \alpha+5 \\ 3 & 4 & 2 \\ 4 & -3 & 7 \end{vmatrix}=0 \Rightarrow 5\alpha + 38 = 0 \Rightarrow |5\alpha| = 38$$