

## MATHEMATICS

## LOGARITHM

1. समीकरण

$$\log_{(x+1)}(2x^2 + 7x + 5) + \log_{(2x+5)}(x+1)^2 - 4 = 0,$$

$x > 0$  के हलों की संख्या है \_\_\_\_\_।

2. समीकरण

$$x+1-2\log_2(3+2^x)+2\log_4(10-2^{-x})=0$$

मूलों का योग है :

- (1)  $\log_2 14$                           (2)  $\log_2 11$   
 (3)  $\log_2 12$                           (4)  $\log_2 13$

## COMPOUND ANGLE

1.  $\cot \frac{\pi}{24}$  का मान है :

- (1)  $\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{6}$       (2)  $\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2 + \sqrt{6}$   
 (3)  $\sqrt{2} - \sqrt{3} - 2 + \sqrt{6}$       (4)  $3\sqrt{2} - \sqrt{3} - \sqrt{6}$

2. यदि  $\tan\left(\frac{\pi}{9}\right), x, \tan\left(\frac{7\pi}{18}\right)$  एक समांतर श्रेढ़ी में हैं तथा  $\tan\left(\frac{\pi}{9}\right), y, \tan\left(\frac{5\pi}{18}\right)$  भी एक समांतर श्रेढ़ी में हैं, तो  $|x - 2y|$  बराबर है :

- (1) 4                          (2) 3                          (3) 0                          (4) 1

3. माना  $\alpha = \max_{x \in \mathbb{R}} \{8^{2\sin 3x} \cdot 4^{4\cos 3x}\}$  तथा

$\beta = \min_{x \in \mathbb{R}} \{8^{2\sin 3x} \cdot 4^{4\cos 3x}\}$  है। यदि द्विघातीय समीकरण  $8x^2 + bx + c = 0$  के मूल  $\alpha^{1/5}$  तथा  $\beta^{1/5}$  हैं, तो  $c - b$  का मान बराबर है :

- (1) 42                          (2) 47                          (3) 43                          (4) 50

4.  $2\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)\sin\left(\frac{2\pi}{8}\right)\sin\left(\frac{3\pi}{8}\right)\sin\left(\frac{5\pi}{8}\right)\sin\left(\frac{6\pi}{8}\right)\sin\left(\frac{7\pi}{8}\right)$  का मान है —

- (1)  $\frac{1}{4\sqrt{2}}$       (2)  $\frac{1}{4}$       (3)  $\frac{1}{8}$       (4)  $\frac{1}{8\sqrt{2}}$

5. माना  $\frac{\sin A}{\sin B} = \frac{\sin(A-C)}{\sin(C-B)}$  है, जहाँ A, B, C त्रिभुज ABC के कोण हैं। यदि इन कोणों के सम्मुख भुजाओं की लंबाईयाँ क्रमशः a, b, c हैं \_\_\_\_\_,

तो:

$$(1) b^2 - a^2 = a^2 + c^2 \quad (2) b^2, c^2, a^2 \text{ A.P. में हैं}$$

$$(3) c^2, a^2, b^2 \text{ A.P. में हैं} \quad (4) a^2, b^2, c^2 \text{ A.P. में हैं}$$

6. यदि समीकरण  $2\cos x \left(4\sin\left(\frac{\pi}{4}+x\right)\sin\left(\frac{\pi}{4}-x\right)-1\right)=1$ ,

$x \in [0, \pi]$  के हलों की संख्या n है तथा S इन सभी हलों का योगफल है, तब क्रमित युग्म (n, S) है :

- (1) (3,  $13\pi/9$ )      (2) (2,  $2\pi/3$ )

- (3) (2,  $8\pi/9$ )      (4) (3,  $5\pi/3$ )

7.  $\tan\left(\frac{1}{4}\sin^{-1}\frac{\sqrt{63}}{8}\right)$  का एक सम्भावित मान है :

$$(1) \frac{1}{\sqrt{7}} \quad (2) 2\sqrt{2} - 1$$

$$(3) \sqrt{7} - 1 \quad (4) \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

8. यदि  $e^{(\cos^2 x + \cos^4 x + \cos^6 x + \dots) \log_e 2}$  समीकरण

$$t^2 - 9t + 8 = 0, \text{ को संतुष्ट करता है, तो}$$

$$\frac{2\sin x}{\sin x + \sqrt{3}\cos x} \left(0 < x < \frac{\pi}{2}\right) \text{ का मान है:}$$

$$(1) 2\sqrt{3} \quad (2) \frac{3}{2} \quad (3) \sqrt{3} \quad (4) \frac{1}{2}$$

9. यदि किसी  $\alpha \in \mathbb{R}$  के लिए  $15\sin^4 \alpha + 10\cos^4 \alpha = 6$

है, तो  $27\sec^6 \alpha + 8\operatorname{cosec}^6 \alpha$  का मान बराबर है :

- (1) 350      (2) 500      (3) 400      (4) 250

**QUADRATIC EQUATION**

1. यदि  $\alpha$  तथा  $\beta$ , समीकरण  $x^2 + (3)^{1/4}x + 3^{1/2} = 0$  के दो भिन्न मूल हैं, तो  $\alpha^9(\alpha^{12} - 1) + \beta^9(\beta^{12} - 1)$  का मान बराबर है :
- (1)  $56 \times 3^{25}$       (2)  $56 \times 3^{24}$   
 (3)  $52 \times 3^{24}$       (4)  $28 \times 3^{25}$
2. समीकरण,  $e^{6x} - e^{4x} - 2e^{3x} - 12e^{2x} + e^x + 1 = 0$  के वास्तविक मूलों की संख्या है :
- (1) 2      (2) 4      (3) 6      (4) 1
3. यदि समीकरण,  $x^2 + 5(\sqrt{2})x + 10 = 0$ , के  $\alpha$  तथा  $\beta$ ,  $\alpha > \beta$  दो मूल हैं तथा  $P_n = \alpha^n - \beta^n$  (प्रत्येक धन पूर्णांक  $n$  के लिए) है, तो  $\left( \frac{P_{17}P_{20} + 5\sqrt{2}P_{17}P_{19}}{P_{18}P_{19} + 5\sqrt{2}P_{18}^2} \right)$  का मान है \_\_\_\_\_।
4. समीकरण,  $x^2 - |x| - 12 = 0$  के वास्तविक हलों की संख्या है :
- (1) 2      (2) 3      (3) 1      (4) 4
5. यदि  $a + b + c = 1$ ,  $ab + bc + ca = 2$  तथा  $abc = 3$  हैं, तो  $a^4 + b^4 + c^4$  बराबर है \_\_\_\_\_।
6. मान  $\alpha, \beta$  समीकरण  $x^2 + (20)^{1/4}x + (5)^{1/2} = 0$  के दो मूल हैं। तो  $\alpha^8 + \beta^8$  बराबर है :
- (1) 10      (2) 100      (3) 50      (4) 160
7. समीकरण  $e^{4x} - e^{3x} - 4e^{2x} - e^x + 1 = 0$  के वास्तविक मूलों की संख्या है \_\_\_\_\_।
8.  $k$  ( $k \neq 0$ ) के सभी पूर्णांक मानों, जिनके लिए  $x$  में समीकरण  $\frac{2}{x-1} - \frac{1}{x-2} = \frac{2}{k}$  का कोई वास्तविक मूल नहीं है, का योग है \_\_\_\_\_।
9. माना  $\lambda \neq 0, \mathbf{R}$  में है। यदि समीकरण  $x^2 - x + 2\lambda = 0$  के मूल  $\alpha$  तथा  $\beta$  हैं और समीकरण  $3x^2 - 10x + 27\lambda = 0$  के मूल  $\alpha$  तथा  $\gamma$  हैं, तो  $\frac{\beta\gamma}{\lambda}$  बराबर है \_\_\_\_\_.

10. यदि  $x^2 + 9y^2 - 4x + 3 = 0$ ,  $x, y \in \mathbb{R}$  हैं, तो  $x$  तथा  $y$  क्रमशः निम्न में से किस अंतराल में हैं?
- (1)  $\left[ -\frac{1}{3}, \frac{1}{3} \right]$  तथा  $\left[ -\frac{1}{3}, \frac{1}{3} \right]$   
 (2)  $\left[ -\frac{1}{3}, \frac{1}{3} \right]$  तथा  $[1, 3]$   
 (3)  $[1, 3]$  तथा  $[1, 3]$   
 (4)  $[1, 3]$  तथा  $\left[ -\frac{1}{3}, \frac{1}{3} \right]$
11. समीकरण  $3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 4 = 0$  के भिन्न वास्तविक मूलों की संख्या है \_\_\_\_\_।
12.  $k > -1$  के सभी मानों, जिनके लिए समीकरण  $(3x^2 + 4x + 3)^2 - (k+1)(3x^2 + 4x + 3)(3x^2 + 4x + 2) + k(3x^2 + 4x + 2)^2 = 0$  के वास्तविक मूल हैं, का समुच्चय है:
- (1)  $\left( 1, \frac{5}{2} \right)$       (2)  $[2, 3)$   
 (3)  $\left[ -\frac{1}{2}, 1 \right)$       (4)  $\left( \frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right] - \{1\}$
13.  $\text{cosec} 18^\circ$  निम्न में से किस समीकरण का एक मूल है?
- (1)  $x^2 + 2x - 4 = 0$       (2)  $4x^2 + 2x - 1 = 0$   
 (3)  $x^2 - 2x + 4 = 0$       (4)  $x^2 - 2x - 4 = 0$
14. जब-जब  $\alpha$  समीकरण  $x^2 + ax + b = 0$ , का एक मूल है,  $a^2 - 2$  भी इस समीकरण का एक मूल है। इसके लिए वास्तविक संख्याओं के युग्मों  $(a, b)$  की संख्या है :
- (1) 6      (2) 2      (3) 4      (4) 8
15. समीकरण  $(x + 1)^2 + |x - 5| = \frac{27}{4}$  के वास्तविक मूलों की संख्या है \_\_\_\_\_।
16. यदि  $p$  तथा  $q$  दो धनात्मक संख्याएँ हैं, जिनके लिए  $p + q = 2$  तथा  $p^4 + q^4 = 272$  हैं, तो  $p$  तथा  $q$  जिस समीकरण के मूल हैं, वह है:
- (1)  $x^2 - 2x + 2 = 0$       (2)  $x^2 - 2x + 8 = 0$   
 (3)  $x^2 - 2x + 136 = 0$       (4)  $x^2 - 2x + 16 = 0$

17. पूर्णांक 'k', जिसके लिए असमिका  $x^2 - 2(3k-1)x + 8k^2 - 7 > 0$ , R में प्रत्येक x के लिए, मान्य है, है :
- (1) 3      (2) 2      (3) 0      (4) 4
18. यदि  $\alpha, \beta \in R$  हैं, जिसके लिए  $z^2 + az + \beta = 0$ , का एक मूल  $1 - 2i$  (यहाँ  $i^2 = -1$ ) है, तो  $(\alpha - \beta)$  बराबर है :
- (1) -3      (2) -7      (3) 7      (4) 3
19. माना  $x^2 - 6x - 2 = 0$  के मूल  $\alpha$  तथा  $\beta$  हैं। यदि  $n \geq 1$ , के लिए  $a_n = \alpha^n - \beta^n$  है, तो  $\frac{a_{10} - 2a_8}{3a_9}$  का मान है :
- (1) 2      (2) 1      (3) 4      (4) 3
20. माना  $\alpha$  तथा  $\beta$  दो वास्तविक संख्याएँ हैं जिनके लिए  $\alpha + \beta = 1$  तथा  $\alpha\beta = -1$  हैं। माना किसी पूर्णांक  $n \geq 1$  के लिए  $p_n = (\alpha)^n + (\beta)^n$ ,  $p_{n-1} = 11$  तथा  $p_{n+1} = 29$  हैं। तो  $p_n^2$  का मान है \_\_\_\_\_।
21. समीकरण  $\log_4(x-1) = \log_2(x-3)$  के हलों की संख्या है \_\_\_\_\_।
22. माना  $f : [-1, 1] \rightarrow R$ ,  $f(x) = ax^2 + bx + c$   $\forall x \in [-1, 1]$ ,  $a, b, c \in R$  द्वारा परिभाषित है, जबकि  $f(-1) = 2$ ,  $f'(-1) = 1$  हैं तथा  $x \in (-1, 1)$  के लिए  $f''(x)$  का अधिकतम मान  $\frac{1}{2}$  है। यदि  $f(x) \leq \alpha$ ,  $x \in [-1, 1]$  है, तो  $\alpha$  का निम्नतम मान है \_\_\_\_\_।
23.  $3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{3 + \dots \infty}}}}$  का मान बराबर है :
- (1)  $1.5 + \sqrt{3}$       (2)  $2 + \sqrt{3}$   
 (3)  $3 + 2\sqrt{3}$       (4)  $4 + \sqrt{3}$

## SEQUENCE &amp; PROGRESSION

1. यदि श्रेणी  $\log_{9^{1/2}} x + \log_{9^{1/3}} x + \log_{9^{1/4}} x + \dots, x > 0$  के प्रथम 21 पदों का योग 504 है, तो x बराबर है :
- (1) 243      (2) 9      (3) 7      (4) 81
2. माना  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$  एक अनुक्रम है, जिसके लिए  $a_1 = 1$ ,  $a_2 = 1$  तथा  $a_{n+2} = 2a_{n+1} + a_n \quad \forall n \geq 1$  हैं। तो  $47 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{2^{3n}}$  बराबर है \_\_\_\_\_।
3. माना एक समान्तर श्रेढ़ी के प्रथम n पदों का योग  $S_n$  है। यदि  $S_{10} = 530$  तथा  $S_5 = 140$  है, तो  $S_{20} - S_6$  बराबर है –
- (1) 1862      (2) 1842      (3) 1852      (4) 1872
4. समुच्चय  $\{n \in \{1, 2, \dots, 100\} | n \text{ तथा } 2040 \text{ का महत्म समापवर्तक } 1 \text{ है}\}$  के सभी अवयवों का योग बराबर है \_\_\_\_\_।
5. माना एक समान्तर श्रेढ़ी के प्रथम n पदों का योगफल  $S_n$  है। यदि  $S_{3n} = 3S_{2n}$  है, तो  $\frac{S_{4n}}{S_{2n}}$  बराबर है :
- (1) 6      (2) 4      (3) 2      (4) 8
6. यदि  $\left(1 + \frac{2}{3} + \frac{6}{3^2} + \frac{10}{3^3} + \dots \infty \text{ तक}\right)^{\log_{(0.25)}\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots \infty \text{ तक}\right)}$  का मान l है, तो  $l^2$  बराबर है \_\_\_\_\_।
7. यदि  $\log_3 2, \log_3(2^x - 5), \log_3\left(2^x - \frac{7}{2}\right)$  एक समान्तर श्रेढ़ी में हैं, तो x का मान बराबर है \_\_\_\_\_।
8. माना  $A = \{n \in \mathbf{N} | n^2 \leq n + 10,000\}$ ,  $B = \{3k+1 | k \in \mathbf{N}\}$  तथा  $C = \{2k | k \in \mathbf{N}\}$  हैं, तो समुच्चय  $A \setminus (B - C)$  के सभी अवयवों का योगफल बराबर है \_\_\_\_\_।

9. श्रेणी  $\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x^2+1} + \frac{2^2}{x^4+1} + \dots + \frac{2^{100}}{x^{2^{100}}+1}$  का  
योग, जब  $x = 2$  है, है :  
 (1)  $1 + \frac{2^{101}}{4^{101}-1}$       (2)  $1 + \frac{2^{100}}{4^{101}-1}$   
 (3)  $1 - \frac{2^{100}}{4^{100}-1}$       (4)  $1 - \frac{2^{101}}{4^{101}-1}$
10. एक अनंत्त GP  $a, ar, ar^2, ar^3, \dots$  का योग 15 है  
तथा इसके प्रत्येक पद का वर्ग करने का योग  
150 है, तो  $ar^2, ar^4, ar^6, \dots$  का योग है।  
 (1)  $\frac{5}{2}$       (2)  $\frac{1}{2}$       (3)  $\frac{25}{2}$       (4)  $\frac{9}{2}$
11. माना  $a_1, a_2, \dots, a_{10}$  एक AP है, जिसका सार्वअंतर  $-3$  है  
तथा  $b_1, b_2, \dots, b_{10}$  एक GP है, जिसका सार्व अनुपात 2  
है। माना  $c_k = a_k + b_k, k = 1, 2, \dots, 10$  है। यदि  $c_2 = 12$   
तथा  $c_3 = 13$  है, तो  $\sum_{k=1}^{10} c_k$  बराबर है \_\_\_\_\_
12. यदि  $x, y \in \mathbb{R}, x > 0$ , के लिए  
 $y = \log_{10}x + \log_{10}x^{1/3} + \log_{10}x^{1/9} + \dots$  अनंत पदों  
तक तथा  $\frac{2+4+6+\dots+2y}{3+6+9+\dots+3y} = \frac{4}{\log_{10}x}$  है, तो  
क्रमित युग्म  $(x, y)$  बराबर है:  
 (1)  $(10^6, 6)$       (2)  $(10^4, 6)$   
 (3)  $(10^2, 3)$       (4)  $(10^6, 9)$
13. श्रेणी  $\frac{3}{1^2 \times 2^2} + \frac{5}{2^2 \times 3^2} + \frac{7}{3^2 \times 4^2} + \dots$  के 10 पदों  
का योग है :  
 (1) 1      (2)  $\frac{120}{121}$       (3)  $\frac{99}{100}$       (4)  $\frac{143}{144}$
14. तीन संख्याएँ एक वर्धमान गुणोत्तर श्रेणी, जिसका सार्व  
अनुपात  $r$  है, में है। यदि बीच की संख्या को दुगुना कर  
दिया जाये, तो नयी संख्याएँ एक समान्तर श्रेणी,  
जिसका सार्वअंतर  $d$  है, में है। यदि गुणोत्तर श्रेणी का  
चौथा पद  $3r^2$  है, तो  $r^2 - d$  बराबर है :  
 (1)  $7 - 7\sqrt{3}$       (2)  $7 + \sqrt{3}$   
 (3)  $7 - \sqrt{3}$       (4)  $7 + 3\sqrt{3}$

15. 10 संख्याओं  $7 \times 8, 10 \times 10, 13 \times 12, 16 \times 14, \dots$   
का माध्य है \_\_\_\_\_.
16. माना  $a_1, a_2, a_3, \dots$  एक A.P. है। यदि  
 $\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_{10}}{a_1 + a_2 + \dots + a_p} = \frac{100}{p^2}$ ,  $p \neq 10$  है, तो  $\frac{a_{11}}{a_{10}}$   
बराबर है :  
 (1)  $\frac{19}{21}$       (2)  $\frac{100}{121}$       (3)  $\frac{21}{19}$       (4)  $\frac{121}{100}$
17. 4-अंकों की संख्याएँ, जो न तो 7 की गुणज हैं न ही  
3 की गुणज हैं, की संख्या है \_\_\_\_\_।
18. यदि  $S = \frac{7}{5} + \frac{9}{5^2} + \frac{13}{5^3} + \frac{19}{5^4} + \dots$  है, तो 160  $S$  बराबर  
है \_\_\_\_\_।
19. माना  $S_n = 1 \cdot (n-1) + 2 \cdot (n-2) + 3 \cdot (n-3) + \dots +$   
 $(n-1) \cdot 1$ ,  $n \geq 4$  है तो  $\sum_{n=4}^{\infty} \left( \frac{2S_n}{n!} - \frac{1}{(n-2)!} \right)$   
बराबर है :  
 (1)  $\frac{e-1}{3}$       (2)  $\frac{e-2}{6}$       (3)  $\frac{e}{3}$       (4)  $\frac{e}{6}$
20. माना  $a_1, a_2, \dots, a_{21}$  समांतर श्रेणी में इस प्रकार है कि  
 $\sum_{n=1}^{20} \frac{1}{a_n a_{n+1}} = \frac{4}{9}$  है। यदि इस समांतर श्रेणी का  
योगफल 189 है, तब  $a_6 a_{16}$  बराबर है :  
 (1) 57      (2) 72      (3) 48      (4) 36
21. माना  $a, b, c$  एक समान्तर श्रेणी में हैं। माना त्रिभुज  
जिसके शीर्ष विन्दु  $(a, c), (2, b)$  तथा  $(a, b)$  हैं, का केन्द्रक  
 $\left(\frac{10}{3}, \frac{7}{3}\right)$  है। यदि समीकरण,  $ax^2 + bx + 1 = 0$  के मूल  
 $\alpha$  तथा  $\beta$  हैं, तो  $\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta$  का मान है :  
 (1)  $\frac{71}{256}$       (2)  $\frac{69}{256}$   
 (3)  $-\frac{69}{256}$       (4)  $-\frac{71}{256}$

22. एक गुणोत्तर श्रेढ़ी के पहले चार पदों का योग  $\frac{65}{12}$  है तथा उनके व्युक्तमों का योग  $\frac{65}{18}$  है। यदि इसके पहले तीन पदों का गुणनफल 1 हो और तीसरा पद  $\alpha$  हो, तो  $2\alpha$  बराबर है \_\_\_\_\_।
23. यदि  $0 < \theta, \phi < \frac{\pi}{2}$ ,  $x = \sum_{n=0}^{\infty} \cos^{2n} \theta, y = \sum_{n=0}^{\infty} \sin^{2n} \phi$ , तथा  $z = \sum_{n=0}^{\infty} \cos^{2n} \theta \cdot \sin^{2n} \phi$  हैं तो :
- (1)  $xy - z = (x + y)z$       (2)  $xy + yz + zx = z$   
 (3)  $xyz = 4$                         (4)  $xy + z = (x + y)z$
24. माना  $A_1, A_2, A_3, \dots$  वर्ग हैं जबकि प्रत्येक  $n \geq 1$  के लिए,  $A_n$  की भुजा की लम्बाई,  $A_{n+1}$  के विकर्ण की लम्बाई के बराबर है। यदि  $A_1$  की भुजा की लम्बाई 12 cm है, तो  $n$  का न्यूनतम मान, जिसके लिए  $A_n$  का क्षेत्रफल एक से कम है, है \_\_\_\_\_।
25. श्रेणी  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 6n + 10}{(2n+1)!}$  का योगफल बराबर है :
- (1)  $\frac{41}{8}e + \frac{19}{8}e^{-1} - 10$   
 (2)  $\frac{41}{8}e - \frac{19}{8}e^{-1} - 10$   
 (3)  $\frac{41}{8}e + \frac{19}{8}e^{-1} + 10$   
 (4)  $-\frac{41}{8}e + \frac{19}{8}e^{-1} - 10$
26. यदि अनुक्रम  $-16, 8, -4, 2, \dots$  के  $p^{\text{वे}}$  तथा  $q^{\text{वे}}$  पदों के समांतर माध्य तथा गुणोत्तर माध्य, समीकरण  $4x^2 - 9x + 5 = 0$  को सन्तुष्ट करते हैं, तो  $p + q$  बराबर है \_\_\_\_\_.
27. एक वर्धमान गुणोत्तर श्रेणी में, दूसरे तथा छठे पदों का योगफल  $\frac{25}{2}$  है और तीसरे तथा पाँचवें पदों का गुणनफल 25 है, तो चौथे, छठे तथा आठवें पदों का योगफल है:
- (1) 30      (2) 26      (3) 35      (4) 32
28. अनन्त श्रेणी  $1 + \frac{2}{3} + \frac{7}{3^2} + \frac{12}{3^3} + \frac{17}{3^4} + \frac{22}{3^5} + \dots$  का योग बराबर है :
- (1)  $\frac{13}{4}$       (2)  $\frac{9}{4}$       (3)  $\frac{15}{4}$       (4)  $\frac{11}{4}$
29. माना  $\frac{1}{16}, a$  तथा  $b$  G.P. में हैं तथा  $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, 6$  A.P. में हैं, जहाँ  $a, b > 0$  हैं। तो  $72(a+b)$  बराबर है \_\_\_\_\_।
30. माना  $S_n(x) = \log_{a^{1/2}} x + \log_{a^{1/3}} x + \log_{a^{1/7}} x + \dots n$  पदों तक, जहाँ  $a > 1$  है। यदि  $S_{24}(x) = 1093$  तथा  $S_{12}(2x) = 265$  हैं, तो  $a$  का मान बराबर है \_\_\_\_\_।
31. एक समान्तर श्रेढ़ी तथा एक गुणोत्तर श्रेढ़ी के पहले चार पद समुच्चय {11, 8, 21, 16, 26, 32, 4} में से हैं। यदि इन श्रेढ़ियों के अंतिम पद चार अंकों की अधिकतम सम्भव संख्यायें हैं, तो इन दोनों श्रेढ़ियों में होने वाले पदों की संख्या है \_\_\_\_\_.
32. यदि एक वास्तविक संख्या  $x$  के लिए  $1, \log_{10}(4^x - 2)$  तथा  $\log_{10}\left(4^x + \frac{18}{5}\right)$  एक समान्तर श्रेढ़ी में हैं, तो सारणिक 
$$\begin{vmatrix} 2\left(x - \frac{1}{2}\right) & x-1 & x^2 \\ 1 & 0 & x \\ x & 1 & 0 \end{vmatrix}$$
 का मान बराबर है.....।
33. यदि  $\alpha, \beta$  धन पूर्णांक हैं, जिनके लिए  $100^\alpha - 199\beta = (100)(100) + (99)(101) + (98)(102) + \dots + (1)(199)$  है, तो  $(\alpha, \beta)$  तथा मूलबिंदु से होकर जाने वाली रेखा की प्रवणता है :
- (1) 540      (2) 550      (3) 530      (4) 510
34.  $\frac{1}{3^2-1} + \frac{1}{5^2-1} + \frac{1}{7^2-1} + \dots + \frac{1}{(201)^2-1}$  बराबर है :
- (1)  $\frac{101}{404}$       (2)  $\frac{25}{101}$       (3)  $\frac{101}{408}$       (4)  $\frac{99}{400}$

35. माना एक समांतर श्रेढ़ी के प्रथम  $2n$  पदों का योगफल  $S_1$  है। माना उसी समांतर श्रेढ़ी के प्रथम  $4n$  पदों का योगफल  $S_2$  है। यदि  $(S_2 - S_1) = 1000$  है, तो इस समांतर श्रेढ़ी के प्रथम  $6n$  पदों का योग बराबर है:
- (1) 1000    (2) 7000    (3) 5000    (4) 3000
36.  $\left[ \frac{x+1}{x^{2/3} - x^{1/3} + 1} - \frac{x-1}{x - x^{1/2}} \right]^{10}$ ,  $x \neq 1$ , के प्रसार में  $x$  से स्वतंत्र पद बराबर है \_\_\_\_\_।

### TRIGONOMETRIC EQUATION

1. समीकरण,  $\sin^7 x + \cos^7 x = 1$  के  $x \in [0, 4\pi]$  में हलों की संख्या है –
- (1) 11    (2) 7    (3) 5    (4) 9
2.  $[0, 2\pi]$  में  $x$  के सभी मानों, जिनके लिए  $\sin x + \sin 2x + \sin 3x + \sin 4x = 0$  है, का योग है :
- (1)  $8\pi$     (2)  $11\pi$     (3)  $12\pi$     (4)  $9\pi$
3. यदि  $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{2}$ , है, तो  $16(\sin(2\theta) + \cos(4\theta) + \sin(6\theta))$  बराबर है :
- (1) 23    (2) -27    (3) -23    (4) 27
4. समीकरण  $\frac{\cos x}{1 + \sin x} = |\tan 2x|$ ,  
 $x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) - \left\{\frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}\right\}$  के हलों का योग है :
- (1)  $-\frac{11\pi}{30}$     (2)  $\frac{\pi}{10}$     (3)  $-\frac{7\pi}{30}$     (4)  $-\frac{\pi}{15}$
5. माना  $[0, 4\pi]$  में समीकरण  $\sin^4 \theta + \cos^4 \theta - \sin \theta \cos \theta = 0$  के सभी हलों (रेडियन में) का योग  $S$  है। तो  $\frac{8S}{\pi}$  बराबर है \_\_\_\_\_।
6. समीकरण  $32^{\tan^2 x} + 32^{\sec^2 x} = 81$ ,  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$  के हलों की संख्या है :
- (1) 3    (2) 1    (3) 0    (4) 2

7.  $\theta \in [0, 2\pi]$  के सभी संभव मान, जिनके लिए  $\sin 2\theta + \tan 2\theta > 0$  है, निम्न में से किस में हैं ?

- (1)  $\left(0, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$   

(2)  $\left(0, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}\right) \cup \left(\pi, \frac{7\pi}{6}\right)$   

(3)  $\left(0, \frac{\pi}{4}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}\right) \cup \left(\frac{3\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}\right)$   

(4)  $\left(0, \frac{\pi}{4}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}\right) \cup \left(\pi, \frac{5\pi}{4}\right) \cup \left(\frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{4}\right)$

8. यदि  $0 < x, y < \pi$  तथा  $\cos x + \cos y - \cos(x+y) = \frac{3}{2}$ , है, तो  $\sin x + \cos y$  बराबर है :

- (1)  $\frac{1}{2}$     (2)  $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$     (3)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$     (4)  $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$

9. 'k' के पूर्णांकीय मानों, जिनके लिए समीकरण  $3\sin x + 4 \cos x = k + 1$  का एक हल है,  $k \in \mathbb{R}$  है, की संख्या है \_\_\_\_\_।

10. समीकरण  $\sqrt{3}(\cos^2 x) = (\sqrt{3}-1)\cos x + 1$ , जबकि  $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ , के हलों की संख्या है \_\_\_\_\_।

11. यदि  $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  के लिए,  $\log_{10} \sin x + \log_{10} \cos x = -1$  तथा  $\log_{10}(\sin x + \cos x) = \frac{1}{2}(\log_{10} n - 1)$ ,  $n > 0$  है, तो  $n$  का मान बराबर है :
- (1) 20    (2) 12    (3) 9    (4) 16

12. अंतराल  $[0, \pi]$  में समीकरण  $(81)^{\sin^2 x} + (81)^{\cos^2 x} = 30$  के मूलों की संख्या है :
- (1) 3    (2) 4    (3) 8    (4) 2
13. अंतराल  $[0, 2\pi]$  में समीकरण  $|\cot x| = \cot x + \frac{1}{\sin x}$  के हलों की संख्या है \_\_\_\_\_।

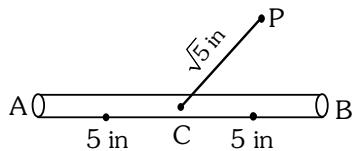
### SOLUTION OF TRIANGLE

1. यदि एक त्रिभुज ABC में  $AB = 5$  इकाई,  $\angle B = \cos^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$  तथा  $\Delta ABC$  के परिवर्त की त्रिज्या 5 इकाई है, तो त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल (वर्ग इकाइयों में) है :
- (1)  $10 + 6\sqrt{2}$       (2)  $8 + 2\sqrt{2}$   
 (3)  $6 + 8\sqrt{3}$       (4)  $4 + 2\sqrt{3}$
2. माना एक समकोण त्रिभुज में, सबसे छोटा कोण  $\theta$  है। यदि इसकी भुजाओं के व्युत्क्रम भी एक एकसमकोण त्रिभुज बनाते हैं, तो  $\sin\theta$  बराबर है:
- (1)  $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$       (2)  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$   
 (3)  $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$       (4)  $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$
3. एक त्रिभुज ABC में, भुजाओं AC तथा AB की लम्बाई क्रमशः 12 cm तथा 5 cm है। यदि  $\Delta ABC$  का क्षेत्रफल  $30 \text{ cm}^2$  है तथा  $\Delta ABC$  के परिवर्त और अंतवर्त की त्रिज्यायें क्रमशः R तथा r हैं, तो  $2R + r$  का मान (cm में) बराबर है \_\_\_\_\_।

### HEIGHT & DISTANCE

1. एक गोलाकार गैस का गुब्बारा, जिसकी त्रिज्या 16 मीटर है, एक दर्शक A की ओर पर  $60^\circ$  का कोण बनाता है, जबकि गुब्बारे के केन्द्र का A की ओर से उन्नयन कोण  $75^\circ$  है। तो दर्शक की ओर के तल से गुब्बारे के सबसे ऊँचे बिन्दु की मीटरों में ऊँचाई है :
- (1)  $8(2 + 2\sqrt{3} + \sqrt{2})$       (2)  $8(\sqrt{6} + \sqrt{2} + 2)$   
 (3)  $8(\sqrt{2} + 2 + \sqrt{3})$       (4)  $8(\sqrt{6} - \sqrt{2} + 2)$

2. 10 इंच लम्बी पेंसिल AB, जिसका मध्य बिन्दु C है, तथा एक छोटा सा रबड़ P एक मेज की क्षेत्रिज ऊपरी सतह पर इस प्रकार रखे हैं कि  $PC = \sqrt{5}$  इंच तथा  $\angle PCB = \tan^{-1}(2)$  है। पेंसिल को C के सापेक्ष निम्न में से किस न्यून कोण तक घुमाया जाए कि रबड़ तथा पेंसिल के बीच लम्बवत दूरी ठीक 1 इंच हो जाए?



- (1)  $\tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$       (2)  $\tan^{-1}(1)$   
 (3)  $\tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$       (4)  $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$
3. दो पोल, a मीटर लंबा AB तथा  $a + b$  ( $b \neq a$ ) मीटर लंबा CD, एक क्षेत्रिज धरातल पर खड़े हैं। इनके आधार B तथा D हैं। यदि  $BD = x$  तथा  $\tan|\angle ACB| = \frac{1}{2}$  है, तो:
- (1)  $x^2 + 2(a + 2b)x - b(a + b) = 0$   
 (2)  $x^2 + 2(a + 2b)x + a(a + b) = 0$   
 (3)  $x^2 - 2ax + b(a + b) = 0$   
 (4)  $x^2 - 2ax + a(a + b) = 0$
4. एक ऊर्ध्वाधर पोल एक क्षेत्रिज धरातल पर स्थित है। इसको 3 : 7 के अनुपात में दो भागों में बांटा गया है जिनमें नीचे का भाग ऊपर के भाग से छोटा है। यदि यह दो भाग, पोल के आधार से धरातल पर 18 मी. दूर एक बिंदु पर समान कोण बनाते हैं, तो पोल की ऊँचाई (मीटर में) है :
- (1)  $12\sqrt{15}$       (2)  $12\sqrt{10}$   
 (3)  $8\sqrt{10}$       (4)  $6\sqrt{10}$

## DETERMINANT

1. माना  $a, b, c, d$  एक समांतर श्रेढ़ी में हैं, जिसका सार्वअन्तर  $\lambda$  है। यदि  $\begin{vmatrix} x+a-c & x+b & x+a \\ x-1 & x+c & x+b \\ x-b+d & x+d & x+c \end{vmatrix} = 2$  है, तो  $\lambda^2$  का मान बराबर है \_\_\_\_\_।

2.  $k \in \mathbf{R}$  का वह मान, जिसके लिए ऐंगिक समीकरण निकाय  $3x - y + 4z = 3$ ,  
 $x + 2y - 3z = -2$ ,  
 $6x + 5y + kz = -3$ , के अनन्त हल हैं, है:  
(1) 3      (2) -5      (3) 5      (4) -3

3.  $\lambda$  तथा  $\mu$  के वे मान जिनके लिए समीकरण निकाय  $x + y + z = 6$ ,  $3x + 5y + 5z = 26$ ,  $x + 2y + \lambda z = \mu$  का कोई हल नहीं हैं, हैं –  
(1)  $\lambda = 3$ ,  $\mu = 5$       (2)  $\lambda = 3$ ,  $\mu \neq 10$   
(3)  $\lambda \neq 2$ ,  $\mu = 10$       (4)  $\lambda = 2$ ,  $\mu \neq 10$

4. यदि समीकरण निकाय  $2x + 3y + 6z = 8$   
 $x + 2y + az = 5$   
 $3x + 5y + 9z = b$  का कोई हल नहीं है, तो  $a$  और  $b$  के मान हैं :  
(1)  $a = 3$ ,  $b \neq 13$       (2)  $a \neq 3$ ,  $b \neq 13$   
(3)  $a \neq 3$ ,  $b = 3$       (4)  $a = 3$ ,  $b = 13$

5. अंतराल  $-\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$  में,  $\begin{vmatrix} \sin x & \cos x & \cos x \\ \cos x & \sin x & \cos x \\ \cos x & \cos x & \sin x \end{vmatrix} = 0$  के भिन्न वास्तविक मूलों की संख्या है :  
(1) 4      (2) 1      (3) 2      (4) 3

6. माना  $f(x) = \begin{vmatrix} \sin^2 x & -2 + \cos^2 x & \cos 2x \\ 2 + \sin^2 x & \cos^2 x & \cos 2x \\ \sin^2 x & \cos^2 x & 1 + \cos 2x \end{vmatrix}$ ,  $x \in [0, \pi]$  है, तो  $f(x)$  का अधिकतम मान बराबर है \_\_\_\_\_।

7. माना  $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  है। यदि रैखिक समीकरण निकाय

$$(1 + \cos^2 \theta)x + \sin^2 \theta y + 4 \sin 3\theta z = 0$$

$$\cos^2 \theta x + (1 + \sin^2 \theta)y + 4 \sin 3\theta z = 0$$

$$\cos^2 \theta x + \sin^2 \theta y + (1 + 4 \sin 3\theta)z = 0$$

का अनुच्छ हल है, तो,  $\theta$  का मान है :

- (1)  $\frac{4\pi}{9}$       (2)  $\frac{7\pi}{18}$       (3)  $\frac{\pi}{18}$       (4)  $\frac{5\pi}{18}$

8. यदि रैखिक समीकरण निकाय

$$2x + y - z = 3$$

$$x - y - z = \alpha$$

$$3x + 3y + \beta z = 3$$

के अनंत हल हैं, तो  $\alpha + \beta - \alpha\beta$  बराबर है \_\_\_\_\_।

9. माना  $A = \begin{pmatrix} [x+1] & [x+2] & [x+3] \\ [x] & [x+3] & [x+3] \\ [x] & [x+2] & [x+4] \end{pmatrix}$ , जहाँ  $[t] =$

महत्तम पूर्णांक  $\leq t$  को दर्शाता है। यदि  $\det(A) = 192$  है, तो  $x$  के मानों का समुच्चय निम्न में से कौन सा अन्तराल है?

- (1) [68, 69]      (2) [62, 63]  
 (3) [65, 66]      (4) [60, 61]

10. माना  $[\lambda]$  महत्तम पूर्णांक  $\leq \lambda$  है।  $\lambda$  के सभी मानों, जिनके लिए रैखिक समीकरण निकाय  $x + y + z = 4$ ,  $3x + 2y + 5z = 3$ ,  $9x + 4y + (28 + [\lambda])z = [\lambda]$  का हल है, का समुच्चय है :

- (1)  $\mathbf{R}$       (2)  $(-\infty, -9) \cup (-9, \infty)$   
 (3)  $[-9, -8]$       (4)  $(-\infty, -9) \cup [-8, \infty)$

11. यदि रैखीक समीकरण निकाय

$$2x + y + z = 5$$

$$x - y + z = 3$$

$$x + y + az = b$$

का कोई हल नहीं है, तो :

- (1)  $a = -\frac{1}{3}$ ,  $b \neq \frac{7}{3}$       (2)  $a \neq \frac{1}{3}$ ,  $b = \frac{7}{3}$   
 (3)  $a \neq -\frac{1}{3}$ ,  $b = \frac{7}{3}$       (4)  $a = \frac{1}{3}$ ,  $b \neq \frac{7}{3}$

12. यदि  $a_r = \cos \frac{2r\pi}{9} + i \sin \frac{2r\pi}{9}$ ,  $r = 1, 2, 3, \dots$ ,

$i = \sqrt{-1}$ , तो सारणिक  $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_4 & a_5 & a_6 \\ a_7 & a_8 & a_9 \end{vmatrix}$  बराबर है :

- (1)  $a_2 a_6 - a_4 a_8$       (2)  $a_9$   
 (3)  $a_1 a_9 - a_3 a_7$       (4)  $a_5$

13. यदि  $\alpha + \beta + \gamma = 2\pi$  है, तो समीकरण निकाय

$$x + (\cos \gamma)y + (\cos \beta)z = 0$$

$$(\cos \gamma)x + y + (\cos \alpha)z = 0$$

$$(\cos \beta)x + (\cos \alpha)y + z = 0$$

- (1) का कोई हल नहीं है      (2) के अनंत हल है  
 (3) के ठीक दो हल हैं      (4) का अद्वितीय हल है

14. निम्न रैखीय समीकरण का विचार कीजिए :

$$-x + y + 2z = 0$$

$$3x - ay + 5z = 1$$

$$2x - 2y - az = 7$$

माना  $a \in \mathbf{R}$  के सभी मानों, जिनके लिए यह निकाय असंगत है, का समुच्चय  $S_1$  है तथा  $a \in \mathbf{R}$  के सभी मानों, जिनके लिए इस निकाय के अनंत हल हैं, का समुच्चय  $S_2$  है। यदि  $S_1$  तथा  $S_2$  में अवयवों की संख्या क्रमशः  $n(S_1)$  तथा  $n(S_2)$  है, तब :

- (1)  $n(S_1) = 2$ ,  $n(S_2) = 2$   
 (2)  $n(S_1) = 1$ ,  $n(S_2) = 0$   
 (3)  $n(S_1) = 2$ ,  $n(S_2) = 0$   
 (4)  $n(S_1) = 0$ ,  $n(S_2) = 2$

15. निम्न रैखीक समीकरणों का निकाय

$$3x - 2y - kz = 10$$

$$2x - 4y - 2z = 6$$

$$x + 2y - z = 5m$$

असंगत है यदि:

- (1)  $k = 3$ ,  $m = \frac{4}{5}$       (2)  $k \neq 3$ ,  $m \in \mathbf{R}$   
 (3)  $k \neq 3$ ,  $m \neq \frac{4}{5}$       (4)  $k = 3$ ,  $m \neq \frac{4}{5}$

16. यदि समीकरण निकाय

$$kx + y + 2z = 1$$

$$3x - y - 2z = 2$$

$$-2x - 2y - 4z = 3$$

के अनन्त हल हैं, तो  $k$  बराबर है \_\_\_\_\_।

17. रेखिक समीकरण निकाय

$$2x + 3y + 2z = 9$$

$$3x + 2y + 2z = 9$$

$$x - y + 4z = 8$$

- (1) का एक हल  $(\alpha, \beta, \gamma)$  है जो  $\alpha + \beta^2 + \gamma^3 = 12$   
को संतुष्ट करता है

(2) के अनन्त हल हैं।

(3) का कोई हल नहीं है

(4) का केवल एक हल है

18. निम्न समीकरण निकाय पर विचार कीजिए :

$$x + 2y - 3z = a$$

$$2x + 6y - 11z = b$$

$$x - 2y + 7z = c,$$

जहाँ  $a, b$  तथा  $c$  वास्तविक अचर हैं। तो इस समीकरण निकाय:

- (1) का केवल एक हल है जब  $5a = 2b + c$  है  
(2) के अनन्त हल हैं जब  $5a = 2b + c$  है  
(3) का सभी  $a, b$  तथा  $c$  के लिए कोई हल नहीं है  
(4) का सभी  $a, b$  तथा  $c$  के लिए केवल एक हल है

19. रेखिक समीकरण निकाय :

$$x - 2y = 1, x - y + kz = -2, ky + 4z = 6, k \in \mathbb{R},$$

के लिए, नीचे दिए कथनों पर विचार कीजिए :

- (A) निकाय का केवल एक हल है, यदि  $k \neq 2, k \neq -2$  है  
(B) निकाय का केवल एक हल है, यदि  $k = -2$ .  
(C) निकाय का केवल एक हल है, यदि  $k = 2$ .  
(D) निकाय का कोई हल नहीं है, यदि  $k = 2$ .  
(E) निकाय के अनन्त हल हैं, यदि  $k \neq -2$  है।  
तो निम्न कथनों में कौन से सत्य हैं ?

(1) केवल (C) तथा (D) (2) केवल (B) तथा (E)

(3) केवल (A) तथा (E) (4) केवल (A) तथा (D)

20.  $\begin{vmatrix} (a+1)(a+2) & a+2 & 1 \\ (a+2)(a+3) & a+3 & 1 \\ (a+3)(a+4) & a+4 & 1 \end{vmatrix}$  का मान है :

(1)  $(a+2)(a+3)(a+4)$

(2) -2

(3)  $(a+1)(a+2)(a+3)$

(4) 0

$$21. f(x) = \begin{vmatrix} \sin^2 x & 1+\cos^2 x & \cos 2x \\ 1+\sin^2 x & \cos^2 x & \cos 2x \\ \sin^2 x & \cos^2 x & \sin 2x \end{vmatrix}, x \in \mathbb{R} \text{ का}$$

अधिकतम मान है :

(1)  $\sqrt{7}$  (2)  $\frac{3}{4}$  (3)  $\sqrt{5}$  (4) 5

22. समीकरण निकाय  $kx + y + z = 1, x + ky + z = k$   
तथा  $x + y + zk = k^2$  का कोई हल नहीं है, यदि  $k$   
बराबर है :

(1) 0 (2) 1

(3) -1 (4) -2

23. समीकरण

$$\begin{vmatrix} 1+\sin^2 x & \sin^2 x & \sin^2 x \\ \cos^2 x & 1+\cos^2 x & \cos^2 x \\ 4\sin 2x & 4\sin 2x & 1+4\sin 2x \end{vmatrix} = 0, (0 < x < \pi)$$

के हल हैं :

(1)  $\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{6}$  (2)  $\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$

(3)  $\frac{5\pi}{12}, \frac{7\pi}{12}$  (4)  $\frac{7\pi}{12}, \frac{11\pi}{12}$

24. माना  $\alpha, \beta, \gamma$  समीकरण  $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ ,  
 $(a, b, c \in \mathbb{R} \text{ तथा } a, b \neq 0)$  के वास्तविक मूल हैं। यदि  
 $u, v, w$  में समीकरण निकाय  $\alpha u + \beta v + \gamma w = 0$ ,  
 $\beta u + \gamma v + \alpha w = 0$ ;  $\gamma u + \alpha v + \beta w = 0$  का अतुच्छ  
हल है, तो  $\frac{a^2}{b}$  का मान है :

(1) 5 (2) 3 (3) 1 (4) 0

25. माना रैखिक समीकरण निकाय

$$4x + \lambda y + 2z = 0$$

$$2x - y + z = 0$$

$$\mu x + 2y + 3z = 0, \lambda, \mu \in \mathbb{R}$$

का एक अतुच्छ हल है। तो निम्न में से कौन सा सत्य है ?

$$(1) \mu = 6, \lambda \in \mathbb{R}$$

$$(2) \lambda = 2, \mu \in \mathbb{R}$$

$$(3) \lambda = 3, \mu \in \mathbb{R}$$

$$(4) \mu = -6, \lambda \in \mathbb{R}$$

### STRAIGHT LINE

1. एक त्रिभुज जिसके शीर्ष बिन्दु  $A(-2, 3)$ ,  $B(1, 9)$  तथा  $C(3, 8)$  हैं, पर विचार कीजिए। यदि एक रेखा  $L$ , जो त्रिभुज ABC के परिकेन्द्र से होकर जाती है रेखा BC को समद्विभाजित करती है तथा y-अक्ष को बिन्दु  $\left(0, \frac{\alpha}{2}\right)$  पर काटती है, तो वास्तविक संख्या  $\alpha$  का मान है \_\_\_\_\_।

2. माना रेखाओं के एक युग्म,  $y = px$  तथा  $y = qx$  का समीकरण  $(y - px)(y - qx) = 0$ , द्वारा लिखा जाता है, तो रेखाओं  $x^2 - 4xy - 5y^2 = 0$  के बीच के कोणों को समद्विभाजित करती हुई रेखाओं का समीकरण है :
- $$(1) x^2 - 3xy + y^2 = 0 \quad (2) x^2 + 4xy - y^2 = 0$$
- $$(3) x^2 + 3xy - y^2 = 0 \quad (4) x^2 - 3xy - y^2 = 0$$

3. बिन्दु  $(2,1)$  से चलकर प्रकाश की एक किरण y-अक्ष पर बिन्दु P पर परावर्तित होती है और तब बिन्दु  $(5, 3)$  से होकर जाती है। यदि यह परावर्तित किरण  $\frac{1}{3}$  उत्केन्द्रता के एक दीर्घवत्त की नियता है तथा

इस नियता से पास की नाभि की दूरी  $\frac{8}{\sqrt{53}}$ , है, तो दूसरी नियता का समीकरण हो सकता है :

$$(1) 11x + 7y + 8 = 0 \text{ अथवा } 11x + 7y - 15 = 0$$

$$(2) 11x - 7y - 8 = 0 \text{ अथवा } 11x + 7y + 15 = 0$$

$$(3) 2x - 7y + 29 = 0 \text{ अथवा } 2x - 7y - 7 = 0$$

$$(4) 2x - 7y - 39 = 0 \text{ अथवा } 2x - 7y + 9 = 0$$

4. बिन्दु P(a,b) में क्रम से निम्न तीन रूपांतरण होते हैं :

(a) रेखा  $y = x$  के सापेक्ष परावर्तन (reflection)

(b) x-अक्ष की धनात्मक दिशा के अनुदिश 2 इकाई का स्थानांतरण (translation)

(c) मूलबिन्दु के सापेक्ष वामावत दिशा में कोण  $\frac{\pi}{4}$  का आवर्तन (rotation)

यदि P की अंतिम स्थिति के निर्देशांक

$$\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{7}{\sqrt{2}}\right), \text{ हैं, तो } 2a + b \text{ का मान बराबर है :}$$

$$(1) 13 \quad (2) 9 \quad (3) 5 \quad (4) 7$$

5. एक समांतर चतुर्भुज की दो भुजाएँ रेखाओं  $4x + 5y = 0$  तथा  $7x + 2y = 0$  के अनुदिश हैं। यदि इस समांतर चतुर्भुज के एक विकर्ण का समीकरण  $11x + 7y = 9$  है, तो दूसरा विकर्ण निम्न में से किस बिन्दु से होकर जाता है?
- $$(1) (1,2) \quad (2) (2,2) \quad (3) (2,1) \quad (4) (1,3)$$

6. माना ABC एक त्रिभुज है जिसमें A(-3, 1) तथा  $\angle ACB = \theta, 0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  है। यदि B से माध्यिका रेखा का समीकरण  $2x + y - 3 = 0$  है तथा कोण C की समद्विभाजक रेखा का समीकरण  $7x - 4y - 1 = 0$  है, तो  $\tan\theta$  बराबर है :
- $$(1) \frac{1}{2} \quad (2) \frac{3}{4} \quad (3) \frac{4}{3} \quad (4) 2$$

7. माना A एक स्थिर बिन्दु  $(0, 6)$  है तथा B एक चर बिन्दु  $(2t, 0)$  है। माना AB का मध्य बिन्दु M है तथा AB का लंबद्विभाजक y-अक्ष को बिन्दु C पर मिलता है। तो MC के मध्य बिन्दु P का बिन्दुपथ है:
- $$(1) 3x^2 - 2y - 6 = 0 \quad (2) 3x^2 + 2y - 6 = 0$$
- $$(3) 2x^2 + 3y - 9 = 0 \quad (4) 2x^2 - 3y + 9 = 0$$

8. माना बिन्दुओं  $A(a, 0), B(b, 2b+1)$  तथा  $C(0, b), b \neq 0$ ,  $|b| \neq 1$  से बने त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल 1 वर्ग इकाई है, तो a के सभी संभव मानों का योग है :
- (1)  $\frac{-2b}{b+1}$       (2)  $\frac{2b}{b+1}$       (3)  $\frac{2b^2}{b+1}$       (4)  $\frac{-2b^2}{b+1}$
9. यदि रेखाओं  $x \operatorname{cosec} \alpha - y \sec \alpha = k \cot 2\alpha$  तथा  $x \sin \alpha + y \cos \alpha = k \sin 2\alpha$  पर मूल बिन्दु से जाले गए लम्बों की लम्बाईयाँ क्रमशः p तथा q हैं, तो  $k^2$  बराबर है :
- (1)  $4p^2 + q^2$       (2)  $2p^2 + q^2$   
 (3)  $p^2 + 2q^2$       (4)  $p^2 + 4q^2$
10. माना A उन सभी बिन्दुओं  $(\alpha, \beta)$ , जिनके लिए बिन्दुओं  $(5, 6), (3, 2)$  तथा  $(\alpha, \beta)$  द्वारा बनाए गए त्रिभुज का क्षेत्रफल 12 वर्ग इकाई है। तो मूल बिन्दू को A में एक बिन्दू से मिलाने वाले रेखाखण्ड की निम्नतम संभव लंबाई है :
- (1)  $\frac{4}{\sqrt{5}}$       (2)  $\frac{16}{\sqrt{5}}$       (3)  $\frac{8}{\sqrt{5}}$       (4)  $\frac{12}{\sqrt{5}}$
11. माना रेखाओं  $x - y + 1 = 0, x - 2y + 3 = 0$  तथा  $2x - 5y + 11 = 0$  के प्रतिच्छेदन बिन्दु एक त्रिभुज ABC की भुजाओं के मध्य बिन्दु हैं। तब त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल है \_\_\_\_\_।
12. बिन्दु  $\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$  पर, रेखा  $x + \sqrt{3}y = 2\sqrt{3}$ , निम्न में से किस वक्र को स्पर्श करती है ?
- (1)  $x^2 + y^2 = 7$       (2)  $y^2 = \frac{1}{6\sqrt{3}}x$   
 (3)  $2x^2 - 18y^2 = 9$       (4)  $x^2 + 9y^2 = 9$
13. माना एक बिन्दु P इस प्रकार है कि इसकी बिन्दु  $(5, 0)$  से दूरी, बिन्दु  $(-5, 0)$  से दूरी का तीन गुना है। यदि बिन्दु P का बिन्दु पथ एक वर्त है जिसकी त्रिज्या r है, तो  $4r^2$  बराबर है \_\_\_\_\_।

14. एक व्यक्ति एक सरल रेखा पर चल रहा है। इस रेखा द्वारा निर्देशांक अक्षों पर बनाये अंतः खण्डों के व्युत्क्रमों का समान्तर माध्य  $\frac{1}{4}$  है। तीन पथ्थर A, B तथा C क्रमशः बिन्दुओं  $(1, 1), (2, 2)$  तथा  $(4, 4)$  पर रखे गये हैं। तो उनमें से कौन-सा/से पथ्थर उस व्यक्ति के पथ पर है/हैं?
- (1) केवल A      (2) केवल C  
 (3) तीनों      (4) केवल B
15. रेखा  $x - y + 1 = 0$  में बिन्दु  $(3, 5)$  का प्रतिबिंब निम्न में से किस पर स्थित है ?
- (1)  $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 12$   
 (2)  $(x - 4)^2 + (y + 2)^2 = 16$   
 (3)  $(x - 4)^2 + (y - 4)^2 = 8$   
 (4)  $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 4$
16. तीन रेखाओं  $x - y = 0, x + 2y = 3$  तथा  $2x + y = 6$  का प्रतिच्छेदन :
- (1) एक समकोण त्रिभुज है  
 (2) एक समबाहु त्रिभुज है  
 (3) एक समद्विबाहु त्रिभुज है  
 (4) इनमें से कोई नहीं है
17. माना तीन बिन्दु A( $-1, 1$ ), B( $3, 4$ ) तथा C( $2, 0$ ) दिये गये हैं। एक रेखा  $y = mx, m > 0$  रेखाओं AC तथा BC को क्रमशः बिन्दुओं P तथा Q पर काटती है। माना  $\Delta ABC$  तथा  $\Delta PQC$  के क्षेत्रफल क्रमशः  $A_1$  तथा  $A_2$  हैं जिनके लिए  $A_1 = 3A_2$  है, तो m का मान बराबर है :
- (1)  $\frac{4}{15}$       (2) 1      (3) 2      (4) 3

18. माना तीन रेखाखंडों OA, OB तथा OC (O मूलबिंदु है) की प्रवणताएँ क्रमशः  $\tan\alpha$ ,  $\tan\beta$  तथा  $\tan\gamma$  ( $\alpha, \beta, \gamma \neq \frac{(2n-1)\pi}{2}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ) हैं। यदि  $\Delta ABC$  का परिकेन्द्र मूलबिंदु है तथा इसका लम्बकेन्द्र y-अक्ष पर है, तो  $\left(\frac{\cos 3\alpha + \cos 3\beta + \cos 3\gamma}{\cos \alpha \cos \beta \cos \gamma}\right)^2$  का मान बराबर है \_\_\_\_\_।
19. एक त्रिभुज PQR में, बिन्दुओं P तथा Q के निर्देशांक क्रमशः  $(-2, 4)$  तथा  $(4, -2)$  हैं। यदि PR के लम्ब समद्विभाजक का समीकरण  $2x - y + 2 = 0$  है, तो  $\Delta PQR$  के परिवर्त का केन्द्र है :
- (1)  $(-1, 0)$       (2)  $(-2, -2)$   
 (3)  $(0, 2)$       (4)  $(1, 4)$
20.  $z = 6xy + y^2$  का अधिकतम मान, जब कि  $3x + 4y \leq 100$  तथा  $4x + 3y \leq 75$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$  है, है \_\_\_\_\_।
21. m के पूर्णांक मानों, जिनके लिए रेखाओं  $3x + 4y = 9$  तथा  $y = mx + 1$  के प्रतिच्छेदन बिंदु का भुज भी एक पूर्णांक है, की संख्या है :
- (1) 1      (2) 2      (3) 3      (4) 0
22. बिंदु  $(1, 3)$  से होकर जाने वाली तथा सरल रेखा  $y + 1 = 3\sqrt{2}x$  से  $\tan^{-1}(\sqrt{2})$  का कोण बनाने वाली रेखाओं में से एक का समीकरण है :
- (1)  $4\sqrt{2}x + 5y - (15 + 4\sqrt{2}) = 0$   
 (2)  $5\sqrt{2}x + 4y - (15 + 4\sqrt{2}) = 0$   
 (3)  $4\sqrt{2}x + 5y - 4\sqrt{2} = 0$   
 (4)  $4\sqrt{2}x - 5y - (5 + 4\sqrt{2}) = 0$
23. माना एक समबाहु त्रिभुज ABC का केन्द्रक मूलबिंदु पर है। माना इस त्रिभुज की एक भुजा सरल रेखा  $x + y = 3$  के अनुदिश है। यदि  $\Delta ABC$  के परिवर्त तथा अंतवर्त की त्रिज्याएँ क्रमशः R तथा r हैं, तो  $(R + r)$  बराबर है :
- (1)  $\frac{9}{\sqrt{2}}$       (2)  $7\sqrt{2}$       (3)  $2\sqrt{2}$       (4)  $3\sqrt{2}$

**CIRCLE**

1. माना सबसे बड़े तथा सबसे छोटे वर्तों, जो बिन्दु  $(-4, 1)$  से होकर जाते हैं तथा जिनके केन्द्र, वर्त  $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 4 = 0$  की परिधि पर स्थित हैं, की त्रिज्याएँ क्रमशः  $r_1$  तथा  $r_2$  हैं। यदि  $\frac{r_1}{r_2} = a + b\sqrt{2}$  है, तो a + b बराबर हैं :
- (1) 3      (2) 11      (3) 5      (4) 7
2. माना : वर्त S :  $36x^2 + 36y^2 - 108x + 120y + C = 0$  न तो निर्देशांक अक्षों को काटता है और न ही उनको स्पर्श करता है। यदि रेखाओं  $x - 2y = 4$  तथा  $2x - y = 5$  का प्रतिच्छेदन बिन्दु, वर्त S के अन्दर स्थित है, तो –
- (1)  $\frac{25}{9} < C < \frac{13}{3}$       (2)  $100 < C < 165$   
 (3)  $81 < C < 156$       (4)  $100 < C < 156$
3. बिंदु P( $-1, 1$ ) से वर्त  $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$  पर दो स्पर्श रेखाएँ खींची जाती हैं। यदि ये स्पर्श रेखाएँ वर्त को बिंदुओं A तथा B पर स्पर्श करती हैं तथा वर्त पर D एक बिंदु है जिसके लिए रेखाखंडों AB तथा AD की लम्बाइयाँ बराबर हैं, तो त्रिभुज ABD का क्षेत्रफल बराबर है :
- (1) 2      (2)  $(3\sqrt{2} + 2)$   
 (3) 4      (4)  $3(\sqrt{2} - 1)$
4. माना मूलबिंदु O से होकर जाने वाले तथा केन्द्र C(2, 3) के एक वर्त पर P तथा Q दो भिन्न बिंदु हैं। यदि OC, रेखाखंडों CP तथा CQ के लंबवत हैं, तो समुच्चय {P, Q} बराबर है :
- (1)  $\{(4, 0), (0, 6)\}$   
 (2)  $\{(2 + 2\sqrt{2}, 3 - \sqrt{5}), (2 - 2\sqrt{2}, 3 + \sqrt{5})\}$   
 (3)  $\{(2 + 2\sqrt{2}, 3 + \sqrt{5}), (2 - 2\sqrt{2}, 3 - \sqrt{5})\}$   
 (4)  $\{(-1, 5), (5, 1)\}$

5. माना

$$A = \{(x, y) \in \mathbf{R} \times \mathbf{R} \mid 2x^2 + 2y^2 - 2x - 2y = 1\},$$

$$B = \{(x, y) \in \mathbf{R} \times \mathbf{R} \mid 4x^2 + 4y^2 - 16y + 7 = 0\} \text{ तथा}$$

$$C = \{(x, y) \in \mathbf{R} \times \mathbf{R} \mid x^2 + y^2 - 4x - 2y + 5 \leq r^2\}$$

है।

तो  $|r|$  का निम्नतम मान, जिसके लिए  $A \cup B \subseteq C$

है, बराबर है :

$$(1) \frac{3+\sqrt{10}}{2}$$

$$(2) \frac{2+\sqrt{10}}{2}$$

$$(3) \frac{3+2\sqrt{5}}{2}$$

$$(4) 1+\sqrt{5}$$

6. एक वर्त C, y-अक्ष को (0, 6) पर स्पर्श करता है तथा x-अक्ष  $6\sqrt{5}$  का अंतःखंड काटता है। तो वर्त C की त्रिज्या बराबर है :

$$(1) \sqrt{53} \quad (2) 9 \quad (3) 8 \quad (4) \sqrt{82}$$

7. एक बिंदु, जो इस प्रकार चलता है कि इसकी बिंदुओं (0, 0), (1, 0), (0, 1) (1, 1) से दूरियों के वर्गों का योग 18 इकाई है, का बिंदुपथ d व्यास का एक वर्त है। तो  $d^2$  बराबर है \_\_\_\_\_.

8. एक वर्त C रेखा  $x = 2y$  को बिंदु (2, 1) पर स्पर्श करता है तथा वर्त  $C_1 : x^2 + y^2 + 2y - 5 = 0$  को दो बिंदुओं P तथा Q पर इस प्रकार काटता है कि PQ वर्त  $C_1$  का एक व्यास है, तो C का व्यास है –

$$(1) 7\sqrt{5} \quad (2) 15$$

$$(3) \sqrt{285} \quad (4) 4\sqrt{15}$$

9. माना समीकरण  $x^2 + y^2 + px + (1-p)y + 5 = 0$  उन वर्तों को दर्शाती है, जिनकी चर त्रिज्या  $r \in (0, 5]$  है। तो समुच्चय  $S = \{q : q = p^2 \text{ तथा } q \text{ एक पूर्णांक है}\} \text{ में अवयवों की संख्या है } _____.$

10. माना सभी पूर्णांकों का समुच्चय  $\mathbb{Z}$  है,

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} : (x-2)^2 + y^2 \leq 4\},$$

$$B = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} : x^2 + y^2 \leq 4\} \text{ तथा}$$

$$C = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} : (x-2)^2 + (y-2)^2 \leq 4\}$$

है।

यदि  $A \cap B$  से  $A \cap C$  में संबंधों की कुल संख्या  $2^p$  हैं, तो p का मान है :

$$(1) 16 \quad (2) 25 \quad (3) 49 \quad (4) 9$$

11. 5 इकाई त्रिज्या के दो वर्त एक दूसरे को बिंदु (1, 2) पर स्पर्श करते हैं। यदि उनकी उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा का समीकरण  $4x + 3y = 10$  है तथा उनके केन्द्र  $C_1(\alpha, \beta)$  और  $C_2(\gamma, \delta)$ ,  $C_1 \neq C_2$  हैं, तो  $|\alpha + \beta)(\gamma + \delta)|$  बराबर है \_\_\_\_\_।

12. यदि चर रेखा  $3x + 4y = \alpha$ , दो वर्तों  $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$  तथा  $(x-9)^2 + (y-1)^2 = 4$  के बीच इस प्रकार स्थित हैं कि यह किसी भी वर्त से जीवा नहीं बनाती, तो  $\alpha$  के सभी पूर्णांक मानों का योग है \_\_\_\_\_.

13. माना वर्त  $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$  का केन्द्र B है। माना वर्त के दो बिंदुओं P तथा Q पर स्पर्श रेखाओं का प्रतिच्छेदन बिंदु A(3, 1) है। तो  $8 \cdot \left( \frac{\Delta APQ \text{ का क्षेत्रफल}}{\Delta BPQ \text{ का क्षेत्रफल}} \right)$  बराबर है \_\_\_\_\_।

14. यदि त्रिभुज, जो धनात्मक x-अक्ष तथा वर्त  $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 25$  के बिंदु (5, 7) पर खींचे गए अभिलम्ब तथा स्पर्श रेखा द्वारा बनता है, का क्षेत्रफल A है, तो  $24A$  बराबर है \_\_\_\_\_।

15. वर्त,  $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$  का कोई एक व्यास, किसी और वर्त 'C' की एक जीवा है। यदि वर्त 'C' का केन्द्र (2, 1) है, तो इस की त्रिज्या बराबर है \_\_\_\_\_।

16. यदि बिंदु  $(3, 2)$  से वत्त  $x^2 + y^2 = 1$  के किसी बिंदु तक रेखा-खण्ड के मध्य -बिन्दु का बिंदुपथ  $r$  त्रिज्या का एक वत्त है, तो  $r$  बराबर है:

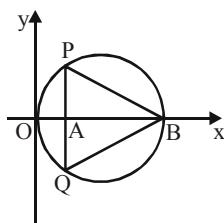
(1) 1      (2)  $\frac{1}{2}$       (3)  $\frac{1}{3}$       (4)  $\frac{1}{4}$

17. माना दो बिंदु  $A(1, 4)$  तथा  $B(1, -5)$  हैं। माना वत्त  $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$  पर  $P$  एक बिंदु है, जिसके लिए  $(PA)^2 + (PB)^2$  का मान अधिकतम है, तो बिन्दु  $P$ ,  $A$  तथा  $B$  निम्न में से किस पर स्थित है ?

(1) एक अतिपरवलय      (2) एक सरलरेखा  
 (3) एक दीर्घवत्त      (4) एक परवलय

18. माना एक वक्र के प्रत्येक बिंदु पर अभिलम्ब, बिन्दुओं  $(a, b)$  से होकर जाते हैं। यदि यह वक्र बिंदुओं  $(3, -3)$  तथा  $(4, -2\sqrt{2})$ , से होकर जाता है, तथा  $a - 2\sqrt{2}b = 3$ , तो  $(a^2 + b^2 + ab)$  बराबर है \_\_\_\_\_.

19. नीचे दिए वत्त में, माना  $OA = 1$  इकाई,  $OB = 13$  इकाई तथा  $PQ \perp OB$  है। तो त्रिभुज  $PQB$  का क्षेत्रफल (वर्ग इकाईयों में) है:



(1)  $24\sqrt{2}$       (2)  $24\sqrt{3}$   
 (3)  $26\sqrt{3}$       (4)  $26\sqrt{2}$

20. माना वत्त  $x^2 + y^2 + ax + 2ay + c = 0$ , ( $a < 0$ ) द्वारा  $x$ -अक्ष तथा  $y$ -अक्ष पर बनाये गये अंतःखण्डों की लम्बाईयाँ क्रमशः  $2\sqrt{2}$  तथा  $2\sqrt{5}$  हैं। तो इस वत्त की एक स्पर्श रेखा, जो रेखा  $x + 2y = 0$  के लम्बवत है, की मूलबिंदु से न्यूनतम दूरी बराबर है :

(1)  $\sqrt{11}$       (2)  $\sqrt{7}$       (3)  $\sqrt{6}$       (4)  $\sqrt{10}$

21. माना भुजा की इकाई लम्बाई का एक वर्ग  $ABCD$  है। माना इकाई त्रिज्या तथा केन्द्र  $A$  का एक वत्त  $C_1$  खींचा जाता है। वत्त  $C_1$  तथा रेखाओं  $AD$  और  $AB$  को स्पर्श करता हुआ एक और वत्त  $C_2$  भी खींचा जाता है। माना बिंदु  $C$  से वत्त  $C_2$  की एक स्पर्श रेखा भुजा  $AB$  को  $E$  पर मिलती है। यदि  $EB$  की लम्बाई  $\alpha + \sqrt{3}\beta$  है, जहाँ  $\alpha, \beta$  पूर्णांक हैं, तो  $\alpha + \beta$  बराबर है \_\_\_\_\_।

22. एक बिंदु  $P$  से वत्त  $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$  पर दो स्पर्श रेखाएँ खींची गई हैं। इन स्पर्श रेखाओं के बीच का कोण  $\tan^{-1}\left(\frac{12}{5}\right)$  है, जहाँ  $\tan^{-1}\left(\frac{12}{5}\right) \in (0, \pi)$  है। यदि वत्त का केन्द्र  $C$  है तथा ये स्पर्श रेखाएँ वत्त को बिंदुओं  $A$  तथा  $B$  पर स्पर्श करती हैं, तो  $\Delta PAB$  तथा  $\Delta CAB$  के क्षेत्रफलों का अनुपात है :

(1) 11 : 4      (2) 9 : 4      (3) 3 : 1      (4) 2 : 1

23. माना वत्त  $x^2 + y^2 = 25$  के बिंदु  $R(3, 4)$  पर स्पर्श रेखा  $x$ -अक्ष तथा  $y$ -अक्ष को क्रमशः बिंदुओं  $P$  तथा  $Q$  पर मिलती है। यदि मूलबिंदु  $O$  से होकर जाने वाले वत्त, जिसका केन्द्र त्रिभुज  $OPQ$  का अंतः केन्द्र है, की त्रिज्या  $r$  है, तो  $r^2$  बराबर है:

(1)  $\frac{529}{64}$       (2)  $\frac{125}{72}$       (3)  $\frac{625}{72}$       (4)  $\frac{585}{66}$

24. एक वत्त के बिन्दु  $(2, 5)$  पर स्पर्श रेखा का समीकरण  $2x - y + 1 = 0$  है तथा वत्त का केन्द्र रेखा  $x - 2y = 4$  पर है, तो वत्त की त्रिज्या है :

(1)  $3\sqrt{5}$       (2)  $5\sqrt{3}$       (3)  $5\sqrt{4}$       (4)  $4\sqrt{5}$

25. दो वत्तों  
 $x^2 + y^2 - 10x - 10y + 41 = 0$  तथा  
 $x^2 + y^2 - 16x - 10y + 80 = 0$  के लिए असत्य कथन चुनिए :

(1) दो केन्द्रों के बीच की दूरी दोनों वत्तों की त्रिज्याओं का माध्य है  
 (2) दोनों वत्तों के केन्द्र एक दूसरे के आंतरिक भाग में है  
 (3) दोनों वत्त एक दूसरे के केन्द्र से होकर जाते हैं  
 (4) वत्तों के दो प्रतिच्छेदन बिन्दु हैं

26. वर्तों

$$x^2 + y^2 - 10x - 10y + 41 = 0 \text{ तथा}$$

$$x^2 + y^2 - 24x - 10y + 160 = 0$$

के लिए यदि बिन्दु  $P_1$  एक वर्त पर है तथा बिन्दु  $P_2$  दूसरे वर्त पर है, तो बिन्दुओं  $P_1$  तथा  $P_2$  के बीच की न्यूनतम दूरी है \_\_\_\_\_।

27. दो वर्तों जिनके समीकरण

$$x^2 + y^2 - 10x - 10y + 41 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 22x - 10y + 137 = 0$$

हैं, के लिए सही कथन चुनिए :

- (1) एक बिंदु दोनों वर्तों का केन्द्र है
- (2) वर्त किसी भी बिंदु पर नहीं मिलते
- (3) वर्त केवल एक बिंदु पर मिलते हैं
- (4) वर्त दो बिंदुओं पर मिलते हैं

28. चार वर्तों M, N, O तथा P के समीकरण हैं :

$$\text{वर्त } M : x^2 + y^2 = 1$$

$$\text{वर्त } N : x^2 + y^2 - 2x = 0$$

$$\text{वर्त } O : x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$$

$$\text{वर्त } P : x^2 + y^2 - 2y = 0$$

यदि वर्त M को केन्द्र वर्त N के केन्द्र से मिलाया जाता है, वर्त N को केन्द्र वर्त O के केन्द्र से मिलाया जाता है, वर्त O का केन्द्र वर्त P के केन्द्र से मिलाया जाता है तथा वर्त P का केन्द्र वर्त M के केन्द्र से मिलाया जाता है, तो ये रेखाएँ निम्न में से किस की भुजाएँ हैं?

- |                |                     |
|----------------|---------------------|
| (1) समचतुर्भुज | (2) वर्ग            |
| (3) आयत        | (4) समांतर चतुर्भुज |

29. माना  $S_1 : x^2 + y^2 = 9$  तथा  $S_2 : (x - 2)^2 + y^2 = 1$  हैं। तो एक चर वर्त S, जो  $S_1$  को अंदर से स्पर्श करता है तथा  $S_2$  को बाहर से स्पर्श करता है, के केन्द्र का बिंदुपथ हमेशा निम्न में से किन बिंदुओं से होकर जाता है?

- |                                      |   |
|--------------------------------------|---|
| (1) $(0, \pm\sqrt{3})$               | (2) $\left(\frac{1}{2}, \pm\frac{\sqrt{5}}{2}\right)$ |
| (3) $\left(2, \pm\frac{3}{2}\right)$ | (4) $(1, \pm 2)$                                      |

## PARABOLA

1. माना परवलय  $S : y^2 = 2x$  के बिंदु  $P(2, 2)$  पर स्पर्श रेखा x-अक्ष को बिंदु Q पर मिलती है तथा इस बिंदु पर अभिलम्ब परवलय S को बिंदु R पर मिलता है तो त्रिभुज PQR का क्षेत्रफल (वर्ग इकाईयों में) बराबर है:

- (1)  $\frac{25}{2}$       (2)  $\frac{35}{2}$       (3)  $\frac{15}{2}$       (4) 25

2. माना  $y = mx + c$ ,  $m > 0$ , परवलय  $y^2 = -64x$  की नामीय जीवा है तथा वर्त  $(x + 10)^2 + y^2 = 4$  की स्पर्श रेखा है तो  $4\sqrt{2}(m + c)$  का मान बराबर है \_\_\_\_\_।

3. माना परवलय,  $y = 4x^2 + 1$  पर एक चर बिंदु P है। तो P से रेखा,  $y = x$  पर डाले गए लम्ब के पाद तथा P के मध्य बिंदु का बिंदु पथ है:

- (1)  $(3x - y)^2 + (x - 3y) + 2 = 0$
- (2)  $2(3x - y)^2 + (x - 3y) + 2 = 0$
- (3)  $(3x - y)^2 + 2(x - 3y) + 2 = 0$
- (4)  $2(x - 3y)^2 + (3x - y) + 2 = 0$

4. यदि वक्र  $y^2 = 6x$  पर, बिंदु  $\left(3, \frac{3}{2}\right)$  के निकटतम बिंदु  $(\alpha, \beta)$  है, तो  $2(\alpha + \beta)$  बराबर है \_\_\_\_\_।

5. माना P एक परवलय है जिसका शीर्ष तथा नाभि धनात्मक x-अक्ष पर है और उनकी मूलबिंदु से दूरी क्रमशः 2 तथा 4 इकाई है। यदि O(0, 0) से परवलय P पर दो स्पर्श रेखाएँ खींची जाती हैं जो P को S तथा R पर मिलती हैं, तो  $\DeltaSOR$  का क्षेत्रफल (वर्ग इकाईयों में) बराबर है :

- (1)  $16\sqrt{2}$       (2) 16      (3) 32      (4)  $8\sqrt{2}$

6. यदि वर्त  $4x^2 + 4y^2 + 120x + 675 = 0$  की एक जीवा के अनुदिश एक रेखा बिंदु (-30, 0) से होकर जाती है तथा परवलय  $y^2 = 30x$  की स्पर्श रेखा है, तो इस जीवा की लंबाई है :

- (1) 5      (2) 7      (3)  $5\sqrt{3}$       (4)  $3\sqrt{5}$

7. अतिपरवलय  $x^2 - y^2 = 4$  की उन जीवाओं, जो परवलय  $y^2 = 8x$  को स्पर्श करती है, के मध्य बिन्दुओं का बिन्दुपथ है।
- (1)  $y^3(x-2) = x^2$       (2)  $x^3(x-2) = y^2$   
 (3)  $y^2(x-2) = x^3$       (4)  $x^2(x-2) = y^3$
8. परवलय  $y^2 = 8x$  के बिंदु  $P(2, -4)$  पर एक स्पर्श रेखा तथा एक अभिलंब खींचे गए हैं, जो परवलय की नियता को क्रमशः बिन्दुओं A तथा B पर मिलते हैं। यदि Q(a, b) एक ऐसा बिंदु है, जिसके लिए AQBP एक वर्ग है, तो  $2a + b$  बराबर है :
- (1) -16      (2) -18      (3) -12      (4) -20
9. यदि एक बिन्दु P से परवलय  $y^2 = 16(x - 3)$  पर खींची गई दो स्पर्श रेखाएँ समकोण बनाती हैं, तो बिन्दु P का बिन्दुपथ है :
- (1)  $x + 3 = 0$       (2)  $x + 1 = 0$   
 (3)  $x + 2 = 0$       (4)  $x + 4 = 0$
10. एक परवलय, जिसके शीर्ष तथा नाभि धनात्मक x-अक्ष पर मूल बिन्दु से क्रमशः R तथा S ( $>R$ ) की दूरी पर हैं, की नाभिलम्ब जीवा की लम्बाई है :
- (1)  $4(S + R)$       (2)  $2(S - R)$   
 (3)  $4(S - R)$       (4)  $2(S + R)$
11. परवलय  $y^2 = 8x$  के बिंदु  $(2, -4)$  पर एक स्पर्श रेखा L खींची गई है। यदि रेखा L वर्त  $x^2 + y^2 = a$  की भी स्पर्श रेखा है, तो 'a' बराबर है \_\_\_\_\_।
12. माना एक परवलय का शीर्ष  $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$  तथा नियता  $y = \frac{1}{2}$  है। माना P एक बिन्दु है जहाँ परवलय, रेखा  $x = -\frac{1}{2}$  से मिलता है। यदि P बिन्दु पर परवलय का अभिलम्ब परवलय को फिर से Q बिन्दु पर काटता है, तब  $(PQ)^2$  बराबर है :
- (1)  $\frac{75}{8}$       (2)  $\frac{125}{16}$       (3)  $\frac{25}{2}$       (4)  $\frac{15}{2}$
13. यदि P परवलय,  $y = x^2 + 4$  पर एक ऐसा बिन्दु है, जो सरल रेखा  $y = 4x - 1$  के निकटतम है, तो P के निर्देशांक हैं :
- (1) (3, 13)      (2) (1, 5)      (3) (-2, 8)      (4) (2, 8)
14. परवलय,  $y^2 = 4ax$  की नाभि तथा परवलय पर किसी भी बिन्दु पथ एक और परवलय है जिसकी नियता है:
- (1)  $x = -\frac{a}{2}$       (2)  $x = \frac{a}{2}$   
 (3)  $x = 0$       (4)  $x = a$
15. परवलय  $y^2 = 6x$  पर एक स्पर्श रेखा खींची गई है जो रेखा  $2x + y = 1$  के लंबवत है। तो निम्न में से कौन सा बिंदु इस पर स्थित नहीं है?
- (1) (-6, 0)      (2) (4, 5)      (3) (5, 4)      (4) (0, 3)
16. रेखा  $x - y = 1$  तथा वक्र  $x^2 = 2y$  के बीच की न्यूनतम दूरी है :
- (1)  $\frac{1}{2}$       (2)  $\frac{1}{2\sqrt{2}}$       (3)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$       (4) 0
17. वर्त  $(x - 3)^2 + y^2 = 9$  तथा परवलय  $y^2 = 4x$  की एक उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा है। यदि दो संपर्क बिन्दु (a, b) तथा (c, d) भिन्न हैं तथा प्रथम चतुर्थांश में हैं, तो  $2(a + c)$  बराबर है \_\_\_\_\_.
18. माना पलवलय  $y^2 = 4x$  पर एक बिंदु का रेखा  $y = x$  के सापेक्ष दर्पण प्रतिविम्ब का बिन्दुपथ C है। तो P(2,1) पर C की स्पर्श रेखा का समीकरण है :
- (1)  $x - y = 1$       (2)  $2x + y = 5$   
 (3)  $x + 3y = 5$       (4)  $x + 2y = 4$
19. यदि परवलय  $y^2 = 2x$  पर डाले गये तीन अभिलम्ब, बिंदु (a, 0),  $a \neq 0$ , से होकर जाते हैं, तो 'a' निम्न में से किस से अधिक होना चाहिए ?
- (1)  $\frac{1}{2}$       (2)  $-\frac{1}{2}$       (3) -1      (4) 1

# ELLIPSE



- 5.** माना दीर्घवत्त  $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$  पद दूसरे चतुर्थांश में एक बिंदु P इस प्रकार है कि P पर दीर्घवत की स्पर्श रेखा, रेखा  $x + 2y = 0$  के लंबवत हैं। माना दीर्घवत की नाभियाँ S तथा S' हैं तथा इसकी उत्केन्द्रता e है। यदि त्रिभुज SPS' का क्षेत्रफल A है तो  $(5 - e^2) \cdot A$  का मान है :

(1) 6      (2) 12      (3) 14      (4) 24

**6.** यदि दीर्घवत  $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{4a^2} = 1$  की एक स्पर्श रेखा तथा निर्देशांक अक्षों द्वारा बने त्रिभुज का न्यूनतम क्षेत्रफल kab है, तो k बराबर है \_\_\_\_\_।

**7.** रेखा  $12x \cos\theta + 5y \sin\theta = 60$  निम्न में से किस वक्र की स्पर्श रेखा है?

(1)  $x^2 + y^2 = 169$   
(2)  $144x^2 + 25y^2 = 3600$   
(3)  $25x^2 + 12y^2 = 3600$   
(4)  $x^2 + y^2 = 60$

**8.** बिंदु  $(-3, -5)$  को दीर्घवत  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$  के बिंदुओं से मिलाने वाले रेखाखण्डों के मध्य-बिंदुओं का बिंदुपथ है:

(1)  $9x^2 + 4y^2 + 18x + 8y + 145 = 0$   
(2)  $36x^2 + 16y^2 + 90x + 56y + 145 = 0$   
(3)  $36x^2 + 16y^2 + 108x + 80y + 145 = 0$   
(4)  $36x^2 + 16y^2 + 72x + 32y + 145 = 0$

**9.** माना दीर्घवत  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{1} = 1$  तथा वर्त  $x^2 + y^2 = 3$  के प्रथम चतुर्थांश में प्रतिच्छेदन बिंदु पर स्पर्श रेखाओं के बीच न्यून कोण  $\theta$  है। तब  $\tan\theta$  बराबर है :

(1)  $\frac{5}{2\sqrt{3}}$       (2)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$       (3)  $\frac{4}{\sqrt{3}}$       (4) 2

10. यदि वक्र  $x^2 + 2y^2 = 2$ , रेखा  $x + y = 1$  को दो बिंदुओं P तथा Q पर काटता है, तो रेखा खंड PQ द्वारा मूल बिन्दु पर बनाया गया कोण है :

(1)  $\frac{\pi}{2} + \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$       (2)  $\frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$

(3)  $\frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\left(\frac{1}{4}\right)$       (4)  $\frac{\pi}{2} + \tan^{-1}\left(\frac{1}{4}\right)$

11. माना वक्रों  $4x^2 + 9y^2 = 36$  तथा  $(2x)^2 + (2y)^2 = 31$  की एक ऊभयनिष्ठ स्पर्श रेखा L है। तो रेखा L की प्रवणता का वर्ग बराबर है \_\_\_\_\_.

12. यदि दीर्घवत्त  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  तथा वक्त  $x^2 + y^2 = 4b$ ,  $b > 4$  के प्रतिच्छेदन बिन्दु वक्र  $y^2 = 3x^2$  पर स्थित हैं, तो b बराबर है :

(1) 12      (2) 5      (3) 6      (4) 10

13. माना परवलय  $y^2 = 4x - 20$  के बिन्दु (6, 2) पर स्पर्श रेखा L है। यदि L, दीर्घवत्त  $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  की भी एक स्पर्श रेखा है, तो b का मान बराबर है :

(1) 11      (2) 14      (3) 16      (4) 20

14. माना दीर्घवत्त  $\frac{x^2}{27} + y^2 = 1$  के बिंदु  $(3\sqrt{3}\cos\theta, \sin\theta)$ ,  $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ , पर एक स्पर्श रेखा खींची गई है। तो  $\theta$  का वह मान, जिसके लिए इस स्पर्श रेखा द्वारा अक्षों पर बनाए गए अंतः खंडों का योगफल निम्नतम है, बराबर है :

(1)  $\frac{\pi}{8}$       (2)  $\frac{\pi}{4}$       (3)  $\frac{\pi}{6}$       (4)  $\frac{\pi}{3}$

## HYPERBOLA

1. माना एक रेखा  $L : 2x + y = k$ ,  $k > 0$ , अतिपरवलय  $x^2 - y^2 = 3$  को स्पर्श करती है। यदि रेखा L, परवलय,  $y^2 = \alpha x$  को भी स्पर्श करती है, तो  $\alpha$  बराबर है –

(1) 12      (2) -12      (3) 24      (4) -24

2. अतिपरवलय,  $16x^2 - 9y^2 + 32x + 36y - 164 = 0$  पर किसी बिंदु P तथा इसकी नाभियों से बने त्रिभुज के केन्द्रक का बिन्दुपथ है:

(1)  $16x^2 - 9y^2 + 32x + 36y - 36 = 0$

(2)  $9x^2 - 16y^2 + 36x + 32y - 144 = 0$

(3)  $16x^2 - 9y^2 + 32x + 36y - 144 = 0$

(4)  $9x^2 - 16y^2 + 36x + 32y - 36 = 0$

3. अतिपरवलय  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  जिसकी उत्केन्द्रता  $\frac{\sqrt{5}}{2}$  है, पर एक बिन्दु  $P(-2\sqrt{6}, \sqrt{3})$  है। यदि इस अतिपरवलय के बिन्दु P पर स्पर्श रेखा तथा अभिलंब अतिपरवलय के संयुगमी अक्ष को क्रमशः बिन्दुओं Q तथा R पर काटते हैं, तो QR बराबर है –

(1)  $4\sqrt{3}$       (2) 6      (3)  $6\sqrt{3}$       (4)  $3\sqrt{6}$

4. माना अतिपरवलय  $2x^2 - y^2 = 2$  पर दो बिन्दु A ( $\sec\theta, 2\tan\theta$ ) तथा B ( $\sec\phi, 2\tan\phi$ ) हैं जिनके लिए  $\theta + \phi = \pi/2$  है। यदि A तथा B पर अतिपरवलय के अभिलंबों का प्रतिच्छेदन बिन्दु  $(\alpha, \beta)$  है, तो  $(2\beta)^2$  बराबर है \_\_\_\_\_।

5. यदि वक्र  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  तथा  $\frac{x^2}{c^2} + \frac{y^2}{d^2} = 1$  एक दूसरे को  $90^\circ$  के कोण पर काटते हैं, तो निम्न में से कौन सा संबंध सत्य है?

(1)  $a + b = c + d$       (2)  $a - b = c - d$

(3)  $a - c = b + d$       (4)  $ab = \frac{c + d}{a + b}$

6. माना  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x - 1$  द्वारा तथा  $g: \mathbb{R} - \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  

$$g(x) = \frac{x-1}{x-2}$$
 द्वारा परिभाषित है। तो संयुक्त फलन  $f(g(x))$  :
- (1) आच्छादक है परन्तु एकैकी नहीं है  
(2) एकैकी तथा आच्छादक दोनों है  
(3) एकैकी है परन्तु आच्छादक नहीं है  
(4) न एकैकी है और न आच्छादक है
7. रेखाओं  $(\sqrt{3})kx + ky - 4\sqrt{3} = 0$  तथा  $\sqrt{3}x - y - 4(\sqrt{3})k = 0$  के प्रतिच्छेदन बिंदु का बिंदुपथ एक शांकव है, जिसकी उत्केन्द्रता है \_\_\_\_\_।
8. एक अतिपरवलय,  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$  की नाभियों से होकर जाता है तथा इसके अनुप्रस्थ और संयुगमी अक्ष क्रमशः दीर्घवत के दीर्घ और अल्प अक्षों के समरूप हैं। यदि उनकी उत्केन्द्रताओं का गुणनफल एक है, तो अतिपरवलय का समीकरण है :
- (1)  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{25} = 1$       (2)  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$   
(3)  $x^2 - y^2 = 9$       (4)  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$
9. वक्त  $x^2 + y^2 = 25$  की उस जीवा, जो अति परवलय  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$  की स्पर्श रेखा है, के मध्य बिंदु का बिंदुपथ है :
- (1)  $(x^2 + y^2)^2 - 16x^2 + 9y^2 = 0$   
(2)  $(x^2 + y^2)^2 - 9x^2 + 144y^2 = 0$   
(3)  $(x^2 + y^2)^2 - 9x^2 - 16y^2 = 0$   
(4)  $(x^2 + y^2)^2 - 9x^2 + 16y^2 = 0$
10. एक वर्ग ABCD के सभी शीर्ष वक्र  $x^2y^2 = 1$  पर हैं। इसकी भुजाओं के मध्यबिंदु भी इसी वक्र पर हैं तो ABCD के क्षेत्रफल का वर्ग है \_\_\_\_\_।

11. एक अतिपरवलय  $H : x^2 - 2y^2 = 4$  का विचार कीजिए। माना बिंदु  $P(4, \sqrt{6})$  पर स्पर्श रेखा x-अक्ष को Q पर मिलती है तथा नाभि जीवा को  $R(x_1, y_1)$ ,  $x_1 > 0$  पर मिलती है। यदि H की नाभि F बिंदु P के निकट है, तो  $\Delta QFR$  का क्षेत्रफल बराबर है:
- (1)  $4\sqrt{6}$       (2)  $\sqrt{6} - 1$   
(3)  $\frac{7}{\sqrt{6}} - 2$       (4)  $4\sqrt{6} - 1$

### PERMUTATION & COMBINATION

1. एक क्रिकेट टीम में 15 खिलाड़ी हैं, जिनमें 6 गेंदबाज, 7 बल्लेबाज तथा 2 विकेटकीपर हैं। इनमें से 11 खिलाड़ियों की एक टीम, जिसमें कम से कम 4 गेंदबाज, 5 बल्लेबाज तथा 1 विकेटकीपर हो, चुनने के तरीकों की संख्या है \_\_\_\_\_।
2. यदि अंको 0, 2, 4, 6 तथा 8 द्वारा संख्याएँ बनाई गई हैं और उनमें अंको को दोहराने की अनुमति नहीं हैं तो इस प्रकार बनाई गई उन संख्याओं, जो 10,000 से बड़ी हो, की संख्या है \_\_\_\_\_।
3. कक्षा 10 में 5 छात्र, कक्षा 11 में 6 छात्र तथा कक्षा 12 में 8 छात्र हैं। यदि 10 छात्रों को चुनने के तरीकों की संख्या, जिनमें से प्रत्येक कक्षा में से कम से कम 2 छात्र हो तथा कक्षाओं 10 और 11 के 11 छात्रों में से अधिक से अधिक 5 छात्र हो, 100 k है, तो k बराबर है \_\_\_\_\_।
4. यदि  ${}^n P_r = {}^n P_{r+1}$  तथा  ${}^n C_r = {}^n C_{r-1}$  है, तो r बराबर है :
- (1) 1      (2) 4      (3) 2      (4) 3
5. माना n एक ऋणेतर पूर्णांक है। तो संख्या  $(10)^{10} \cdot (11)^{11} \cdot (13)^{13}$  के "4n + 1" की तरह के भाजकों की संख्या है \_\_\_\_\_.

6. अंकों 0, 1, 3, 4, 6, 7 से बनने वाली तीन-अंकों की सम-संख्याओं, जबकि अंकों की पुनरावृति की अनुमति नहीं है, की संख्या है \_\_\_\_\_।
7. अंक 1 का प्रयोग किए बिना 500 के बराबर या उससे कम 3 अंकों की सभी संख्याएँ, जो 11 की गुणज है, का योग है?
8. एक संख्या को विलोमपद (palindrome) कहते हैं यदि इसे आगे तथा पीछे से पढ़ने पर एक ही संख्या मिलती है। उदाहरण के लिए 285582 छ: अंकों का एक विलोमपद है। छ: अंकों के विलोमपदों जो 55 से विभाजित होते हैं, की संख्या है \_\_\_\_\_।
9. माना  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 9\}$  है। तो समुच्चय  $T = \{A \subseteq S : A \neq \emptyset \text{ तथा } A \text{ के सभी अवयवों का योगफल } 3 \text{ का गुणज नहीं है}\}$  में अवयवों की संख्या है \_\_\_\_\_।
10. शब्द 'VOWELS' के सभी अक्षरों का उपयोग करके बनाये गये छह अक्षरों वाले शब्दों (अर्थ के साथ या बिना) की संख्या, ताकि सभी व्यंजन कभी भी एक साथ न आये, होगी \_\_\_\_\_।
11. माना  $P_1, P_2, \dots, P_{15}$  एक वर्त पर 15 बिन्दु हैं। बिन्दुओं  $P_i, P_j, P_k$  जिनके लिए  $i + j + k \neq 15$ , से बनने वाले भिन्न त्रिमुजों की संख्या है :
- (1) 12      (2) 419      (3) 443      (4) 455
12. FARMER शब्द के सभी विन्यासों (arrangements) अर्थपूर्ण या अर्थहीन, जिनमें दो R एक साथ नहीं हैं, को लिखा जाता है। सभी विन्यासों को अंग्रेजी शब्दकोश की तरह एल्फाबेटिक क्रम में लगाया जाता है तब शब्द FARMER का क्रमांक है \_\_\_\_\_।
13. छात्रों,  $S_1, S_2, \dots, S_{10}$  को तीन समूहों A, B तथा C में इस प्रकार विभाजित करना है कि प्रत्येक समूह में कम से कम एक छात्र हो तथा समूह C में अधिक से अधिक 3 छात्र हों। तो इस प्रकार समूह बनाने की कुल संभावनाएँ हैं \_\_\_\_\_।
14. 6 भारतीयों तथा 8 विदेशियों में से एक वैज्ञानिक कमेटी बनानी है, जिसमें कम से कम दो भारतीय हों और उनसे दुगने विदेशी हों। तो ऐसी कमेटी बनाने के तरीकों की संख्या है:
- (1) 1625      (2) 575      (3) 560      (4) 1050
15.  $xyz = 24$  के धन पूर्णांक हलों (x, y, z) की कुल संख्या है:
- (1) 36      (2) 24      (3) 45      (4) 30
16. अंकों 1, 2, 3, 4, 5 से 100 तथा 1000 के बीच की बनाई जा सकने वाली संख्याओं, यदि कोई भी अंक दोहराया नहीं जाता है तथा संख्याएँ या तो 3 से या 5 से विभाज्य हैं, की कुल संख्या है \_\_\_\_\_।
17. माना  $x, 3$  अवयवों के एक समुच्चय A से 5 अवयवों के एक समुच्चय B में एकैकी फलनों की कुल संख्या को दर्शाता है तथा  $y$ , समुच्चय A से समुच्चय  $A \times B$  में एकैकी फलनों की कुल संख्या को दर्शाता है। तो :
- (1)  $y = 273x$       (2)  $2y = 91x$   
 (3)  $y = 91x$       (4)  $2y = 273x$
18. दो अंकों की संख्याओं 'n', जिसके लिए  $3^n + 7^n = 10$  का गुणज है, की कुल संख्या है \_\_\_\_\_.
19. केवल अंकों 1, 2 तथा 3 के प्रयोग से सात अंकों के पूर्णांकों, जिनके अंकों का योगफल 10 है, की संख्या है :
- (1) 42      (2) 82      (3) 77      (4) 35

- 20.** एक प्राकृतिक संख्या के अभाज्य गुणनखंड  $n = 2^x 3^y 5^z$  द्वारा दिए गये हैं, जहाँ  $y$  तथा  $z$  के लिए  $y + z = 5$ ,  $y^{-1} + z^{-1} = \frac{5}{6}$  तथा  $y > z$  हैं। तो  $n$  के विषम भाजकों की संख्या, जिनमें 1 भी है, है :
- (1) 11      (2) 6      (3)  $6x$       (4) 12
- 21.** एक चतुर्भुज ABCD, जिसके रेखा खंडों AB, CD, BC, DA के अन्दर क्रमशः 5, 7, 6, 9 बिंदु हैं, का विचार कीजिए। माना  $\alpha$  उन त्रिभुजों की संख्या है, जिनके शीर्ष भिन्न भुजाओं पर ये बिंदु हैं तथा  $\beta$  उन चतुर्भुजों की संख्या है, जिनके शीर्ष भिन्न भुजाओं पर ये बिंदु हैं। तो  $(\beta - \alpha)$  बराबर है :
- (1) 795      (2) 1173      (3) 1890      (4) 717
- 22.** यदि एक त्रिभुज ABC की तीन भुजाओं AB, BC तथा CA पर क्रमशः 3, 5 तथा 6 आंतरिक बिंदु हैं, तो इन बिंदुओं को शीर्ष लेकर बनाये जा सकने वाले त्रिभुजों की कुल संख्या है :
- (1) 364      (2) 240      (3) 333      (4) 360
- 23.** टीम 'A' में 7 लड़के तथा  $n$  लड़कियाँ हैं तथा टीम 'B' में 4 लड़के तथा 6 लड़कियाँ हैं। यदि इन दो टीम के बीच कुल 52 एकल मैच आयोजित किए जा सकते हैं, जब एक लड़का, एक लड़के के विरुद्ध खेलता है तथा एक लड़की, एक लड़की के विरुद्ध खेलती है, तो  $n$  बराबर है :
- (1) 5      (2) 2      (3) 4      (4) 6
- 24.** अंकों 1, 2, 2 तथा 3 से बनाई जा सकने वाली सभी 4 अंकों की भिन्न संख्याओं का योगफल है :
- (1) 26664      (2) 122664  
 (3) 122234      (4) 22264
- 25.** 1 से 1000 तक के पूर्णांकों को क्रम से लिखने पर अंक 3, \_\_\_\_\_ बार लिखा जायेगा।
- 26.** 4-अंकों की संख्याओं, जिनका 18 के साथ महत्तम सर्वनिष्ठ भाजक 3 है, की कुल संख्या है \_\_\_\_\_

**BINOMIAL THEOREM**

- 1.**  $(1-x)^{101}(x^2+x+1)^{100}$  के प्रसार में  $x^{256}$  का गुणांक है :
- (1)  ${}^{100}C_{16}$       (2)  ${}^{100}C_{15}$   
 (3)  $-{}^{100}C_{16}$       (4)  $-{}^{100}C_{15}$
- 2.**  $\left(4^{\frac{1}{4}} + 5^{\frac{1}{6}}\right)^{120}$  के द्विपद प्रसार में परिमेय पदों की संख्या है \_\_\_\_\_।
- 3.** यदि धन पूर्णांकों  $m$  तथा  $n$  के लिए  $(1-y)^m(1+y)^n = 1 + a_1y + a_2y^2 + \dots + a_{m+n}y^{m+n}$  तथा  $a_1 = a_2 = 10$  है, तो  $(m+n)$  बराबर है :
- (1) 88      (2) 64      (3) 100      (4) 80
- 4.** माना  $k \in \mathbb{N}$  के लिए,
- $$\frac{1}{\alpha(\alpha+1)(\alpha+2)\dots(\alpha+20)} = \sum_{k=0}^{20} \frac{A_k}{\alpha+k}, \quad \alpha > 0$$
- है। तो  $100\left(\frac{A_{14} + A_{15}}{A_{13}}\right)^2$  बराबर है \_\_\_\_\_।
- 5.** यदि  $\left(2x^r + \frac{1}{x^2}\right)^{10}$  के द्विपद प्रसार में अचर पद 180 है तो  $r$  बराबर है \_\_\_\_\_।
- 6.** समुच्चय  $\{n \in \{1, 2, 3, \dots, 100\} \mid (11)^n > (10)^n + (9)^n\}$  में अवयवों की संख्या है \_\_\_\_\_।
- 7.** यदि  $b, a$  से बहुत छोटा है, जिनके लिए निम्न सर्वसमिका
- $$\frac{1}{a-b} + \frac{1}{a-2b} + \frac{1}{a-3b} + \dots + \frac{1}{a-nb} = \alpha n + \beta n^2 + \gamma n^3$$
- में,  $\frac{b}{a}$  की क्यूब और ऊँची घातों की उपेक्षा की जा सकती है, तो  $\gamma$  बराबर है :
- (1)  $\frac{a^2+b}{3a^3}$       (2)  $\frac{a+b}{3a^2}$   
 (3)  $\frac{b^2}{3a^3}$       (4)  $\frac{a+b^2}{3a^3}$
- 8.**  $(1+x)^{20}$  के प्रसार में मध्य पद का गुणांक तथा  $(1+x)^{19}$  के प्रसार में दो मध्य पदों के गुणांकों के योग का अनुपात है \_\_\_\_\_।

9. यदि  $\left( \frac{x+1}{x^{2/3} - x^{1/3} + 1} - \frac{x-1}{x-x^{1/2}} \right)^{10}$ ,  $x \neq 0, 1$  के प्रसार में 'x' से स्वतंत्र पद बराबर है \_\_\_\_\_।
10.  $(2^{1/3} + 3^{1/4})^{12}$  के प्रसार में, उन सभी पदों, जो परिमेय संख्याएँ हैं, का योगफल है :
- (1) 89      (2) 27      (3) 35      (4) 43
11. यदि  $\left( x \sin \alpha + a \frac{\cos \alpha}{x} \right)^{10}$  के प्रसार में 'x' से स्वतंत्र पद का अधिकतम मान  $\frac{10!}{(5!)^2}$  है, तो 'a' बराबर है :
- (1) -1      (2) 1      (3) -2      (4) 2
12. न्यूनतम पूर्णांक, जो कि  $\left( 1 + \frac{1}{10^{100}} \right)^{10^{100}}$  से बड़ा है, है :
- (1) 3      (2) 4      (3) 2      (4) 1
13. माना  $n \in \mathbf{N}$  तथा  $[x]$  महत्तम पूर्णांक  $\leq x$  है। यदि  $(n+1)$  पदों  ${}^n C_0, {}^n C_1, {}^n C_2, {}^n C_3, \dots$  का योग  $2^{100} \cdot 101$  है, तो  $2 \left[ \frac{n-1}{2} \right]$  बराबर है \_\_\_\_\_।
14. यदि  $\left( 2 + \frac{x}{3} \right)^n$  के प्रसार में  $x^7$  तथा  $x^8$  के गुणांक बराबर हैं, तो  $n$  बराबर है \_\_\_\_\_।
15. यदि  $\left( x^2 + \frac{1}{bx} \right)^{11}$ ,  $b \neq 0$ , में  $x^7$  का गुणांक तथा  $\left( x - \frac{1}{bx^2} \right)^{11}$ , में  $x^{-7}$  का गुणांक बराबर हैं, तो  $b$  का मान बराबर है ?
- (1) 2      (2) -1      (3) 1      (4) -2
16. 'x' का एक संभव मान, जिसके लिए व्यंजक  $\left\{ 3^{\log_3 \sqrt{2} s^{x-1} + 7} + 3^{\left( -\frac{1}{8} \right) \log_3 (5^{x-1} + 1)} \right\}^{10}$  के  $3^{\left( -\frac{1}{8} \right) \log_3 (5^{x-1} + 1)}$  की बढ़ती घातों में प्रसार में नौवाँ पद 180 के बराबर है, है:
- (1) 0      (2) -1      (3) 2      (4) 1
17. यदि  $(1+x)^{20}$  के प्रसार में  $x^r$  का गुणांक  ${}^{20} C_r$  है, तो  $\sum_{r=0}^{20} r^2 {}^{20} C_r$  का मान बराबर है.....।
- (1)  $420 \times 2^{19}$       (2)  $380 \times 2^{19}$   
 (3)  $380 \times 2^{18}$       (4)  $420 \times 2^{18}$
18. यदि  ${}^1 P_1 + 2 \cdot {}^2 P_2 + 3 \cdot {}^3 P_3 + \dots + 15 \cdot {}^{15} P_{15} = {}^q P_r - s$ ,  $0 \leq s \leq 1$ , है, तो  ${}^{q+s} C_{r-s}$  बराबर है \_\_\_\_\_।
19. माना  $\binom{n}{k}$ ,  ${}^n C_k$  को दर्शाता है तथा  $\binom{n}{k} = \begin{cases} \binom{n}{k}, & \text{यदि } 0 \leq k \leq n \\ 0, & \text{अन्यथा} \end{cases}$  यदि  $A_k = \sum_{i=0}^9 \binom{9}{i} \left[ \begin{matrix} 12 \\ 12-k+i \end{matrix} \right] + \sum_{i=0}^8 \binom{8}{i} \left[ \begin{matrix} 13 \\ 13-k+i \end{matrix} \right]$  तथा  $A_4 - A_3 = 190 p$ , है, तो  $p$  बराबर है
20. यदि  $0 < x < 1$  है, तो  $\frac{3}{2}x^2 + \frac{5}{3}x^3 + \frac{7}{4}x^4 + \dots$  बराबर है:
- (1)  $x \left( \frac{1+x}{1-x} \right) + \log_e(1-x)$   
 (2)  $x \left( \frac{1-x}{1+x} \right) + \log_e(1-x)$   
 (3)  $\frac{1-x}{1+x} + \log_e(1-x)$   
 (4)  $\frac{1+x}{1-x} + \log_e(1-x)$
21.  $\sum_{k=0}^{20} ({}^{20} C_k)^2$  बराबर है :
- (1)  ${}^{40} C_{21}$       (2)  ${}^{40} C_{19}$       (3)  ${}^{40} C_{20}$       (4)  ${}^{41} C_{20}$
22.  $3 \times 7^{22} + 2 \times 10^{22} - 44$  को 18 से भाग देने पर शेषफल \_\_\_\_\_ है।
23. यदि  $\left( \frac{x}{4} - \frac{12}{x^2} \right)^{12}$  के द्विपद प्रसार में  $x$  से स्वतंत्र पद  $\left( \frac{3^6}{4^4} \right) k$  हो, तो  $k$  बराबर होगा \_\_\_\_\_।

24. यदि  $(a + 2b + 4ab)^{10}$  के प्रसार में  $a^7b^8$  का गुणांक  $K \cdot 2^{16}$  है, तो  $K$  बराबर है \_\_\_\_।
25. यदि  $(x + y)^n$  के प्रसार में गुणांकों का योगफल 4096 है, तब प्रसार में महत्तम गुणांक है \_\_\_\_।
26. यदि  $n \geq 2$  एक धनात्मक पूर्णांक है, तो श्रेणी  ${}^{n+1}C_2 + 2({}^2C_2 + {}^3C_2 + {}^4C_2 + \dots + {}^nC_2)$  का योग है:
- (1)  $\frac{n(n-1)(2n+1)}{6}$       (2)  $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$   
 (3)  $\frac{n(2n+1)(3n+1)}{6}$       (4)  $\frac{n(n+1)^2(n+2)}{12}$
27. पूर्णांकों  $n$  तथा  $r$  के लिए,
- माना  $\binom{n}{r} = \begin{cases} {}^nC_r, & \text{यदि } n \geq r \geq 0 \\ 0, & \text{अन्यथा} \end{cases}$
- तो  $k$  का वह अधिकतम मान, जिसके लिए, योगफल  $\sum_{i=0}^k \binom{10}{i} \binom{15}{k-i} + \sum_{i=0}^{k+1} \binom{12}{i} \binom{13}{k+1-i}$  का अस्तित्व है, \_\_\_\_ है।
28.  $-{}^{15}C_1 + 2 \cdot {}^{15}C_2 - 3 \cdot {}^{15}C_3 + \dots - 15 \cdot {}^{15}C_{15} + {}^{14}C_1 + {}^{14}C_3 + {}^{14}C_5 + \dots + {}^{14}C_{11}$  का मान है:
- (1)  $2^{16} - 1$       (2)  $2^{13} - 14$   
 (3)  $2^{14}$       (4)  $2^{13} - 13$
29. यदि  $x$  को 4 से विभाजित करने पर शेषफल 3 है, तो  $(2020 + x)^{2022}$  को 8 से विभाजित करने पर शेषफल है \_\_\_\_.
30. माना  $m, n \in \mathbb{N}$  तथा  $\gcd(2, n) = 1$  है। यदि  $30 \binom{30}{0} + 29 \binom{30}{1} + \dots + 2 \binom{30}{28} + 1 \binom{30}{29} = n \cdot 2^m$  है, तो  $n + m$  बराबर है \_\_\_\_। (यहाँ)  $\binom{n}{k} = {}^nC_k$  है।

31.  $\left( tx^{\frac{1}{5}} + \frac{(1-x)^{\frac{1}{10}}}{t} \right)^{10}$ , जहाँ  $x \in (0,1)$  है, के प्रसार में, 't' से स्वतंत्र पद का अधिकतम मान है :
- (1)  $\frac{10!}{\sqrt{3}(5!)^2}$       (2)  $\frac{2 \cdot 10!}{3\sqrt{3}(5!)^2}$   
 (3)  $\frac{2 \cdot 10!}{3(5!)^2}$       (4)  $\frac{10!}{3(5!)^2}$
32. माना  $n$  एक धनात्मक पूर्णांक है तथा  $A = \sum_{k=0}^n (-1)^k n C_k \left[ \left(\frac{1}{2}\right)^k + \left(\frac{3}{4}\right)^k + \left(\frac{7}{8}\right)^k + \left(\frac{15}{16}\right)^k + \left(\frac{31}{32}\right)^k \right]$  है। यदि  $63A = 1 - \frac{1}{2^{30}}$  है, तो  $n$  बराबर है \_\_\_\_।
33. यदि  $(3^{1/4} + 5^{1/8})^{60}$  के प्रसार में अपरिमेय पदों की संख्या  $n$  है,  $(n-1)$  निम्न में से किस से विभाज्य है ?
- (1) 26      (2) 30      (3) 8      (4) 7
34. मान  $[x]$  महत्तम पूर्णांक  $\leq x$  है। यदि  $n \in \mathbb{N}$  के लिए  $(1-x+x^3)^n = \sum_{j=0}^{3n} a_j x^j$  है, तो  $\sum_{j=0}^{\left[\frac{3n}{2}\right]} a_{2j} + 4 \sum_{j=0}^{\left[\frac{3n-1}{2}\right]} a_{2j} + 1$  बराबर है :
- (1) 2      (2)  $2^{n-1}$       (3) 1      (4)  $n$
35.  $\sum_{r=0}^6 \left( {}^6C_r \cdot {}^6C_{6-r} \right)$  का मान बराबर है :
- (1) 1124      (2) 1324      (3) 1024      (4) 924
36. माना  $\left( x + \frac{a}{x^2} \right)^n$ ,  $x \neq 0$ , के प्रसार में तीसरे, चौथे तथा पाँचवें पदों के गुणांक  $12 : 8 : 3$  के अनुपात में है। तो इस प्रसार में  $x$  से स्वतंत्र पद है \_\_\_\_।
37. दो पासे फेंके जाते हैं। यदि दोनों पासों के छ: तलों (faces) पर अंकित संख्याएँ 1, 2, 3, 5, 7 तथा 11 हैं तो ऊपर के तलों पर प्रकट होने वाली संख्याओं का योगफल  $\leq 8$  होने की प्रायिकता है :
- (1)  $\frac{4}{9}$       (2)  $\frac{17}{36}$       (3)  $\frac{5}{12}$       (4)  $\frac{1}{2}$

38. यदि  $(x + x^{\log_2 x})^7$  के प्रसार में चौथा पद 4480 है,

तो  $x$  ( $x \in N$ ) का मान है :

- (1) 2      (2) 4      (3) 3      (4) 1

39.  $4 + \frac{1}{5 + \frac{1}{4 + \frac{1}{5 + \frac{1}{4 + \dots \dots \infty}}}}$  का मान है :

- (1)  $2 + \frac{2}{5} \sqrt{30}$       (2)  $2 + \frac{4}{\sqrt{5}} \sqrt{30}$   
 (3)  $4 + \frac{4}{\sqrt{5}} \sqrt{30}$       (4)  $5 + \frac{2}{5} \sqrt{30}$

40.  $(2021)^{3762}$  को 17 से विभाजित करने पर शेषफल है \_\_\_\_\_ |

41. माना  $(1 + x + 2x^2)^{20} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{40}x^{40}$  है। तो  $a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{37}$  बराबर है :  
 (1)  $2^{20}(2^{20} - 21)$       (2)  $2^{19}(2^{20} - 21)$   
 (3)  $2^{19}(2^{20} + 21)$       (4)  $2^{20}(2^{20} + 21)$

42. यदि  $\sum_{r=1}^{10} r!(r^3 + 6r^2 + 2r + 5) = \alpha(11!)$  है, तो  $\alpha$  का मान बराबर है \_\_\_\_\_ |

43. माना घात 3 का एक वास्तविक बहुपद  $P(x)$  है, जो  $x = -3$  पर शून्य हो जाता है। माना  $P(x)$  का स्थानीय निम्नतम  $x = 1$  पर, स्थानीय अधिकतम  $x = -1$  पर तथा  $\int_{-1}^1 P(x)dx = 18$  है। तो बहुपद  $P(x)$  के सभी गुणांकों का योगफल बराबर है \_\_\_\_\_.

44. माना  $(1 + x)^n$  के प्रसार में  $x^r$  का द्विपद गुणांक  $nC_r$  है। यदि  $\sum_{k=0}^{10} (2^2 + 3k)nC_k = \alpha \cdot 3^{10} + \beta \cdot 2^{10}$ ,  $\alpha, \beta \in R$  हैं,  $\alpha + \beta$  बराबर है \_\_\_\_\_ |

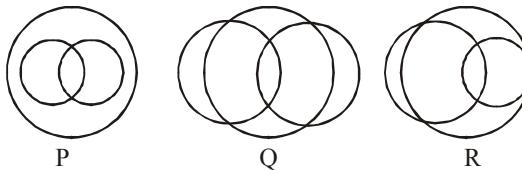
## SET

1. एक अस्पताल के सभी मरीजों में से 89% दिल की बीमारी से ग्रसित पाये गये तथा 98% के फेफड़े संक्रमित पाये गये। यदि K% दोनों बीमारियों से ग्रसित हैं, तो निम्न में किस समुच्चय में K नहीं हो सकता ?  
 (1) {80, 83, 86, 89}      (2) {84, 86, 88, 90}  
 (3) {79, 81, 83, 85}      (4) {84, 87, 90, 93}

2. यदि  $A = \{x \in R : |x - 2| > 1\}$ ,  $B = \{x \in R : \sqrt{x^2 - 3} > 1\}$ ,  $C = \{x \in R : |x - 4| \geq 2\}$  हैं तथा सभी पूर्णांकों का समुच्चय  $Z$  है, तो समुच्चय  $(A \cap B \cap C)^c \cap Z$  के उपसमुच्चयों की संख्या है \_\_\_\_\_ |  
 3. माना  $A = \{n \in N : n$  एक 3-अंकों की संख्या है  
 $B = \{9k + 2 : k \in N\}$   
 तथा  $C = \{9k + l : k \in N\}$  किसी  $l$  ( $0 < l < 9$ ) के लिए। यदि समुच्चय  $A \cap (B \cup C)$  के सभी अवयवों का योग  $274 \times 400$  है, तो  $l$  बराबर है \_\_\_\_\_ |

4. माना  $R = \{(P, Q) | P$  तथा  $Q$ , मूलबिंदु से समान दूरी पर हैं} एक संबंध है। तो  $(-1, -1)$  का तुल्यता-वर्ग निम्न में से कौन सा समुच्चय है ?  
 (1)  $S = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 4\}$   
 (2)  $S = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 1\}$   
 (3)  $S = \{(x, y) | x^2 + y^2 = \sqrt{2}\}$   
 (4)  $S = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 2\}$

5. एक स्कूल में तीन तरह के खेल खेले जाते हैं। कुछ छात्र दो तरह के खेल खेलते हैं, परन्तु कोई भी सभी तीन खेल नहीं खेलता। उपर्युक्त कथन को कौन से बेन आरेख दर्शाते हैं?



- (1) P तथा Q      (2) P तथा R  
 (3) इनमें से कोई नहीं      (4) Q तथा R  
 6. समुच्चय  $\{x \in R : (|x| - 3)|x + 4| = 6\}$  में अवयवों की संख्या है :  
 (1) 3      (2) 2      (3) 4      (4) 1

**RELATION**

1. माना  $\mathbf{N}$  प्राकृतिक संख्याओं का समुच्चय है और  $\mathbf{N}$  पर एक संबंध  $R$  निम्न द्वारा परिभाषित है :  
 $R = \{(x,y) \in \mathbf{N} \times \mathbf{N} : x^3 - 3x^2y - xy^2 + 3y^3 = 0\}$ । तो संबंध  $R$  :
- (1) सममित है, परन्तु न तो स्वतुल्य है और न ही संक्रामक है
  - (2) स्वतुल्य है, परन्तु न तो सममित है और न ही संक्रामक है
  - (3) स्वतुल्य और सममित है, परन्तु संक्रामक नहीं है
  - (4) एक तुल्यता संबंध है
2. निम्न में से कौन सा वास्तविक संख्याओं के समुच्चय पर संबंध  $R$  के लिए सही नहीं है ?
- (1)  $(x, y) \in R \Leftrightarrow 0 < |x| - |y| \leq 1$  न तो संक्रामक है न ही सममित है
  - (2)  $(x, y) \in R \Leftrightarrow 0 < |x - y| \leq 1$  सममित तथा संक्रामक है।
  - (3)  $(x, y) \in R \Leftrightarrow |x| - |y| \leq 1$  स्वतुल्य है किन्तु सममित नहीं है।
  - (4)  $(x, y) \in R \Leftrightarrow |x - y| \leq 1$  स्वतुल्य तथा सममित है
3. माना  $A = \{2, 3, 4, 5, \dots, 30\}$  है तथा  $A \times A$  पर,  $(a, b) \simeq (c, d)$ , यदि और केवल यदि  $ad = bc$  है, द्वारा परिभाषित एक तुल्यता संबंध ' $\simeq$ ' है। तो क्रमित युग्मों की संख्या, जो क्रमित युग्म  $(4, 3)$  के साथ इस तुल्यता संबंध को सन्तुष्ट करते हैं, है :
- (1) 5      (2) 6      (3) 8      (4) 7
4.  $n \times n$  के वास्तविक आव्यूहों  $A$  तथा  $B$  के एक समूह पर एक संबंध  $R$  निम्न प्रकार से परिभाषित है : "ARB यदि और केवल यदि एक व्युक्तमणीय आव्यूह  $P$  का अस्तित्व है। जिसके लिए  $PAP^{-1} = B$  है"। तो निम्न में से कौन-सा सत्य है ?
- (1)  $R$  सममित और संक्रामक है परन्तु स्वतुल्य नहीं है
  - (2)  $R$  स्वतुल्य और सममित है परन्तु संक्रामक नहीं है
  - (3)  $R$  एक तुल्यता संबंध है
  - (4)  $R$  स्वतुल्य और संक्रामक है परन्तु सममित नहीं है

**FUNCTION**

1. माना  $[x]$  महत्तम पूर्णांक  $\leq x$  है, जहाँ  $x \in \mathbf{R}$  है। यदि वास्तविक मान फलन  $f(x) = \sqrt{\frac{[x]-2}{[x]-3}}$  का प्रांत  $(-\infty, a) \cup [b, c) \cup [4, \infty), a < b < c,$  है, तो  $a + b + c$  का मान है :
- (1) 8      (2) 1      (3) -2      (4) -3
2. माना  $f : \mathbf{R} - \left\{ \frac{\alpha}{6} \right\} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = \frac{5x+3}{6x-\alpha}$  द्वारा परिभाषित है। तो  $\alpha$  का मान जिसके लिए,  $(f \circ f)(x) = x$ ,  $\forall x \in \mathbf{R} - \left\{ \frac{\alpha}{6} \right\}$  है, है :
- (1) ऐसे किसी  $\alpha$  का अस्तित्व नहीं है।
  - (2) 5
  - (3) 8
  - (4) 6
3. माना  $[x]$  महत्तम पूर्णांक  $\leq x$  है। तो समीकरण  $[e^x]^2 + [e^x + 1] - 3 = 0$  को संतुष्ट करने वाली सभी वास्तविक संख्याएं  $x$ , निम्न में से किस अन्तराल में है ?
- (1)  $\left[ 0, \frac{1}{e} \right]$
  - (2)  $[\log_2 2, \log_2 3)$
  - (3)  $[1, e)$
  - (4)  $[0, \log_2 2)$
4. माना :  $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  एक समुच्चय है। तो फलनों  $f : A \rightarrow A$ , जो आच्छादक तथा एकैकी दोनों हैं तथा  $f(1) + f(2) = 3 - f(3)$  को संतुष्ट करते हैं, की संख्या बराबर है \_\_\_\_\_।
5. माना  $g : \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$   
 $g(3n+1) = 3n+2,$   
 $g(3n+2) = 3n+3,$   
 $g(3n+3) = 3n+1$ , सभी  $n \geq 0$ , के लिए, द्वारा परिभाषित है। तो निम्न में से कौन-सा कथन सत्य है ?
- (1) एक आच्छादक फलन  $f : \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$  का अस्तित्व है जिसके लिए  $fog = f$  है
  - (2) एक एकैकी फलन  $f : \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$  का अस्तित्व है जिसके लिए  $fog = f$  है
  - (3)  $gogog = g$
  - (4) एक फलन  $f : \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$  का अस्तित्व है जिसके लिए  $gof = f$  है

6. यदि  $[x]$  महत्तम पूर्णांक  $\leq x$  है, तो  $\sum_{n=8}^{100} \left[ \frac{(-1)^n n}{2} \right]$  बराबर है :
- (1) 0      (2) 4      (3) -2      (4) 2
7. फलनों  $f : A \rightarrow B$  तथा  $g : B \rightarrow C$  पर विचार कीजिए ( $A, B, C \subseteq \mathbf{R}$ ), जिनके लिये  $(gof)^{-1}$  का अस्तित्व है, तो :
- (1)  $f$  तथा  $g$  दोनों एकेकी हैं
- (2)  $f$  तथा  $g$  दोनों आच्छादक हैं
- (3)  $f$  एकेकी है तथा  $g$  आच्छादक है
- (4)  $f$  आच्छादक है तथा  $g$  एकेकी है
8. माना  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  है। तो ऐसे फलनों  $f : S \rightarrow S$  जिनके लिए  $f(m \cdot n) = f(m) \cdot f(n) \forall m, n \in S$  तथा  $m \cdot n \in S$  है, की संख्या बराबर है \_\_\_\_\_।
9. माना  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,
- $$f(x+y) + f(x-y) = 2 f(x) f(y), \quad f\left(\frac{1}{2}\right) = -1$$
- द्वारा परिभाषित है। तो  $\sum_{k=1}^{20} \frac{1}{\sin(k)\sin(k+f(k))}$  बराबर है :
- (1)  $\operatorname{cosec}^2(21) \cos(20) \cos(2)$   
 (2)  $\sec^2(1) \sec(21) \cos(20)$   
 (3)  $\operatorname{cosec}^2(1) \operatorname{cosec}(21) \sin(20)$   
 (4)  $\sec^2(21) \sin(20) \sin(2)$
10. फलन  $\operatorname{cosec}^{-1}\left(\frac{1+x}{x}\right)$  का प्रांत है –
- (1)  $\left[-1, -\frac{1}{2}\right] \cup (0, \infty)$     (2)  $\left[-\frac{1}{2}, 0\right) \cup [1, \infty)$   
 (3)  $\left(-\frac{1}{2}, \infty\right) - \{0\}$     (4)  $\left[-\frac{1}{2}, \infty\right) - \{0\}$
11. माना  $f : \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$  एक फलन है, जिसके लिए  $f(m+n) = f(m) + f(n) \forall m, n \in \mathbf{N}$  है। यदि  $f(6) = 18$  है, तो  $f(2) \cdot f(3)$  बराबर है :
- (1) 6      (2) 54      (3) 18      (4) 36

12. फलन  $f(x) = \log_{\sqrt{5}} \left( 3 + \cos\left(\frac{3\pi}{4} + x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) - \cos\left(\frac{3\pi}{4} - x\right) \right)$  का परिसर है :
- (1)  $(0, \sqrt{5})$       (2)  $[-2, 2]$   
 (3)  $\left[\frac{1}{\sqrt{5}}, \sqrt{5}\right]$       (4)  $[0, 2]$
13. माना 3 घात का एक बहुपद  $f(x)$  इस प्रकार है कि  $K = 2, 3, 4, 5$  के लिए  $f(k) = -\frac{2}{k}$  है। तब  $52 - 10f(10)$  का मान के बराबर है \_\_\_\_\_।
14. माना  $f, g : \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$  है, जिनके लिए  $f(n+1) = f(n) + f(1) \forall n \in \mathbf{N}$  है तथा  $g$  एक स्वेच्छ फलन है। निम्न में से कौनसा कथन सत्य नहीं है ?
- (1) यदि  $fog$  एकेकी है, तो  $g$  एकेकी है  
 (2) यदि  $f$  आच्छादक है, तो  $f(n) = n \forall n \in \mathbf{N}$  है  
 (3)  $f$  एकेकी है  
 (4) यदि  $g$  आच्छादक है, तो  $fog$  एकेकी है
15. एक फलन  $f(x)$ ,  $f(x) = \frac{5^x}{5^x + 5}$ , द्वारा दिया गया है, तो श्रेणी  $f\left(\frac{1}{20}\right) + f\left(\frac{2}{20}\right) + f\left(\frac{3}{20}\right) + \dots + f\left(\frac{39}{20}\right)$  का योगफल बराबर है :
- (1)  $\frac{19}{2}$       (2)  $\frac{49}{2}$       (3)  $\frac{29}{2}$       (4)  $\frac{39}{2}$
16. माना  $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$  है तथा  $f : A \rightarrow A$ ,  $f(k) = \begin{cases} k+1 & \text{यदि } k \text{ विषम है} \\ k & \text{यदि } k \text{ सम है} \end{cases}$  द्वारा परिभाषित है। तो ऐसे फलनों  $g : A \rightarrow A$ , जिनके लिए  $gof = f$  है, की सम्भावित संख्या है
- (1)  $10^5$       (2)  ${}^{10}C_5$       (3)  $5^5$       (4)  $5!$

17. माना  $f(x) = \sin^{-1}x$  तथा  $g(x) = \frac{x^2 - x - 2}{2x^2 - x - 6}$  है।

यदि  $g(2) = \lim_{x \rightarrow 2} g(x)$ , तो फलन  $fog$  का प्रांत है :

- (1)  $(-\infty, -2] \cup \left[-\frac{3}{2}, \infty\right)$
- (2)  $(-\infty, -2] \cup [-1, \infty)$
- (3)  $(-\infty, -2] \cup \left[-\frac{4}{3}, \infty\right)$
- (4)  $(-\infty, -1] \cup [2, \infty)$

18. माना  $R$  पर परिभाषित कोई फलन  $f$  है तथा माना यह  $|f(x) - f(y)| \leq |(x - y)^2|, \forall (x, y) \in R$  को संतुष्ट करता है।

यदि  $f(0) = 1$  है, तो :

- (1)  $f(x), R$  में कोई भी मान ले सकता है
- (2)  $f(x) < 0, \forall x \in R$
- (3)  $f(x) = 0, \forall x \in R$
- (4)  $f(x) > 0, \forall x \in R$

19. यदि  $a + \alpha = 1, b + \beta = 2$  तथा  $af(x) + \alpha f\left(\frac{1}{x}\right)$

$$= bx + \frac{\beta}{x}, x \neq 0 \text{ है, तो } \frac{f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right)}{x + \frac{1}{x}} \text{ बराबर है}$$

20. अन्तराल  $[0, 2\pi]$  में समीकरण  $x + 2 \tan x = \frac{\pi}{2}$  के हलों की संख्या है :

- (1) 3
- (2) 4
- (3) 2
- (4) 5

21.  $y = 5^{\log x}$  का प्रतिलोम है :

- (1)  $x = 5^{\log y}$
- (2)  $x = y^{\log 5}$
- (3)  $x = y^{\frac{1}{\log 5}}$
- (4)  $x = 5^{\frac{1}{\log y}}$

22. यदि फलन  $f(x) = \sqrt{x}$  तथा  $g(x) = \sqrt{1-x}$  है, तो फलनों  $f+g, f-g, f/g, g/f, g-f$ , जहाँ  $(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x), (f/g)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$  है, का समान

(common) प्रांत है :

- (1)  $0 \leq x \leq 1$
- (2)  $0 \leq x < 1$
- (3)  $0 < x < 1$
- (4)  $0 < x \leq 1$

23. माना  $f : R - \{3\} \rightarrow R - \{1\}, f(x) = \frac{x-2}{x-3}$  द्वारा

परिभाषित है। माना  $g : R \rightarrow R, g(x) = 2x - 3$  द्वारा दिया गया है। तो  $x$  के सभी मानों, जिनके लिए

$$f^{-1}(x) + g^{-1}(x) = \frac{13}{2} \text{ है, का योगफल बराबर है:}$$

- (1) 7
- (2) 2
- (3) 5
- (4) 3

## INVERSE TRIGONOMETRY FUNCTION

1. समीकरण  $\tan^{-1} \sqrt{x(x+1)} + \sin^{-1} \sqrt{x^2+x+1} = \frac{\pi}{4}$

के वास्तविक मूलों की संख्या है :

- (1) 1
- (2) 2
- (3) 4
- (4) 0

2.  $\tan\left(2 \tan^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{5}{13}\right)\right)$  का मान बराबर है:

- (1)  $\frac{-181}{69}$
- (2)  $\frac{220}{21}$
- (3)  $\frac{-291}{76}$
- (4)  $\frac{151}{63}$

3. यदि फलन  $f(x) = \frac{\cos^{-1} \sqrt{x^2 - x + 1}}{\sqrt{\sin^{-1}\left(\frac{2x-1}{2}\right)}}$  का प्राच्छ, अन्तराल  $(\alpha, \beta]$  है, तो  $\alpha + \beta$  बराबर है –

- (1)  $\frac{3}{2}$
- (2) 2
- (3)  $\frac{1}{2}$
- (4) 1

4. यदि  $\sum_{r=1}^{50} \tan^{-1} \frac{1}{2r^2} = p$  है, तो  $\tan p$  का मान है –

- (1)  $\frac{101}{102}$
- (2)  $\frac{50}{51}$
- (3) 100
- (4)  $\frac{51}{50}$

5. यदि  $(\sin^{-1} x)^2 - (\cos^{-1} x)^2 = a; 0 < x < 1, a \neq 0$ , है, तो  $2x^2 - 1$  का मान है:

- (1)  $\cos\left(\frac{4a}{\pi}\right)$
- (2)  $\sin\left(\frac{2a}{\pi}\right)$
- (3)  $\cos\left(\frac{2a}{\pi}\right)$
- (4)  $\sin\left(\frac{4a}{\pi}\right)$

6. माना  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  में फलन  $f(x) = \tan^{-1}(\sin x + \cos x)$  के अधिकतम तथा न्यूनतम मान क्रमशः M तथा m हैं। तो  $\tan(M-m)$  का मान बराबर है :
- (1)  $2+\sqrt{3}$       (2)  $2-\sqrt{3}$   
 (3)  $3+2\sqrt{2}$       (4)  $3-2\sqrt{2}$
7. फलन  $f(x) = \sin^{-1}\left(\frac{3x^2+x-1}{(x-1)^2}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$  का प्रांत है :
- (1)  $\left[0, \frac{1}{4}\right]$       (2)  $[-2, 0] \cup \left[\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right]$   
 (3)  $\left[\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right] \cup \{0\}$       (4)  $\left[0, \frac{1}{2}\right]$
8.  $\cos^{-1}(\cos(-5)) + \sin^{-1}(\sin(6)) - \tan^{-1}(\tan(12))$  बराबर है :  
 (प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन मुख्य मान लेते हैं।)
- (1)  $3\pi - 11$       (2)  $4\pi - 9$   
 (3)  $4\pi - 11$       (4)  $3\pi + 1$
9.  $\text{cosec}\left[2\cot^{-1}(5) + \cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)\right]$  बराबर है :
- (1)  $\frac{56}{33}$       (2)  $\frac{65}{56}$       (3)  $\frac{65}{33}$       (4)  $\frac{75}{56}$
10. यदि  $0 < a, b < 1$ , तथा  $\tan^{-1}a + \tan^{-1}b = \frac{\pi}{4}$ , हैं, तो  $(a+b) - \left(\frac{a^2+b^2}{2}\right) + \left(\frac{a^3+b^3}{3}\right) - \left(\frac{a^4+b^4}{4}\right) + \dots$  का मान है :
- (1)  $\log_2 2$       (2)  $e^2 - 1$   
 (3) e      (4)  $\log_e\left(\frac{e}{2}\right)$
11. यदि  $\frac{\sin^{-1}x}{a} = \frac{\cos^{-1}x}{b} = \frac{\tan^{-1}y}{c}; 0 < x < 1$ , तो  $\cos\left(\frac{\pi c}{a+b}\right)$  का मान है :
- (1)  $\frac{1-y^2}{y\sqrt{y}}$       (2)  $1-y^2$   
 (3)  $\frac{1-y^2}{1+y^2}$       (4)  $\frac{1-y^2}{2y}$

12. यह दिया गया है कि प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन केवल मुख्य मान लेते हैं। तो  $\sin^{-1}\left(\frac{3x}{5}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{4x}{5}\right) = \sin^{-1}x$  को सन्तुष्ट करने वाले x के वास्तविक मानों की संख्या है :
- (1) 2      (2) 1      (3) 3      (4) 0
13. माना  $S_k = \sum_{r=1}^k \tan^{-1}\left(\frac{6^r}{2^{2r+1} + 3^{2r+1}}\right)$  है। तो  $\lim_{k \rightarrow \infty} S_k$  बराबर है :
- (1)  $\tan^{-1}\left(\frac{3}{2}\right)$       (2)  $\frac{\pi}{2}$   
 (3)  $\cot^{-1}\left(\frac{3}{2}\right)$       (4)  $\tan^{-1}(3)$
14. समीकरण  $\sin^{-1}\left[x^2 + \frac{1}{3}\right] + \cos^{-1}\left[x^2 - \frac{2}{3}\right] = x^2$ ,  $x \in [-1, 1]$ , जहाँ [x] महत्म पूर्णांक  $\leq x$  है, के हलों की संख्या है :
- (1) 2      (2) 0  
 (3) 4      (4) असंख्य
15. यदि  $\cot^{-1}(\alpha) = \cot^{-1} 2 + \cot^{-1} 8 + \cot^{-1} 18 + \cot^{-1} 32 + \dots 100$  पदों तक, तो  $\alpha$  बराबर है :
- (1) 1.01      (2) 1.00      (3) 1.02      (4) 1.03
16. The sum of possible values of x for  $\tan^{-1}(x+1) + \cot^{-1}\left(\frac{1}{x-1}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{8}{31}\right)$  is :
- (1)  $-\frac{32}{4}$       (2)  $-\frac{31}{4}$       (3)  $-\frac{30}{4}$       (4)  $-\frac{33}{4}$
16.  $\tan^{-1}(x+1) + \cot^{-1}\left(\frac{1}{x-1}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{8}{31}\right)$  के लिए x के संभव मानों का योगफल है :
- (1)  $-\frac{32}{4}$       (2)  $-\frac{31}{4}$       (3)  $-\frac{30}{4}$       (4)  $-\frac{33}{4}$
17. वास्तविक मान फलन  $f(x) = \frac{\cos ec^{-1}x}{\sqrt{x-[x]}}$ , जहाँ [x] महत्म पूर्णांक  $\leq x$  है, का प्रांत है :
- (1) पूर्णांकों के अतिरिक्त सभी वास्तविक संख्याएँ  
 (2) अंतराल  $[-1, 1]$  के अतिरिक्त सभी अपूर्णांक  
 (3) 0, -1, 1 के अतिरिक्त सभी पूर्णांक  
 (4) अंतराल  $[-1, 1]$  के अतिरिक्त सभी वास्तविक संख्याएँ

**LIMIT**

1. यदि  $\lim_{x \rightarrow 0} (2 - \cos x \sqrt{\cos 2x})^{\left(\frac{x+2}{x^2}\right)}$  का मान  $e^a$  है, तो  $a$  बराबर है \_\_\_\_\_।
2. यदि  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\alpha x e^x - \beta \log_e(1+x) + \gamma x^2 e^{-x}}{x \sin^2 x} = 10$ ,  $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbf{R}$  है, तो  $\alpha + \beta + \gamma$  का मान है \_\_\_\_\_।
3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \frac{(2j-1)+8n}{(2j-1)+4n}$  का मान बराबर है :
- $5 + \log_e\left(\frac{3}{2}\right)$
  - $2 - \log_e\left(\frac{2}{3}\right)$
  - $3 + 2 \log_e\left(\frac{2}{3}\right)$
  - $1 + 2 \log_e\left(\frac{3}{2}\right)$
4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x}{\sqrt[8]{1-\sin x} - \sqrt[8]{1+\sin x}} \right)$  का मान बराबर है :
- 0
  - 4
  - 4
  - 1
5.  $\lim_{x \rightarrow 2} \left( \sum_{n=1}^9 \frac{x}{n(n+1)x^2 + 2(2n+1)x + 4} \right)$  बराबर है -
- $\frac{9}{44}$
  - $\frac{5}{24}$
  - $\frac{1}{5}$
  - $\frac{7}{36}$
6. यदि  $\alpha, \beta$  समीकरण  $x^2 + bx + c = 0$ , के दो भिन्न मूल हैं, तो  $\lim_{x \rightarrow \beta} \frac{e^{2(x^2+bx+c)} - 1 - 2(x^2 + bx + c)}{(x - \beta)^2}$  बराबर है:
- $b^2 + 4c$
  - $2(b^2 + 4c)$
  - $2(b^2 - 4c)$
  - $b^2 - 4c$
7. यदि  $0 < x < 1$  तथा  $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{3}x^3 + \frac{3}{4}x^4 + \dots$  है, तो  $x = \frac{1}{2}$  पर  $e^{1+y}$  का मान है :
- $\frac{1}{2}e^2$
  - $2e$
  - $\frac{1}{2}\sqrt{e}$
  - $2e^2$
8. यदि  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} - ax) = b$  है, तो क्रमित युग्म  $(a, b)$  है :
- $\left(1, \frac{1}{2}\right)$
  - $\left(1, -\frac{1}{2}\right)$
  - $\left(-1, \frac{1}{2}\right)$
  - $\left(-1, -\frac{1}{2}\right)$

9.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(\pi \cos^4 x)}{x^4}$  बराबर है :
- $\pi^2$
  - $2\pi^2$
  - $4\pi^2$
  - $4\pi$
10. यदि समीकरण  $ax^2 + bx - 4 = 0$  के मूल  $\alpha = \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\tan^3 x - \tan x}{\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)}$  तथा  $\beta = \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\cot x}$  हैं, तो क्रमित युग्म  $(a, b)$  है :
- (1, -3)
  - (-1, 3)
  - (-1, -3)
  - (1, 3)
11. माना  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  एक संतत फलन है। तब  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\frac{\sec^2 x}{4} \int_2 f(x) dx}{x^2 - \frac{\pi^2}{16}}$  बराबर है :
- $f(2)$
  - $2f(2)$
  - $2f(\sqrt{2})$
  - $4f(2)$
12. माना  $f(x) = x^6 + 2x^4 + x^3 + 2x + 3$ ,  $x \in \mathbf{R}$  है। तब  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^n f(1) - f(x)}{x - 1} = 44$  के लिए प्राकृतिक संख्या  $n$  है \_\_\_\_\_।
13.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \tan \left\{ \sum_{r=1}^n \tan^{-1} \left( \frac{1}{1+r+r^2} \right) \right\}$  बराबर है \_\_\_\_।
14.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}}{n^2} \right)^n$  बराबर है :
- $\frac{1}{2}$
  - 0
  - $\frac{1}{e}$
  - 1
15. यदि  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax - (e^{4x} - 1)}{ax(e^{4x} - 1)}$  का अस्तित्व है तथा यह  $b$  के बराबर है, तो  $a - 2b$  का मान है \_\_\_\_\_.
16.  $\lim_{h \rightarrow 0} 2 \left\{ \frac{\sqrt{3} \sin\left(\frac{\pi}{6} + h\right) - \cos\left(\frac{\pi}{6} + h\right)}{\sqrt{3}h(\sqrt{3} \cosh - \sinh)} \right\}$  का मान है:
- $\frac{4}{3}$
  - $\frac{2}{\sqrt{3}}$
  - $\frac{3}{4}$
  - $\frac{2}{3}$

17. माना  $\alpha \in \mathbb{R}$  इस प्रकार है कि फलन

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\cos^{-1}(1-\{x\}^2)\sin^{-1}(1-\{x\})}{\{x\}-\{x\}^3}, & x \neq 0 \\ \alpha, & x = 0 \end{cases}$$

$x = 0$  पर संतत है, जहाँ  $\{x\} = x - [x]$ ,  $[x]$  महत्तम पूर्णांक  $\leq x$  है। तो

(1)  $\alpha = \frac{\pi}{\sqrt{2}}$

(2)  $\alpha = 0$

(3) इस प्रकार के  $\alpha$  का अस्तित्व नहीं है

(4)  $\alpha = \frac{\pi}{4}$

18. मान  $f : (0, 2) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \log_2 \left( 1 + \tan \left( \frac{\pi x}{4} \right) \right)$

द्वारा परिभाषित है। तो

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{n} \left( f\left(\frac{1}{n}\right) + f\left(\frac{2}{n}\right) + \dots + f\left(\frac{n}{n}\right) \right) \text{बराबर है } \underline{\hspace{2cm}} \text{।}$$

19. यदि  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ae^x - b \cos x + ce^{-x}}{x \sin x} = 2$  है, तो  $a + b + c$  बराबर है  $\underline{\hspace{2cm}}$ ।

20.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{[r] + [2r] + \dots + [nr]}{n^2}$ , जहाँ  $r$  एक शून्येतर वास्तविक संख्या है तथा  $[r]$  महत्तम पूर्णांक  $\leq r$  है, का मान बराबर है :

(1)  $\frac{r}{2}$  (2)  $r$  (3)  $2r$  (4) 0

21.  $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\tan(\pi \cos^2 \theta)}{\sin(2\pi \sin^2 \theta)}$  का मान बराबर है :

(1)  $-\frac{1}{2}$  (2)  $-\frac{1}{4}$  (3) 0 (4)  $\frac{1}{4}$

22.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\cos^{-1}(x - [x]^2) \cdot \sin^{-1}(x - [x]^2)}{x - x^3}$ , जहाँ  $[x]$  महत्तम पूर्णांक  $\leq x$  है, का मान है :

(1)  $\pi$  (2) 0 (3)  $\frac{\pi}{4}$  (4)  $\frac{\pi}{2}$

23. यदि  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^{-1} x - \tan^{-1} x}{3x^3} = L$  है, तो  $(6L + 1)$  का

मान है :

(1)  $\frac{1}{6}$  (2)  $\frac{1}{2}$  (3) 6 (4) 2

## CONTINUITY

1. माना एक फलन  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} \sin x - e^x & \text{यदि } x \leq 0 \text{ है} \\ a + [-x] & \text{यदि } 0 < x < 1 \text{ है} \\ 2x - b & \text{यदि } x \geq 1 \text{ है} \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित है, जहाँ  $[x]$  महत्तम पूर्णांक  $\leq x$  है।

यदि फलन  $f$ ,  $\mathbb{R}$  पर संतत है, तो  $(a + b)$  बराबर है :

(1) 4 (2) 3 (3) 2 (4) 5

2. माना  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\lambda |x^2 - 5x + 6|}{\mu(5x - x^2 - 6)}, & x < 2 \\ \frac{\tan(x-2)}{e^{\frac{x-[x]}{x-[x]}}}, & x > 2 \\ \mu, & x = 2 \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित है, जबकि  $[x]$  महत्तम पूर्णांक  $\leq x$  है।

यदि  $x = 2$  पर  $f$  संतत है, तो  $\lambda + \mu$  बराबर है :

(1)  $e(-e + 1)$  (2)  $e(e - 2)$   
 (3) 1 (4)  $2e - 1$

3. माना  $f : \left(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right) \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} (1 + |\sin x|)^{\frac{3a}{|\sin x|}}, & -\frac{\pi}{4} < x < 0 \\ b, & x = 0 \\ e^{\cot 4x / \cot 2x}, & 0 < x < \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित है। यदि  $x = 0$  पर  $f$  संतत है, तो

$6a + b^2$  का मान बराबर है :

(1)  $1 - e$  (2)  $e - 1$  (3)  $1 + e$  (4)  $e$

4. माना  $a, b \in \mathbb{R}, b \neq 0$  हैं। एक फलन

$$f(x) = \begin{cases} a \sin \frac{\pi}{2}(x-1), & \text{के लिए } x \leq 0 \\ \frac{\tan 2x - \sin 2x}{bx^3}, & \text{के लिए } x > 0 \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित है। यदि  $x = 0$  पर  $f$  संतत है, तो  $10 - ab$  बराबर है \_\_\_\_\_।

5. यदि फलन  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} \log_e \left( \frac{1+\frac{x}{a}}{1-\frac{x}{b}} \right), & x < 0 \\ k, & x = 0 \\ \frac{\cos^2 x - \sin^2 x - 1}{\sqrt{x^2 + 1} - 1}, & x > 0 \end{cases}$

$x = 0$  पर संतत है, तो  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{4}{k}$  बराबर है:

- (1) -5      (2) 5      (3) -4      (4) 4

6. माना  $[t]$  महत्तम पूर्णांक  $\leq t$  है। जहाँ फलन  $f(x) = [x] |x^2 - 1| + \sin \left( \frac{\pi}{[x]+3} \right) - [x+1], x \in (-2, 2)$  संतत नहीं है, ऐसे बिन्दुओं की संख्या है \_\_\_\_\_।

7. एक फलन  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = [x-1] \cos \left( \frac{2x-1}{2} \right) \pi$  द्वारा परिभाषित है, जबकि  $[.]$  महत्तम पूर्णांक फलन है, तो  $f$ :

- (1)  $x$  के सभी पूर्णांक मानों,  $x = 1$  के अतिरिक्त, पर असंतत है  
 (2) केवल  $x = 1$  पर संतत है  
 (3) प्रत्येक वास्तविक  $x$  के लिए संतत है  
 (4) केवल  $x = 1$  पर असंतत है

8. माना  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  है, जो

$$f(x) = \begin{cases} 2 \sin \left( -\frac{\pi x}{2} \right), & \text{यदि } x < -1 \\ |ax^2 + x + b|, & \text{यदि } -1 \leq x \leq 1 \\ \sin(\pi x), & \text{तो } x > 1 \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित है। यदि  $f(x), \mathbb{R}$  पर सतत है, तो  $a + b$  का मान है :

- (1) -3      (2) -1      (3) 3      (4) 1

9. माना  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  तथा  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} x+a, & x < 0 \\ |x-1|, & x \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{तथा } g(x) = \begin{cases} x+1, & x < 0 \\ (x-1)^2 + b, & x \geq 0 \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित है, जहाँ  $a, b$  ऋणेतर वास्तविक संख्याएँ हैं। यदि  $(gof)(x)$  सभी  $x \in \mathbb{R}$  के लिए संतत है, तो  $a + b$  बराबर है \_\_\_\_\_।

10. यदि फलन  $f(x) = \frac{\cos(\sin x) - \cos x}{x^4}$ , अपने प्रांत के प्रत्येक बिन्दु पर संतत है तथा  $f(0) = \frac{1}{k}$ , है, तो  $k$  बराबर है \_\_\_\_\_।

11. माना फलन  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  निम्न द्वारा परिभाषित है:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(a+1)x + \sin 2x}{2x}, & \text{यदि } x < 0 \text{ है} \\ b, & \text{यदि } x = 0 \text{ है} \\ \frac{\sqrt{x+bx^3} - \sqrt{x}}{bx^{5/2}}, & \text{यदि } x > 0 \text{ है} \end{cases}$$

यदि  $x = 0$  पर  $f$  संतत है, तो  $a + b$  का मान बराबर है:

- (1)  $-\frac{5}{2}$       (2) -2      (3) -3      (4)  $-\frac{3}{2}$

## DIFFERENTIABILITY

1. माना एक फलन  $g : [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$g(x) = \begin{cases} \max_{0 \leq t \leq x} \{t^3 - 6t^2 + 9t - 3\}, & 0 \leq x \leq 3 \\ 4 - x, & 3 < x \leq 4 \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित है, तो अन्तराल  $(0, 4)$  में जिन बिन्दुओं पर  $g(x)$  अवकलनीय नहीं है, उनकी संख्या है \_\_\_\_\_।

2. माना  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3}{(1 - \cos 2x)^2} \log_e \left( \frac{1 + 2xe^{-2x}}{(1 - xe^{-x})^2} \right), & x \neq 0 \\ \alpha, & x = 0 \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित है। यदि  $x = 0$  पर  $f$  संतत है, तो  $\alpha$  बराबर है —

- (1) 1      (2) 3      (3) 0      (4) 2

3. माना फलन  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$

$$f(x) = \begin{cases} 3\left(1 - \frac{|x|}{2}\right) & \text{यदि } |x| \leq 2 \\ 0 & \text{यदि } |x| > 2 \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित है। माना  $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$   $g(x) = f(x+2) - f(x-2)$  द्वारा परिभाषित है। यदि  $\mathbf{R}$  के उन बिन्दुओं की संख्या जहाँ  $g$  संतत नहीं है और जहाँ  $g$  अवकलनीय नहीं है, क्रमशः  $n$  और  $m$  है, तो  $n + m$  बराबर है \_\_\_\_\_।

4. मान  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  एक फलन है जिसके लिए  $f(2) = 4$

तथा  $f'(2) = 1$  है। तो  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 f(2) - 4f(x)}{x - 2}$  का

मान बराबर है :

- (1) 4      (2) 8      (3) 16      (4) 12

5. माना  $f : [0, 3] \rightarrow \mathbf{R}$

$f(x) = \min \{x - [x], 1 + [x] - x\}$  जहाँ  $[x]$  महत्तम पूर्णांक  $\leq x$  है, द्वारा परिभाषित है। माना सभी  $x \in [0, 3]$ , जिनके लिए  $f$  असंतत है, का समुच्चय  $P$  है तथा सभी  $x \in (0, 3)$  जिनके लिए  $f$  अवकलनीय नहीं है का समुच्चय  $Q$  है। तो  $P$  तथा  $Q$  में अवयवों की संख्या का योगफल बराबर है \_\_\_\_\_।

6. माना फलन  $f : [0, \infty) \rightarrow [0, 3]$ ,

$$f(x) = \begin{cases} \max \{\sin t : 0 \leq t \leq x\}, & 0 \leq x \leq \pi \\ 2 + \cos x, & x > \pi \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित है। तो निम्न में से कौन सा सत्य है?

- (1)  $(0, \infty)$  के प्रत्येक बिंदु पर  $f$  संतत है परन्तु ठीक एक बिंदु पर अवकलनीय नहीं है  
 (2)  $(0, \infty)$  के प्रत्येक बिंदु पर  $f$  अवकलनीय है  
 (3)  $(0, \infty)$  के ठीक दो बिंदुओं पर  $f$  संतत नहीं है  
 (4)  $(0, \infty)$  के प्रत्येक बिंदु पर  $f$  संतत है परन्तु ठीक दो बिंदुओं पर अवकलनीय नहीं है

7. माना  $[t]$  महत्तम पूर्णांक  $\leq t$  है। माना  $f(x) = x - [x]$ ,

$g(x) = 1 - x + [x]$  तथा  $h(x) = \min\{f(x), g(x)\}$ ,  $x \in [-2, 2]$  है। तो  $h$ :

- (1)  $[-2, 2]$  में संतत है परन्तु  $(-2, 2)$  में चार बिन्दुओं से अधिक पर अवकलनीय नहीं है।  
 (2)  $[-2, 2]$  में ठीक तीन बिन्दुओं पर संतत नहीं है।  
 (3)  $[-2, 2]$  में संतत है परन्तु  $(-2, 2)$  में ठीक तीन बिन्दुओं से अधिक पर अवकलनीय नहीं है।  
 (4)  $[-2, 2]$  में ठीक चार बिन्दुओं पर संतत नहीं है।

8. फलन  $f(x) = |x^2 - 2x - 3| \cdot e^{|9x^2 - 12x + 4|}$ :

- (1) ठीक चार बिन्दुओं पर अवकलनीय नहीं है।  
 (2) ठीक तीन बिन्दुओं पर अवकलनीय नहीं है।  
 (3) ठीक दो बिन्दुओं पर अवकलनीय नहीं है।  
 (4) ठीक एक बिन्दु पर अवकलनीय नहीं है।

9. उन बिन्दुओं की संख्या, जिन पर फलन

$$f(x) = |2x + 1| - 3|x + 2| + |x^2 + x - 2|, x \in \mathbf{R}$$

अवकलनीय नहीं है, है \_\_\_\_\_।

10.  $[-3, 3]$  पर एक फलन  $f$  निम्न द्वारा परिभाषित है

$$f(x) = \begin{cases} \min \{|x|, 2 - x^2\}, & -2 \leq x \leq 2 \\ [|x|], & 2 < |x| \leq 3 \end{cases}$$

जहाँ  $[x]$  महत्तम पूर्णांक  $\leq x$  है।  $(-3, 3)$  में उन बिन्दुओं की संख्या, जहाँ  $f$  अवकलनीय नहीं है, है \_\_\_\_\_.

11. माना फलन  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  तथा  $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$

$$f(x) = \begin{cases} x + 2, & x < 0 \\ x^2, & x \geq 0 \end{cases} \quad \text{तथा} \quad g(x) = \begin{cases} x^3, & x < 1 \\ 3x - 2, & x \geq 1 \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित है। तो  $\mathbf{R}$  में उन बिन्दुओं की संख्या, जहाँ  $(fog)(x)$  अवकलनीय नहीं है, है :

- (1) 3      (2) 1      (3) 0      (4) 2

12. यदि  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{|x|} & ; |x| \geq 1 \\ ax^2 + b & ; |x| < 1 \end{cases}$

अपने प्रांत के प्रत्येक बिंदु पर अवकलनीय है, तो a तथा b के मान क्रमशः हैं:

- (1)  $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$  (2)  $\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}$  (3)  $\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}$  (4)  $-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}$

13. माना  $f : R \rightarrow R$ , समीकरण  $f(x+y) = f(x). f(y)$   $\forall x, y \in R$  को संतुष्ट करता है तथा किसी भी  $x \in R$  के लिए  $f(x) \neq 0$  है। यदि फलन  $f$  बिंदु  $x=0$  पर अवकलनीय है तथा  $f'(0) = 3$  है, तो  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} (f(h)-1)$  बराबर है \_\_\_\_\_।

## METHOD OF DIFFERENTIATION

1. फलन  $f(x) = \frac{P(x)}{\sin(x-2)}$ ,  $x \neq 2$ ,  
 $= 7$  ,  $x = 2$

का विचार कीजिए, जहाँ P(x) एक बहुपद है, जिसके लिए  $P''(x)$  हमेशा एक अचर है तथा  $P(3) = 9$  है। यदि  $x=2$  पर  $f(x)$  संतत है, तो  $P(5)$  बराबर है \_\_\_\_\_।

2. माना  $f(x) = \cos\left(2 \tan^{-1} \sin\left(\cot^{-1} \sqrt{\frac{1-x}{x}}\right)\right)$ ,  
 $0 < x < 1$ . है। तो :

- (1)  $(1-x)^2 f'(x) - 2(f(x))^2 = 0$   
(2)  $(1+x)^2 f'(x) + 2(f(x))^2 = 0$   
(3)  $(1-x)^2 f'(x) + 2(f(x))^2 = 0$   
(4)  $(1+x)^2 f'(x) - 2(f(x))^2 = 0$

3. यदि  $y = y(x)$ , x का एक अस्पष्ट फलन इस प्रकार है कि  $\log_e(x+y) = 4xy$  है, तो  $x = 0$  पर  $\frac{d^2y}{dx^2}$  बराबर है \_\_\_\_\_।

4. यदि  $y^{14} + y^{-14} = 2x$ , तथा  $(x^2 - 1) \frac{d^2y}{dx^2} + \alpha x \frac{dy}{dx} + \beta y = 0$  है, तो  $|\alpha - \beta|$  बराबर है \_\_\_\_\_।

5. यदि  $y(x) = \cot^{-1}\left(\frac{\sqrt{1+\sin x} + \sqrt{1-\sin x}}{\sqrt{1+\sin x} - \sqrt{1-\sin x}}\right)$ ,

$x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$  है, तो  $x = \frac{5\pi}{6}$  पर  $\frac{dy}{dx}$  का मान है :

- (1)  $-\frac{1}{2}$  (2) -1 (3)  $\frac{1}{2}$  (4) 0

6.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^2} (\sin \sqrt{t}) dt}{x^3}$  बराबर है:

- (1)  $\frac{2}{3}$  (2)  $\frac{3}{2}$  (3) 0 (4)  $\frac{1}{15}$

7. माना एक फलन  $f(x)$ ,  $x = a$  पर अवकलनीय है तथा  $f'(a) = 2$  और  $f(a) = 4$  है। तो  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{xf(a) - af(x)}{x-a}$  बराबर है :

- (1)  $2a+4$  (2)  $4-2a$  (3)  $2a-4$  (4)  $a+4$

8. वक्र  $y = \frac{1}{2}x^4 - 5x^3 + 18x^2 - 19x$  की अधिकतम प्रवणता निम्न में से किस बिंदु पर है ?

- (1) (2,2) (2) (0,0) (3) (2,9) (4)  $\left(3, \frac{21}{2}\right)$

9. माना  $R$  पर एक फलन  $f$  दो बार अवकलनीय है, जिसके लिए  $f(0) = 1$ ,  $f'(0) = 2$  तथा  $f'(x) \neq 0 \forall x \in R$  है। यदि  $\begin{vmatrix} f(x) & f'(x) \\ f'(x) & f''(x) \end{vmatrix} = 0$ ,  $\forall x \in R$  है, तो  $f(1)$  का मान जिस अन्तराल में है, वह है :

- (1) (9, 12) (2) (6, 9) (3) (0, 3) (4) (3, 6)

10. माना  $f : S \rightarrow S$ , जहाँ  $S = (0, \infty)$  है, दो बार अवकलनीय फलन है जिसके लिए  $f(x+1) = xf(x)$  है। यदि  $g : S \rightarrow R$ ,  $g(x) = \log_e f(x)$  द्वारा परिभाषित है, तो  $|g''(5) - g''(1)|$  का मान बराबर है :

- (1)  $\frac{205}{144}$  (2)  $\frac{197}{144}$  (3)  $\frac{187}{144}$  (4) 1

11. यदि  $f(x) = \sin\left(\cos^{-1}\left(\frac{1-2^{2x}}{1+2^{2x}}\right)\right)$  है तथा इसका x के सापेक्ष प्रथम अवकलज  $-\frac{b}{a} \log_e 2$  है जब  $x = 1$  है, जहाँ a तथा b पूर्णांक है, तो  $|a^2 - b^2|$  का न्यूनतम मान है \_\_\_\_\_।

**AOD (TANGENT & NORMAL)**

1. यदि  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  तथा  $x^2 + y^2 = ab$ ,  $a > b$ , का

एक प्रतिच्छेदन कोण है :

$$(1) \tan^{-1}\left(\frac{a+b}{\sqrt{ab}}\right) \quad (2) \tan^{-1}\left(\frac{a-b}{2\sqrt{ab}}\right)$$

$$(3) \tan^{-1}\left(\frac{a-b}{\sqrt{ab}}\right) \quad (4) \tan^{-1}(2\sqrt{ab})$$

2. यदि वक्र  $y = ax^2 + bx + c$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , बिन्दु  $(1, 2)$  से

होकर जाता है तथा मूल बिन्दु पर इसकी स्पर्श रेखा,  $y = x$  है, तो  $a, b, c$  के संभावित मान हैं :

$$(1) a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}, c = 1$$

$$(2) a = 1, b = 0, c = 1$$

$$(3) a = 1, b = 1, c = 0$$

$$(4) a = -1, b = 1, c = 1$$

3. यदि वक्र  $y = x^3$  के बिन्दु  $P(t, t^3)$  पर खींची गई स्पर्श

रेखा वक्र को फिर से बिन्दु  $Q$  पर मिलती है, तो उस बिन्दु की कोटि जो रेखा-खण्ड  $PQ$  को आंतरिक अनुपात  $1 : 2$  में काटता है, है:

$$(1) -2t^3 \quad (2) 0 \quad (3) -t^3 \quad (4) 2t^3$$

4. यदि वक्र  $x = y^4$  तथा  $xy = k$  एक दुसरे को समकोण

पर काटते हैं, तो  $(4k)^6$  बराबर है \_\_\_\_\_.

5. यदि वक्र  $y(x) = \int_0^x (2t^2 - 15t + 10) dt$  के बिन्दु  $(a, b)$ ,

$a > 1$ , पर अभिलम्ब, रेखा  $x + 3y = -5$  के समान्तर है, तो  $|a + 6b|$  का मान बराबर है \_\_\_\_\_।

**AOD (MONOTONICITY)**

1. माना  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{4}{3}x^3 + 2x^2 + 3x & , x > 0 \\ 3xe^x & , x \leq 0 \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित है। तो निम्न में से किस अन्तराल में फलन  $f$  वर्धमान है ?

$$(1) \left(-\frac{1}{2}, 2\right) \quad (2) (0, 2)$$

$$(3) \left(-1, \frac{3}{2}\right) \quad (4) (-3, -1)$$

2. माना :  $f(x) = 3\sin^4 x + 10\sin^3 x + 6\sin^2 x - 3$ ,

$$x \in \left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right] \text{ है। तो } f :$$

$$(1) \left(-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right) \text{ में वर्धमान है}$$

$$(2) \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \text{ में ह्रासमान है}$$

$$(3) \left(-\frac{\pi}{6}, 0\right) \text{ में वर्धमान है}$$

$$(4) \left(-\frac{\pi}{6}, 0\right) \text{ में ह्रासमान है}$$

3. समीकरण  $e^{4x} + 2e^{3x} - e^x - 6 = 0$  के वास्तविक मूलों की संख्या है:

$$(1) 2 \quad (2) 4 \quad (3) 1 \quad (4) 0$$

4. यदि 'a' का न्यूनतम मान, जिसके लिए फलन

$$f(x) = x^2 + ax + 1, \text{ अंतराल } [1, 2] \text{ पर वर्धमान है,}$$

'R' है तथा 'a' का अधिकतम मान, जिसके लिए

फलन  $f(x) = x^2 + ax + 1$  अंतराल  $[1, 2]$ , पर ह्रासमान है, तो  $|R - S|$  का मान है \_\_\_\_\_.

5. माना कोई फलन  $f$  अंतराल  $[0, 2]$  में संतत है तथा

$(0, 2)$  में दो बार अवकलनीय है। यदि  $f(0) = 0$ ,

$f(1) = 1$  तथा  $f(2) = 2$ , हैं, तो :

$$(1) \text{ सभी } x \in (0, 2) \text{ के लिए } f''(x) = 0 \text{ है}$$

$$(2) \text{ किसी } x \in (0, 2) \text{ के लिए } f''(x) = 0 \text{ है}$$

$$(3) \text{ किसी } x \in (0, 2) \text{ के लिए } f'(x) = 0 \text{ है}$$

$$(4) \text{ सभी } x \in (0, 2) \text{ के लिए } f''(x) > 0 \text{ है}$$

6. फलन  $f(x) = x^3 - 6x^2 + ax + b$  ऐसा है कि  $f(2) = f(4) = 0$  है। दो कथनों पर ध्यान दीजिए :
- (S1)  $x_1, x_2 \in (2, 4)$ ,  $x_1 < x_2$  का अस्तित्व इस प्रकार है कि  $f'(x_1) = -1$  तथा  $f'(x_2) = 0$  है।
- (S2)  $x_3, x_4 \in (2, 4)$ ,  $x_3 < x_4$  का अस्तित्व इस प्रकार है कि  $(2, x_4)$  में  $f$  हासमान है,  $(x_4, 4)$  में  $f$  वर्धमान है तथा  $2f'(x_3) = \sqrt{3}f(x_4)$  है। तब :
- (S1) तथा (S2) दोनों सत्य है
  - (S1) असत्य है तथा (S2) सत्य है
  - (S1) तथा (S2) दोनों असत्य हैं
  - (S1) सत्य है तथा (S2) असत्य है
7. माना  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,

$$f(x) = \begin{cases} -55x, & \text{यदि } x < -5 \\ 2x^3 - 3x^2 - 120x, & \text{यदि } -5 \leq x \leq 4 \\ 2x^3 - 3x^2 - 36x - 336, & \text{यदि } x > 4, \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित है। माना  $A = \{x \in \mathbf{R} : f$  वर्धमान है}

तो  $A$  बराबर है :

- $(-\infty, -5) \cup (4, \infty)$
- $(-5, \infty)$
- $(-\infty, -5) \cup (-4, \infty)$
- $(-5, -4) \cup (4, \infty)$

8. फलन

$$f(x) = \frac{4x^3 - 3x^2}{6} - 2\sin x + (2x - 1)\cos x :$$

(1)  $\left[\frac{1}{2}, \infty\right)$  में वर्धमान है

(2)  $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right]$  में वर्धमान है

(3)  $\left[\frac{1}{2}, \infty\right)$  में हासमान है

(4)  $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right]$  में हासमान है

9. यदि  $f'G\left(\frac{4}{3}\right) = 0$ , के साथ फलन

$f(x) = x^3 - ax^2 + bx - 4$ ,  $x \in [1, 2]$  के लिए रोले का प्रमेय लागू होता है, तो क्रमित युग्म  $(a, b)$  बराबर है:

- (5, 8)
- (-5, 8)
- (5, -8)
- (-5, -8)

10. माना  $a$  एक पूर्णांक है जिसके लिए बहुपद  $2x^5 + 5x^4 + 10x^3 + 10x^2 + 10x + 10$  के सभी वास्तविक मूल अन्तराल  $(a, a+1)$  में हैं। तो  $|a|$  बराबर है \_\_\_\_\_

11. माना  $R - \{-1, 1\}$  पर परिभाषित एक वास्तविक मान फलन  $f$

$$f(x) = 3\log_e\left|\frac{x-1}{x+1}\right| - \frac{2}{x-1}$$

द्वारा दिया गया है। तो फलन  $f(x)$  निम्न में से किस अंतराल में वर्धमान है ?

(1)  $(-\infty, -1) \cup \left(\left[\frac{1}{2}, \infty\right) - \{1\}\right)$

(2)  $(-\infty, \infty) - \{-1, 1\}$

(3)  $\left[-1, \frac{1}{2}\right]$

(4)  $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right] - \{-1\}$

12.  $f(x) = \begin{cases} \left(2 - \sin\left(\frac{1}{x}\right)\right)|x|, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$  द्वारा परिभाषित

फलन  $f : R \rightarrow R$  का विचार कीजिए। फलन  $f$ :

- $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$  पर एकदिष्ट है

- $(-\infty, 0)$  तथा  $(0, \infty)$  पर एकदिष्ट नहीं है

- केवल  $(0, \infty)$  पर एकदिष्ट (monotonic) है

- केवल  $(-\infty, 0)$  पर एकदिष्ट है

**AOD (MAXIMA & MINIMA)**

1. माना  $A = [a_{ij}]$  एक  $3 \times 3$  का आव्यूह है, जहाँ

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & , \text{ यदि } i=j \\ -x & , \text{ यदि } |i-j|=1 \\ 2x+1 & , \text{ अन्यथा,} \end{cases}$$

माना एक फलन  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = \det(A)$  द्वारा परिभाषित है। तो  $\mathbf{R}$  पर  $f$  के अधिकतम तथा निम्नतम मानों का योगफल बराबर है :

- (1)  $-\frac{20}{27}$     (2)  $\frac{88}{27}$     (3)  $\frac{20}{27}$     (4)  $-\frac{88}{27}$

2. मान 'a' एक वास्तविक संख्या है जिसके लिए फलन  $f(x) = ax^2 + 6x - 15$ ,  $x \in \mathbf{R}$ , अन्तराल  $\left(-\infty, \frac{3}{4}\right)$  में

वर्धमान तथा अन्तराल  $\left(\frac{3}{4}, \infty\right)$  में ह्यासमान है, तो

फलन  $g(x) = ax^2 - 6x + 15$ ,  $x \in \mathbf{R}$  का :

- (1)  $x = -\frac{3}{4}$  पर स्थानीय अधिकतम है  
 (2)  $x = -\frac{3}{4}$  पर स्थानीय निम्नतम है  
 (3)  $x = \frac{3}{4}$  पर स्थानीय अधिकतम है  
 (4)  $x = \frac{3}{4}$  पर स्थानीय निम्नतम है

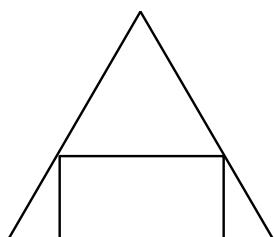
3. एक फलन  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - \frac{3f''(2)}{2}x + f''(1) \quad \text{द्वारा}$$

परिभाषित है तथा वह दो बार अवकलनीय है। इसके सभी स्थानीय न्यूनतम मानों का योग है:

- (1) -22    (2) 5    (3) -27    (4) 0

4. एक आयत,  $2\sqrt{2}$  भुजा के एक समबाहु त्रिभुज के चित्रानुसार अंतर्गत है, तो ऐसे एक आयत के अधिकतम क्षेत्रफल का वर्ग है \_\_\_\_\_।



5. 36 मी. की एक तार को दो भागों में काटा गया है। एक भाग को मोड़कर एक वर्ग बनाया गया है तथा दूसरे भाग को मोड़कर एक वर्त बनाया गया है। यदि दोनों आकृतियों के क्षेत्रफल का योग निम्नतम है तथा वर्त की परिधि k है, तो  $\left(\frac{4}{\pi} + 1\right)k$  बराबर है \_\_\_\_\_।

6. फलन  $f(x) = \left(\frac{2}{x}\right)^x$ ,  $x > 0$  का स्थानीय अधिकतम मान है –

$$(1) (2\sqrt{e})^{\frac{1}{e}} \quad (2) \left(\frac{4}{\sqrt{e}}\right)^{\frac{e}{4}}$$

$$(3) (e)^{\frac{2}{e}} \quad (4) 1$$

7. 20 m लंबाई की एक तार को दो भागों में काटा जाता है। एक भाग से एक वर्ग बनाना है तथा दूसरे भाग से एक सम षड्भुज बनाना है। तो दोनों वर्ग तथा षड्भुज के कुल क्षेत्रफल के न्यूनतम होने के लिए षड्भुज की भुजा की लंबाई (मीटर में) है:

$$(1) \frac{5}{2+\sqrt{3}} \quad (2) \frac{10}{2+3\sqrt{3}}$$

$$(3) \frac{5}{3+\sqrt{3}} \quad (4) \frac{10}{3+2\sqrt{3}}$$

8.  $a \times b$  (लम्बाई  $\times$  चौड़ाई) की एक आयताकार चद्दर के प्रत्येक कोने से x भुजा के वर्ग काटकर तथा फलकों को मोड़कर ढक्कन रहित एक संदूक बनाया गया है। यदि संदूक का आयतन अधिकतम है, तो x बराबर है :

$$(1) \frac{a+b-\sqrt{a^2+b^2-ab}}{12}$$

$$(2) \frac{a+b-\sqrt{a^2+b^2+ab}}{6}$$

$$(3) \frac{a+b-\sqrt{a^2+b^2-ab}}{6}$$

$$(4) \frac{a+b+\sqrt{a^2+b^2-ab}}{6}$$

- 15.**  $a \in \mathbb{R}$  का परिसर, जिसके लिए फलन

$$f(x) = (4a - 3)(x + \log_e 5) + 2(a - 7) \cot\left(\frac{x}{2}\right) \sin^2\left(\frac{x}{2}\right),$$

$x \neq 2n\pi, n \in \mathbb{N}$  के क्रांतिक बिन्दु हैं, हैं :

(1)  $(-3, 1)$  (2)  $\left[-\frac{4}{3}, 2\right]$  (3)  $[1, \infty)$  (4)  $(-\infty, -1]$

---

## INDEFINITE INTEGRATION

---

**1.** यदि  $\int \frac{dx}{(x^2 + x + 1)^2} = a \tan^{-1}\left(\frac{2x+1}{\sqrt{3}}\right) + b \left(\frac{2x+1}{x^2+x+1}\right) + C$ ,  $x > 0$  है, जहाँ  $C$  समाकलन अचर है, तो  $9(\sqrt{3}a + b)$  का मान बराबर है \_\_\_\_\_।

**2.** यदि  $\int \frac{2e^x + 3e^{-x}}{4e^x + 7e^{-x}} dx = \frac{1}{14} (ux + v \log(4e^x + 7e^{-x})) + C$  है, जहाँ  $C$  एक समाकलन अचर है, तो  $u + v$  बराबर है \_\_\_\_\_.

**3.** समाकलन  $\int \frac{1}{\sqrt[4]{(x-1)^3(x+2)^5}} dx$  का बराबर है :

(जहाँ  $C$  एक समाकलन अचर है)

(1)  $\frac{3}{4} \left(\frac{x+2}{x-1}\right)^{\frac{1}{4}} + C$  (2)  $\frac{3}{4} \left(\frac{x+2}{x-1}\right)^{\frac{5}{4}} + C$

(3)  $\frac{4}{3} \left(\frac{x-1}{x+2}\right)^{\frac{1}{4}} + C$  (4)  $\frac{4}{3} \left(\frac{x-1}{x+2}\right)^{\frac{5}{4}} + C$

**4.** यदि  $\int \frac{\sin x}{\sin^3 x + \cos^3 x} dx = \alpha \log_e |1 + \tan x| + \beta \log_e |1 - \tan x + \tan^2 x| + \gamma \tan^{-1}\left(\frac{2 \tan x - 1}{\sqrt{3}}\right) + C$ , जहाँ  $C$  एक समाकलन अचर है, तो  $18(\alpha + \beta + \gamma^2)$  का मान बराबर है \_\_\_\_\_।

**5.** यदि  $\int \frac{\cos x - \sin x}{\sqrt{8 - \sin 2x}} dx = a \sin^{-1}\left(\frac{\sin x + \cos x}{b}\right) + c$  है, जबकि  $c$  एक समाकलन अचर है, तो क्रमित युग्म (a, b) बराबर है:

(1)  $(-1, 3)$  (2)  $(3, 1)$   
 (3)  $(1, 3)$  (4)  $(1, -3)$

6. समाकलन

$$\int \frac{\sin \theta \cdot \sin 2\theta (\sin^6 \theta + \sin^4 \theta + \sin^2 \theta) \sqrt{2 \sin^4 \theta + 3 \sin^2 \theta + 6}}{1 - \cos 2\theta} d\theta$$

बराबर है :

(जहाँ c एक समाकलन अचर है)

$$(1) \frac{1}{18} \left[ 11 - 18 \sin^2 \theta + 9 \sin^4 \theta - 2 \sin^6 \theta \right]^{\frac{3}{2}} + c$$

$$(2) \frac{1}{18} \left[ 9 - 2 \cos^6 \theta - 3 \cos^4 \theta - 6 \cos^2 \theta \right]^{\frac{3}{2}} + c$$

$$(3) \frac{1}{18} \left[ 9 - 2 \sin^6 \theta - 3 \sin^4 \theta - 6 \sin^2 \theta \right]^{\frac{3}{2}} + c$$

$$(4) \frac{1}{18} \left[ 11 - 18 \cos^2 \theta + 9 \cos^4 \theta - 2 \cos^6 \theta \right]^{\frac{3}{2}} + c$$

7. समाकलन  $\int \frac{e^{3 \log_e 2x} + 5e^{2 \log_e 2x}}{e^{4 \log_e x} + 5e^{3 \log_e 2x} - 7e^{2 \log_e x}} dx, x > 0,$

बराबर है : (जहाँ c एक समाकलन अचर है)

$$(1) \log_e |x^2 + 5x - 7| + c$$

$$(2) 4 \log_e |x^2 + 5x - 7| + c$$

$$(3) \frac{1}{4} \log_e |x^2 + 5x - 7| + c$$

$$(4) \log_e \sqrt{x^2 + 5x - 7} + c$$

8. वास्तविक संख्याओं  $\alpha, \beta, \gamma$  तथा  $\delta$  के लिए, यदि

$$\begin{aligned} & \int \frac{(x^2 - 1) + \tan^{-1} \left( \frac{x^2 + 1}{x} \right)}{(x^4 + 3x^2 + 1) \tan^{-1} \left( \frac{x^2 + 1}{x} \right)} dx \\ &= \alpha \log_e \left( \tan^{-1} \left( \frac{x^2 + 1}{x} \right) \right) + \beta \tan^{-1} \left( \frac{\gamma(x^2 - 1)}{x} \right) \\ &+ \delta \tan^{-1} \left( \frac{x^2 + 1}{x} \right) + C \text{ है, जहाँ } C \text{ एक स्वेच्छ अचर है,} \end{aligned}$$

तो  $10(\alpha + \beta\gamma + \delta)$  का मान बराबर है \_\_\_\_\_।

9. समाकलन  $\int \frac{(2x-1)\cos \sqrt{(2x-1)^2 + 5}}{\sqrt{4x^2 - 4x + 6}} dx$  बराबर

है : (जहाँ c एक समाकलन अचर है)

$$(1) \frac{1}{2} \sin \sqrt{(2x-1)^2 + 5} + c$$

$$(2) \frac{1}{2} \cos \sqrt{(2x+1)^2 + 5} + c$$

$$(3) \frac{1}{2} \cos \sqrt{(2x-1)^2 + 5} + c$$

$$(4) \frac{1}{2} \sin \sqrt{(2x+1)^2 + 5} + c$$

10. यदि  $f(x) = \int \frac{5x^8 + 7x^6}{(x^2 + 1 + 2x^7)^2} dx, (x \geq 0), f(0) = 0$

तथा  $f(1) = \frac{1}{K}$  है, तो K का मान है \_\_\_\_\_।

## DEFINITE INTEGRATION

1. माना a एक धनात्मक वास्तविक संख्या है जिसके लिए  $\int_0^a e^{x-[x]} dx = 10e - 9$  है, जहाँ [x] महत्तम पूर्णांक  $\leq x$  है, तो a बराबर है :

$$(1) 10 - \log_e(1 + e) \quad (2) 10 + \log_e 2$$

$$(3) 10 + \log_e 3 \quad (4) 10 + \log_e(1 + e)$$

2. समाकलन  $\int_{-1}^1 \log_e(\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x}) dx$  का मान बराबर है :

$$(1) \frac{1}{2} \log_e 2 + \frac{\pi}{4} - \frac{3}{2} \quad (2) 2 \log_e 2 + \frac{\pi}{4} - 1$$

$$(3) \log_e 2 + \frac{\pi}{2} - 1 \quad (4) 2 \log_e 2 + \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}$$

3. माना  $g(t) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \left( \frac{\pi}{4} t + f(x) \right) dx$ , जबकि  $f(x) = \log_e (x + \sqrt{x^2 + 1})$ ,  $x \in \mathbf{R}$  है। तो निम्न में से कौन सा सही है ?

$$(1) g(1) = g(0) \quad (2) \sqrt{2}g(1) = g(0)$$

$$(3) g(1) = \sqrt{2}g(0) \quad (4) g(1) + g(0) = 0$$

4. यदि  $\int_0^{100\pi} \frac{\sin^2 x}{e^{\left(\frac{x}{\pi}-\left[\frac{x}{\pi}\right]\right)}} dx = \frac{\alpha\pi^3}{1+4\pi^2}$ ,  $\alpha \in \mathbf{R}$  है, जबकि  $[x]$  महत्तम पूर्णांक  $\leq x$  है, तो  $\alpha$  बराबर है –  
 (1)  $200(1-e^{-1})$       (2)  $100(1-e)$   
 (3)  $50(e-1)$       (4)  $150(e^{-1}-1)$
5. निश्चित समाकलन  $\int_{\pi/24}^{5\pi/24} \frac{dx}{1+\sqrt[3]{\tan 2x}}$  बराबर है :  
 (1)  $\frac{\pi}{3}$       (2)  $\frac{\pi}{6}$       (3)  $\frac{\pi}{12}$       (4)  $\frac{\pi}{18}$
6. माना  $f : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$   
 $f(x) = \int_0^x [y] dy$   
 द्वारा परिभाषित है, जबकि  $[x]$  महत्तम पूर्णांक  $\leq x$  है। तो निम्न में से कौन–सा कथन सत्य है ?  
 (1)  $[0, \infty)$  के प्रत्येक बिन्दु पर  $f$  संतत है और पूर्णांक बिन्दुओं के अतिरिक्त सभी बिन्दुओं पर अवकलनीय है।  
 (2) पूर्णांक बिन्दुओं के अतिरिक्त,  $[0, \infty)$  के सभी बिन्दुओं पर  $f$  संतत तथा अवकलनीय दोनों है।  
 (3) पूर्णांक बिन्दुओं के अतिरिक्त,  $[0, \infty)$  के सभी बिन्दुओं पर  $f$  संतत है।  
 (4)  $[0, \infty)$  के प्रत्येक बिन्दु पर  $f$  अवकलनीय है।
7. यदि  $f(x) = \begin{cases} \int_0^x (5+|1-t|) dt, & x > 2 \\ 5x+1, & x \leq 2 \end{cases}$  है, तो  
 (1)  $x=2$  पर  $f(x)$  संतत नहीं है  
 (2)  $f(x)$  प्रत्येक  $x$  के लिए अवकलनीय है  
 (3)  $x=2$  पर  $f(x)$  संतत है परन्तु अवकलनीय नहीं है  
 (4)  $x=1$  पर  $f(x)$  अवकलनीय नहीं है
8. समाकलन  $\int_{-1}^1 \log(x + \sqrt{x^2 + 1}) dx$  का मान है :  
 (1) 2      (2) 0      (3) -1      (4) 1
9. निश्चित समाकलन  $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{(1+e^{x \cos x})(\sin^4 x + \cos^4 x)}$  का मान बराबर :  
 (1)  $-\frac{\pi}{2}$       (2)  $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$       (3)  $-\frac{\pi}{4}$       (4)  $\frac{\pi}{\sqrt{2}}$
10. माना फलन  $f(x) = \log_4 \left( \log_5 \left( \log_3 (18x - x^2 - 77) \right) \right)$  का प्रांत  $(a, b)$  है। तो समाकलन  $\int_a^b \frac{\sin^3 x}{(\sin^3 x + \sin^3(a+b-x))} dx$  का मान बराबर है \_\_\_\_\_।
11. माना फलन  $f : (a, b) \rightarrow \mathbf{R}$  दो बार अवकलनीय है, जबकि एक अवकलनीय फलन  $g(x)$  के लिए  $f(x) = \int_a^x g(t) dt$  है। यदि  $(a, b)$  में  $f(x) = 0$  के ठीक पाँच भिन्न मूल हैं, तो  $g(x)g'(x) = 0$  के  $(a, b)$  में कम से कम :  
 (1) बारह मूल हैं      (2) पाँच मूल  
 (3) सात मूल हैं      (4) तीन मूल हैं
12. यदि  $\int_0^\pi (\sin^3 x) e^{-\sin^2 x} dx = \alpha - \frac{\beta}{e} \int_0^1 \sqrt{t} e^t dt$  है, तो  $\alpha + \beta$  बराबर है \_\_\_\_\_.
13.  $\int_{-\frac{1}{\sqrt{2}}}^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \left( \left( \frac{x+1}{x-1} \right)^2 + \left( \frac{x-1}{x+1} \right)^2 - 2 \right)^{\frac{1}{2}} dx$  का मान है :  
 (1)  $\log_e 4$       (2)  $\log_e 16$   
 (3)  $2\log_e 16$       (4)  $4\log_e (3+2\sqrt{2})$
14.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{r=0}^{2n-1} \frac{n^2}{n^2 + 4r^2}$  का मान है :  
 (1)  $\frac{1}{2} \tan^{-1}(2)$       (2)  $\frac{1}{2} \tan^{-1}(4)$   
 (3)  $\tan^{-1}(4)$       (4)  $\frac{1}{4} \tan^{-1}(4)$

15. यदि समाकलन  $\int_0^5 \frac{x + [x]}{e^{x-[x]}} dx = \alpha e^{-1} + \beta$  है, जहाँ  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ,  $5\alpha + 6\beta = 0$  तथा  $[x]$  महत्तम पूर्णांक  $\leq x$  है, तो  $(\alpha + \beta)^2$  का मान बराबर है –

- (1) 100      (2) 25      (3) 16      (4) 36

16.  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left( \frac{1 + \sin^2 x}{1 + \pi^{\sin x}} \right) dx$  का मान है –

(1)  $\frac{\pi}{2}$       (2)  $\frac{5\pi}{4}$       (3)  $\frac{3\pi}{4}$       (4)  $\frac{3\pi}{2}$

17. यदि  $U_n = \left(1 + \frac{1}{n^2}\right) \left(1 + \frac{2^2}{n^2}\right)^2 \dots \left(1 + \frac{n^2}{n^2}\right)^n$  है, तो  $\lim_{n \rightarrow \infty} (U_n)^{\frac{-4}{n^2}}$  बराबर है :

- (1)  $\frac{e^2}{16}$       (2)  $\frac{4}{e}$       (3)  $\frac{16}{e^2}$       (4)  $\frac{4}{e^2}$

18.  $\int_6^{16} \frac{\log_e x^2}{\log_e x^2 + \log_e (x^2 - 44x + 484)} dx$  बराबर है:

(1) 6      (2) 8      (3) 5      (4) 10

19. समाकलन  $\int_0^1 \frac{\sqrt{x} dx}{(1+x)(1+3x)(3+x)}$  का मान है :

- (1)  $\frac{\pi}{8} \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$       (2)  $\frac{\pi}{4} \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{6}\right)$   
 (3)  $\frac{\pi}{8} \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{6}\right)$       (4)  $\frac{\pi}{4} \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

20. माना  $[t]$  महत्तम पूर्णांक  $\leq t$  है। तो  $8 \cdot \int_{-\frac{1}{2}}^1 ([2x] + |x|) dx$  का मान है \_\_\_\_\_.

21. यदि  $x \phi(x) = \int_5^x (3t^2 - 2\phi'(t)) dt$ ,  $x > -2$ , तथा  $\phi(0) = 4$ , है, तो  $\phi(2)$  बराबर है \_\_\_\_\_

22. यदि  $[x]$  महत्तम पूर्णांक  $\leq x$  है, तो  $\pi^2 \int_0^2 \left(\sin \frac{\pi x}{2}\right) (x - [x])^{[x]} dx$  बराबर है :

- (1)  $2(\pi - 1)$       (2)  $4(\pi - 1)$   
 (3)  $4(\pi + 1)$       (4)  $2(\pi + 1)$

23. फलन  $f(x)$ , जो  $f(x) = x + \int_0^{\pi/2} \sin x \cdot \cos y f(y) dy$  को संतुष्ट करता है, है :

- (1)  $x + \frac{2}{3}(\pi - 2)\sin x$       (2)  $x + (\pi + 2) \sin x$   
 (3)  $x + \frac{\pi}{2} \sin x$       (4)  $x + (\pi - 2) \sin x$

24. समाकलन  $\int_1^3 [x^2 - 2x - 2] dx$  का मान, जबकि  $[x]$ , महत्तम पूर्णांक  $\leq x$  है, है :

- (1)  $-\sqrt{2} - \sqrt{3} + 1$       (2)  $-\sqrt{2} - \sqrt{3} - 1$   
 (3) -5      (4) -4

25. माना  $[0, 2]$  में  $f(x)$  एक अवकलनीय फलन है, जिसके लिए  $f'(x) = f'(2-x) \forall x \in (0, 2)$ ,  $f(0) = 1$  तथा  $f(2) = e^2$  है, तो  $\int_0^2 f(x) dx$  का मान है :

- (1)  $1 - e^2$       (2)  $1 + e^2$   
 (3)  $2(1 - e^2)$       (4)  $2(1 + e^2)$

26. यदि  $\int_{-a}^a (|x| + |x-2|) dx = 22$ , ( $a > 2$ ) है तथा  $[x]$ , महत्तम पूर्णांक  $\leq x$  को दर्शाता है, तो

$$\int_a^{-a} (x + [x]) dx \text{ बराबर है } \underline{\hspace{2cm}}$$

27.  $\int_{-1}^1 x^2 e^{[x^3]} dx$ , जहाँ  $[t]$  महत्तम पूर्णांक  $\leq t$  है, का मान है:

(1)  $\frac{e-1}{3e}$       (2)  $\frac{e+1}{3}$       (3)  $\frac{e+1}{3e}$       (4)  $\frac{1}{3e}$

28.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{n} + \frac{n}{(n+1)^2} + \frac{n}{(n+2)^2} + \dots + \frac{n}{(2n-1)^2} \right]$   
बराबर है :

- (1)  $\frac{1}{2}$       (2) 1      (3)  $\frac{1}{3}$       (4)  $\frac{1}{4}$

29.  $\int_{-2}^2 |3x^2 - 3x - 6| dx$  का मान है \_\_\_\_\_.

30.  $x > 0$  के लिए यदि  $f(x) = \int_1^x \frac{\log_e t}{(1+t)} dt$  है, तो  
 $f(e) + f\left(\frac{1}{e}\right)$  बराबर है

- (1) 1      (2) -1      (3)  $\frac{1}{2}$       (4) 0

31. माना  $f(x) = \int_0^x e^t f(t) dt + e^x$  सभी  $x \in \mathbb{R}$  के लिए  
एक अवकलनीय फलन है। तो  $f(x)$  बराबर है:

- (1)  $2e^{(e^x-1)} - 1$       (2)  $e^{e^x} - 1$   
(3)  $2e^{e^x} - 1$       (4)  $e^{(e^x-1)}$

32. यदि  $I_{m,n} = \int_0^1 x^{m-1} (1-x)^{n-1} dx$ ,  $m, n \geq 1$  तथा  
 $\int_0^1 \frac{x^{m-1} + x^{n-1}}{(1+x)^{m+n}} dx = \alpha I_{m,n}$ ,  $\alpha \in \mathbb{R}$ , है, तो  $\alpha$  बराबर है \_\_\_\_\_

33. समाकलन  $\int_0^\pi |\sin 2x| dx$  का मान बराबर है \_\_\_\_\_।

34.  $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\cos^2 x}{1+3^x} dx$  का मान है :

- (1)  $\frac{\pi}{4}$       (2)  $4\pi$       (3)  $\frac{\pi}{2}$       (4)  $2\pi$

35. यदि  $I_n = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cot^n x dx$ , है, तो :

- (1)  $\frac{1}{I_2 + I_4}, \frac{1}{I_3 + I_5}, \frac{1}{I_4 + I_6}$  G.P. में है  
(2)  $I_2 + I_4, I_3 + I_5, I_4 + I_6$  A.P. में है  
(3)  $I_2 + I_4, (I_3 + I_5)^2, I_4 + I_6$  G.P. में है  
(4)  $\frac{1}{I_2 + I_4}, \frac{1}{I_3 + I_5}, \frac{1}{I_4 + I_6}$  A.P. में है

36.  $\sum_{n=1}^{100} \int_{n-1}^n e^{x-[x]} dx$ , जहाँ  $[x]$  महत्तम पूर्णांक  $\leq x$  है, का  
मान है :

- (1)  $100(e-1)$       (2)  $100(1-e)$   
(3)  $100e$       (4)  $100(1+e)$

37. समाकलन

$$I = \int_0^{10} \frac{[x] e^{[x]}}{e^{x-1}} dx,$$

का विचार कीजिए, जहाँ  $[x]$  महत्तम पूर्णांक  $\leq x$  है।  
तो I का मान बराबर है :

- (1)  $9(e-1)$       (2)  $45(e+1)$   
(3)  $45(e-1)$       (4)  $9(e+1)$

38. माना वास्तविक गुणांकों का एक द्विघातीय बहुपद  
 $P(x) = x^2 + bx + c$  इस प्रकार है कि  $\int_0^1 P(x) dx = 1$  है

तथा  $P(x)$  को  $(x-2)$  से विभाजित करने पर शेषफल  
5 आता है। तो  $9(b+c)$  का मान बराबर है :

- (1) 9      (2) 15      (3) 7      (4) 11

39. मान  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  एक संतत फलन है जिसके लिए  
 $f(x) + f(x+1) = 2$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$  है। यदि

$$I_1 = \int_0^8 f(x) dx \text{ तथा } I_2 = \int_{-1}^3 f(x) dx \text{ है, तो } I_1 + 2I_2$$

का मान बराबर है \_\_\_\_\_।

40. माना  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^{-x} \sin x$  द्वारा परिभाषित  
है। यदि  $F : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  एक अवकलनीय फलन  
है जिसके लिए  $F(x) = \int_0^x f(t) dt$  है, तो

$\int_0^1 (F'(x) + f(x)) e^x dx$  का मान निम्न में से किस  
अंतराल में है ?

- (1)  $\left[ \frac{327}{360}, \frac{329}{360} \right]$       (2)  $\left[ \frac{330}{360}, \frac{331}{360} \right]$   
(3)  $\left[ \frac{331}{360}, \frac{334}{360} \right]$       (4)  $\left[ \frac{335}{360}, \frac{336}{360} \right]$

41. यदि समाकलन  $\int_0^{10} \frac{[\sin 2\pi x]}{e^{x-[x]}} dx = \alpha e^{-1} + \beta e^{-\frac{1}{2}} + \gamma$  है, जहाँ  $\alpha, \beta, \gamma$  पूर्णांक हैं तथा  $[x]$  महत्तम पूर्णांक  $\leq x$  है, तो  $\alpha + \beta + \gamma$  का मान बराबर है :

- (1) 0      (2) 20      (3) 25      (4) 10

42. माना  $I_n = \int_1^e x^{19} (\log|x|)^n dx$  है, जहाँ  $n \in N$  है।

यदि उन पूर्णांकों  $\alpha$  तथा  $\beta$  के लिए  $(20)I_{10} = \alpha I_9 + \beta I_8$  है, तो  $\alpha - \beta$  बराबर है \_\_\_\_\_।

43. फलन  $g(\alpha) = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin^\alpha x}{\cos^\alpha x + \sin^\alpha x} dx$ ,  $\alpha \in R$  के

लिए निम्न में से कौन सा कथन असत्य है?

- (1)  $g(\alpha)$  एक निरंतर वर्धमान फलन है  
(2)  $g(\alpha)$  का  $\alpha = -\frac{1}{2}$  पर एक नति परिवर्तन विन्दु है  
(3)  $g(\alpha)$  एक निरंतर ह्यसमान फलन है  
(4)  $g(\alpha)$  एक सम फलन है

44. माना  $f(x)$  तथा  $g(x)$  दो फलन हैं, जो

$f(x^2) + g(4-x) = 4x^3$  तथा  $g(4-x) + g(x) = 0$  को संतुष्ट करते हैं। तो  $\int_{-4}^4 f(x)^2 dx$  का मान है \_\_\_\_\_।

45. माना  $g(x) = \int_0^x f(t) dt$ , जहाँ  $[0, 3]$  में  $f$  एक संतत

फलन है,  $\frac{1}{3} \leq f(t) \leq 1 \quad \forall t \in [0, 1]$  है तथा

$0 \leq f(t) \leq \frac{1}{2} \quad \forall t \in (1, 3]$  है। अधिकतम संभव

अंतराल, जिसमें  $g(3)$  स्थित है, है।

(1)  $\left[-1, -\frac{1}{2}\right] \quad (2) \left[-\frac{3}{2}, -1\right]$

(3)  $\left[\frac{1}{3}, 2\right] \quad (4) [1, 3]$

## DIFFERENTIAL EQUATION

1. माना अवकल समीकरण  $x \tan\left(\frac{y}{x}\right) dy = \left(y \tan\left(\frac{y}{x}\right) - x\right) dx$ ,  $-1 \leq x \leq 1, y\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{6}$  का हल  $y = y(x)$  है। तो वक्रों

$x = 0, x = \frac{1}{\sqrt{2}}$  तथा  $y = y(x)$  द्वारा ऊपरी आधे

निर्देशांक तल में घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल है :

- (1)  $\frac{1}{8}(\pi - 1)$       (2)  $\frac{1}{12}(\pi - 3)$   
(3)  $\frac{1}{4}(\pi - 2)$       (4)  $\frac{1}{6}(\pi - 1)$

2. माना अवकल समीकरण  $e^x \sqrt{1-y^2} dx + \left(\frac{y}{x}\right) dy = 0, y(1) = -1$

का हल  $y = y(x)$  है। तो  $(y(3))^2$  का मान बराबर है :

- (1)  $1 - 4e^3$       (2)  $1 - 4e^6$   
(3)  $1 + 4e^3$       (4)  $1 + 4e^6$

3. यदि  $[x]$  महत्तम पूर्णांक  $\leq x$  है, तो समाकलन

$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} [|x| - \sin x] dx$  का मान बराबर है:

- (1)  $-\pi$       (2)  $\pi$       (3) 0      (4) 1

4. यदि  $f : R \rightarrow R, f(x) = x + 1$  द्वारा परिभाषित है, तो

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left[ f(0) + f\left(\frac{5}{n}\right) + f\left(\frac{10}{n}\right) + \dots + f\left(\frac{5(n-1)}{n}\right) \right]$  का मान है:

- (1)  $\frac{3}{2}$       (2)  $\frac{5}{2}$       (3)  $\frac{1}{2}$       (4)  $\frac{7}{2}$

5. माना वक्र  $y = y(x)$ , अवकल समीकरण

$\cos\left(\frac{1}{2} \cos^{-1}(e^{-x})\right) dx = \sqrt{e^{2x} - 1} dy$  का हल है।

यदि यह  $y$ -अक्ष को  $y = -1$  तथा  $x$ -अक्ष को  $(\alpha, 0)$  पर काटता है, तो  $e^\alpha$  बराबर है \_\_\_\_\_ है।

6. माना अवकल समीकरण  $\operatorname{cosec}^2 x dy + 2dx = (1 + y \cos 2x)$

$\operatorname{cosec}^2 x dx$  जबकि  $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$  है, का हल

$y = y(x)$  है। तो  $(y(0) + 1)^2$  का मान बराबर है –

- (1)  $e^{1/2}$       (2)  $e^{-1/2}$       (3)  $e^{-1}$       (4)  $e$

- |  |  |
|--|--|
| <p>7. माना अवकल समीकरण <math>\left( (x+2)e^{\frac{y+1}{x+2}} + (y+1) \right)</math></p> <p><math>dx = (x+2) dy</math>, <math>y(1) = 1</math> का हल <math>y = y(x)</math> है। यदि <math>y = y(x)</math> का प्रान्त विवत्त अन्तराल <math>(\alpha, \beta)</math> है, तो <math> \alpha + \beta </math> बराबर है _____।</p>   | <p>13. माना <math>F : [3, 5] \rightarrow \mathbf{R}</math> (<math>3, 5</math>) पर दो बार अवकलनीय फलन है, जिसके लिए</p> $F(x) = e^{-x} \int_{-3}^{x} (3t^2 + 2t + 4F'(t)) dt$ है।   |
| <p>8. माना अवकल समीकरण,</p> $\frac{dy}{dx} = 1+x e^{y-x}, -\sqrt{2} < x < \sqrt{2}, y(0) = 0$ <p>का हल <math>y = y(x)</math> है। तो <math>x \in (-\sqrt{2}, \sqrt{2})</math> में <math>y(x)</math> का न्यूनतम मान बराबर है :</p> <p>(1) <math>(2-\sqrt{3}) - \log_e 2</math><br/>         (2) <math>(2+\sqrt{3}) + \log_e 2</math><br/>         (3) <math>(1+\sqrt{3}) - \log_e (\sqrt{3}-1)</math><br/>         (4) <math>(1-\sqrt{3}) - \log_e (\sqrt{3}-1)</math></p> | <p>14. यदि अवकल समीकरण</p> $\sec y \frac{dy}{dx} - \sin(x+y) - \sin(x-y) = 0, \quad y(0) = 0$ <p>का हल <math>y = y(x)</math>, <math>y \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]</math> है, तो <math>5y'(\frac{\pi}{2})</math> बराबर है _____।</p>  |
| <p>9. माना <math>y = y(x)</math>, अवकल समीकरण</p> $e^y \frac{dy}{dx} - 2e^y \sin x + \sin x \cos^2 x = 0, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ <p>का हल है। यदि <math>y(0) = \log_e(\alpha + \beta e^{-2})</math> है, तो <math>4(\alpha + \beta)</math> बराबर है _____।</p>  | <p>15. माना अवकल समीकरण <math>(x-x^3)dy = (y+yx^2-3x^4)dx</math>, <math>x &gt; 2</math> का हल <math>y = y(x)</math> है। यदि <math>y = 3</math> है, तो <math>y</math> बराबर है:</p> <p>(1) 4      (2) 12      (3) 8      (4) 16</p>   |
| <p>10. माना अवकल समीकरण <math>xdy = (y + x^3 \cos x)dx</math>,</p> <p><math>y(\pi) = 0</math> का हल <math>y = y(x)</math> है। तो <math>y\left(\frac{\pi}{2}\right)</math> बराबर है :</p> <p>(1) <math>\frac{\pi^2}{4} + \frac{\pi}{2}</math><br/>         (2) <math>\frac{\pi^2}{2} + \frac{\pi}{4}</math><br/>         (3) <math>\frac{\pi^2}{2} - \frac{\pi}{4}</math><br/>         (4) <math>\frac{\pi^2}{4} - \frac{\pi}{2}</math></p>                               | <p>16. माना अवकल समीकरण <math>dy = e^{\alpha x+y} dx</math>; <math>\alpha \in \mathbf{N}</math> का हल <math>y = y(x)</math> है। यदि <math>y(\log_e 2) = \log_e 2</math> तथा <math>y(0) = \log_e\left(\frac{1}{2}\right)</math> है, तो <math>\alpha</math> का मान बराबर है _____।</p>   |
| <p>11. माना एक वक्र <math>y = f(x)</math>, बिंदु <math>(2, (\log_2)^2)</math> से होकर जाता है तथा <math>x</math> के सभी धनात्मक वास्तविक मानों के लिए इसकी प्रवणता <math>\frac{2y}{x \log_e x}</math> है, तो <math>f(e)</math> का मान है _____।</p>  | <p>17. माना अवकल समीकरण <math>(y+1) \tan^2 x dx + \tan x dy + y dx = 0</math>, <math>x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)</math> का हल <math>y = y(x)</math> है।</p> <p>यदि <math>\lim_{x \rightarrow 0^+} xy(x) = 1</math>, है, तो <math>y\left(\frac{\pi}{4}\right)</math> का मान है :</p> <p>(1) <math>-\frac{\pi}{4}</math><br/>         (2) <math>\frac{\pi}{4} - 1</math><br/>         (3) <math>\frac{\pi}{4} + 1</math><br/>         (4) <math>\frac{\pi}{4}</math></p> |
| <p>12. माना अवकल समीकरण <math>\log_e\left(\frac{dy}{dx}\right) = 3x + 4y</math>, <math>y(0) = 0</math> का हल <math>y = y(x)</math> है। यदि <math>y\left(-\frac{2}{3} \log_e 2\right) = \alpha \log_e 2</math> है, तो <math>\alpha</math> का मान बराबर है :</p> <p>(1) <math>-\frac{1}{4}</math><br/>         (2) <math>\frac{1}{4}</math><br/>         (3) 2<br/>         (4) <math>-\frac{1}{2}</math></p>  | <p>18. माना अवकल समीकरण <math>2x^2 dy + (e^y - 2x) dx = 0</math>, <math>x &gt; 0</math> का हल <math>y(x)</math> है। यदि <math>y(e) = 1</math> है, तो <math>y(1)</math> बराबर है –</p> <p>(1) 0<br/>         (2) 2<br/>         (3) <math>\log_e 2</math><br/>         (4) <math>\log_e(2e)</math></p>  |

19. माना अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} = 2(y + 2 \sin x - 5)$

$x - 2 \cos x$  का हल  $y = y(x)$  है, जिसके लिए  $y(0) = 7$  है। तो  $y(\pi)$  बराबर है:

- (1)  $2e^{\pi^2} + 5$       (2)  $e^{\pi^2} + 5$   
 (3)  $3e^{\pi^2} + 5$       (4)  $7e^{\pi^2} + 5$

20. माना एक वक्र  $y = f(x)$  बिंदु  $(-2, 2)$  से होकर जाता है तथा वक्र के किसी बिंदु  $(x, f(x))$  पर स्पर्शरेखा की प्रवणता  $f(x) + xf'(x) = x^2$  द्वारा दी गई है।

- (1)  $x^2 + 2xf(x) - 12 = 0$       (2)  $x^3 + xf(x) + 12 = 0$   
 (3)  $x^3 - 3xf(x) - 4 = 0$       (4)  $x^2 + 2xf(x) + 4 = 0$

21. ऐसे परवलयों के कुल, जिनके अक्ष  $y$ -अक्ष के समांतर हैं तथा जिनकी नाभिलंब जीवा की लम्बाई बिंदु  $(2, -3)$  की रेखा  $3x + 4y = 5$  से दूरी है, को निरूपित करने वाला एक अवकल समीकरण है :

- (1)  $10 \frac{d^2y}{dx^2} = 11$       (2)  $11 \frac{d^2x}{dy^2} = 10$   
 (3)  $10 \frac{d^2x}{dy^2} = 11$       (4)  $11 \frac{d^2y}{dx^2} = 10$

22. यदि अवकल समीकरण  $(2x - 10y^3) dy + ydx = 0$ , का हल वक्र, बिंदुओं  $(0, 1)$  तथा  $(2, \beta)$  से होकर जाता है, तो  $\beta$  निम्न में से किस समीकरण का एक मूल है ?

- (1)  $y^5 - 2y - 2 = 0$       (2)  $2y^5 - 2y - 1 = 0$   
 (3)  $2y^5 - y^2 - 2 = 0$       (4)  $y^5 - y^2 - 1 = 0$

23. माना एक फलन  $f[0, 1]$  में ऋणोत्तर तथा  $(0, 1)$  में दो बार अवकलनीय है। यदि  $\int_0^x \sqrt{1 - (f'(t))^2} dt = \int_0^x f(t) dt$ ,  $0 \leq x \leq 1$  तथा  $f(0) = 0$ , है, तो  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \int_0^x f(t) dt$  :

- (1) 0 के बराबर है      (2) 1 के बराबर है  
 (3) का अस्तित्व नहीं है      (4)  $\frac{1}{2}$  के बराबर है

24. यदि  $\frac{dy}{dx} = \frac{2^{x+y} - 2^x}{2^y}$ ,  $y(0) = 1$ , है, तो  $y(1)$  बराबर है:

- (1)  $\log_2(2 + e)$       (2)  $\log_2(1 + e)$   
 (3)  $\log_2(2e)$       (4)  $\log_2(1 + e^2)$

25. यदि  $\frac{dy}{dx} = \frac{2^x y + 2^y \cdot 2^x}{2^x + 2^{x+y} \log_e 2}$ ,  $y(0) = 0$ , है, तो  $y = 1$

के लिए  $x$  का मान निम्न में से किस अंतराल में है?

- (1)  $(1, 2)$       (2)  $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$   
 (3)  $(2, 3)$       (4)  $\left(0, \frac{1}{2}\right)$

26. यदि  $y \frac{dy}{dx} = x \left[ \frac{y^2}{x^2} + \frac{\phi\left(\frac{y^2}{x^2}\right)}{\phi'\left(\frac{y^2}{x^2}\right)} \right]$ ,  $x > 0$ ,  $\phi > 0$ , तथा

$y(1) = -1$  है, तो  $\phi\left(\frac{y^2}{4}\right)$  बराबर है :

- (1)  $4\phi$  (2)      (2)  $4\phi(1)$   
 (3)  $2\phi(1)$       (4)  $\phi(1)$

27. यदि  $y = y(x)$  अवकल समीकरण  $x^2 dy + \left(y - \frac{1}{x}\right) dx = 0$ ;  $x > 0$  का हल वक्र है

तथा  $y(1) = 1$ , तब  $y\left(\frac{1}{2}\right)$  बराबर है :

- (1)  $\frac{3}{2} - \frac{1}{\sqrt{e}}$       (2)  $3 + \frac{1}{\sqrt{e}}$   
 (3)  $3 + e$       (4)  $3 - e$

28. यदि एक वक्र  $y = f(x)$  बिंदु  $(1, 2)$  से होकर जाता है तथा  $x \frac{dy}{dx} + y = bx^4$  को संतुष्ट करता है, तो  $b$

के किस मान के लिए  $\int_1^2 f(x) dx = \frac{62}{5}$  है ?

- (1) 5      (2) 10      (3)  $\frac{62}{5}$       (4)  $\frac{31}{5}$



39. माना अवकल समीकरण

$$\cos x (3\sin x + \cos x + 3)dy =$$

$$(1 + y \sin x (3\sin x + \cos x + 3))dx, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2},$$

$y(0) = 0$  का हल  $y = y(x)$  है। तो  $y\left(\frac{\pi}{3}\right)$  बराबर है :

$$(1) 2\log_e\left(\frac{2\sqrt{3}+9}{6}\right) \quad (2) 2\log_e\left(\frac{2\sqrt{3}+10}{11}\right)$$

$$(3) 2\log_e\left(\frac{\sqrt{3}+7}{2}\right) \quad (4) 2\log_e\left(\frac{3\sqrt{3}-8}{4}\right)$$

40. यदि अवकल समीकरण

$$2(x^2 + x^{5/4})dy - y(x + x^{1/4})dx = 2x^{9/4} dx, x > 0$$

$$\text{का हल वक्र } y = y(x) \text{ है, जो बिन्दु } \left(1, 1 - \frac{4}{3}\log_e 2\right)$$

से होकर जाता है, तो  $y(16)$  का मान बराबर है :

$$(1) 4\left(\frac{31}{3} + \frac{8}{3}\log_e 3\right) \quad (2) \left(\frac{31}{3} + \frac{8}{3}\log_e 3\right)$$

$$(3) 4\left(\frac{31}{3} - \frac{8}{3}\log_e 3\right) \quad (4) \left(\frac{31}{3} - \frac{8}{3}\log_e 3\right)$$

41.  $y(x)$ , जो अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} = xy - 1 + x - y$  ;

$y(0) = 0$  को सन्तुष्ट करता है, के लिए निम्न में कौन सा सत्य है?

$$(1) y(1) = e^{-\frac{1}{2}} - 1 \quad (2) y(1) = e^{\frac{1}{2}} - e^{-\frac{1}{2}}$$

$$(3) y(1) = 1 \quad (4) y(1) = e^{\frac{1}{2}} - 1$$

42. यदि  $[.]$  महत्तम पूर्णांक फलन को दर्शाता है, तो

$$\left| \int_0^{\frac{\pi}{2}} [x^2 - \cos x] dx \right| \text{ का मान है } \underline{\hspace{2cm}}.$$

43. निम्न में से कौन सा अवकल समीकरण परवलयों के

निकाय  $y^2 = 4a(x + a)$  द्वारा संतुष्ट होता है?

$$(1) y\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - 2x\left(\frac{dy}{dx}\right) - y = 0$$

$$(2) y\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - 2x\left(\frac{dy}{dx}\right) + y = 0$$

$$(3) y\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 2x\left(\frac{dy}{dx}\right) - y = 0$$

$$(4) y\left(\frac{dy}{dx}\right) + 2x\left(\frac{dy}{dx}\right) - y = 0$$

44. माना अवकल समीकरण

$$\frac{dy}{dx} = (y+1)\left((y+1)e^{x^2/2} - x\right),$$

$0 < x < 2.1$ ,  $y(2) = 0$  का हल  $y = y(x)$  है। तो

$x = 1$  पर  $\frac{dy}{dx}$  का मान बराबर है :

$$(1) \frac{-e^{3/2}}{(e^2 + 1)^2} \quad (2) -\frac{2e^2}{(1 + e^2)^2}$$

$$(3) \frac{e^{5/2}}{(1 + e^2)^2} \quad (4) \frac{5e^{1/2}}{(e^2 + 1)^2}$$

45. माना अवकल समीकरण  $xdy - ydx = \sqrt{x^2 - y^2}$

$dx$ ,  $x \geq 1$  का हल  $y = y(x)$  है तथा  $y(1) = 0$  है।

यदि रेखाओं  $x = 1$ ,  $x = e^\pi$ ,  $y = 0$  तथा  $y = y(x)$  द्वारा

घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल  $\alpha e^{2\pi} + \beta$  है, तो  $10(\alpha + \beta)$

का मान बराबर है \_\_\_\_\_.

**AREA UNDER THE CURVE**

1. माना दीर्घवत्त E :  $x^2 + 4y^2 = 5$  के बिन्दु P(1, 1) पर स्पर्श रेखा T है। यदि स्पर्श रेखा T, दीर्घवत्त E तथा रेखाओं  $x = 1$  और  $x = \sqrt{5}$  द्वारा घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल  $\alpha\sqrt{5} + \beta + \gamma \cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$  है, तो  $|\alpha + \beta + \gamma|$  बराबर है \_\_\_\_\_।
2. ऊपरी आधे निर्देशांक तल में वक्रों,  $x^2 + 2y - 1 = 0$ ,  $y^2 + 4x - 4 = 0$  तथा  $y^2 - 4x - 4 = 0$  द्वारा परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल (वर्ग इकाइयों में) बराबर है \_\_\_\_\_।
3. क्षेत्र  $\{(x, y) \in \mathbf{R} \times \mathbf{R} \mid x \geq 0, 2x^2 \leq y \leq 4 - 2x\}$  का क्षेत्रफल (वर्ग इकाइयों में) बराबर है :
- (1)  $\frac{8}{3}$       (2)  $\frac{17}{3}$       (3)  $\frac{13}{3}$       (4)  $\frac{7}{3}$
4. यदि परिबद्धित क्षेत्र  $R = \left\{(x, y) : \max\{0, \log_e x\} \leq y \leq 2^x, \frac{1}{2} \leq x \leq 2\right\}$  का क्षेत्रफल  $\alpha(\log_e 2)^{-1} + \beta(\log_e 2) + \gamma$  है, तो  $(\alpha + \beta - 2\gamma)^2$  का मान बराबर है :
- (1) 8      (2) 2      (3) 4      (4) 1
5.  $y - x = 2$  तथा  $x^2 = y$  द्वारा घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल बराबर है :
- (1)  $\frac{16}{3}$       (2)  $\frac{2}{3}$       (3)  $\frac{9}{2}$       (4)  $\frac{4}{3}$
6. क्षेत्र  $S = \{(x, y) : 3x^2 \leq 4y \leq 6x + 24\}$  का क्षेत्रफल है \_\_\_\_\_।
7. माना फलन  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x$  के स्थानीय उच्चतम तथा स्थानीय निम्नतम बिन्दु क्रमशः a तथा b है। यदि  $y = f(x)$ , x-अक्ष, तथा रेखाओं  $x = a$  और  $x = b$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल A है, तो  $4A$  बराबर है \_\_\_\_\_.

8. परवलय  $(y - 2)^2 = (x - 1)$ , इसके उस बिंदु जिसकी कोटि 3 है पर स्पर्श रेखा तथा x-अक्ष द्वारा परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल है :
- (1) 9      (2) 10      (3) 4      (4) 6
9. यदि रेखाओं  $x = 0, y = 0, x = \frac{3}{2}$  तथा वक्र  $y = 1 + 4x - x^2$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल को रेखा  $y = mx$  समद्विभाजित करती है, तो 12 m बराबर है \_\_\_\_\_।
10. वक्रों  $y = \sin x + \cos x$  एवं  $y = |\cos x - \sin x|$  तथा रेखाओं  $x = 0, x = \frac{\pi}{2}$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल है :
- (1)  $2\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)$       (2)  $2(\sqrt{2}+1)$   
 (3)  $4(\sqrt{2}-1)$       (4)  $2\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)$
11. क्षेत्र  $R = \{(x, y) : 5x^2 \leq y \leq 2x^2 + 9\}$  का क्षेत्रफल है :
- (1)  $11\sqrt{3}$  वर्ग इकाई      (2)  $12\sqrt{3}$  वर्ग इकाई  
 (3)  $9\sqrt{3}$  वर्ग इकाई      (4)  $6\sqrt{3}$  वर्ग इकाई
12. वर्त,  $x^2 + y^2 = 36$  के उस भाग का क्षेत्रफल (वर्ग इकाइयों में), जो परवलय  $y^2 = 9x$  के बाहर है, है:
- (1)  $24\pi + 3\sqrt{3}$       (2)  $12\pi - 3\sqrt{3}$   
 (3)  $24\pi - 3\sqrt{3}$       (4)  $12\pi + 3\sqrt{3}$
13. साइन तथा कोसाइन फलनों के ग्राफ एक दूसरे को बहुत से बिन्दुओं पर काटते हैं, तथा इनके दो क्रमागत प्रतिच्छेदन बिन्दुओं के बीच में ये दो ग्राफ एक समान क्षेत्रफल A घेरते हैं। तो  $A^4$  बराबर है \_\_\_\_\_।

- 14.** माना वक्रों  $y = \sin x, y = \cos x$  तथा  $y$ -अक्ष द्वारा प्रथम चतुर्थांश में घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल  $A_1$  है और माना वक्रों  $y = \sin x, y = \cos x, x$ -अक्ष तथा  $x = \frac{\pi}{2}$  द्वारा प्रथम चतुर्थांश में घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल  $A_2$  है। तो
- $A_1 : A_2 = 1 : \sqrt{2}$  तथा  $A_1 + A_2 = 1$
  - $A_1 = A_2$  तथा  $A_1 + A_2 = \sqrt{2}$
  - $2A_1 = A_2$  तथा  $A_1 + A_2 = 1 + \sqrt{2}$
  - $A_1 : A_2 = 1 : 2$  तथा  $A_1 + A_2 = 1$
- 15.** रेखाओं  $y = ||x - 1| - 2|$  द्वारा घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल है \_\_\_\_\_।
- 16.** माना अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} = 2(x+1)$  का हल वक्र  $y = y(x)$  है। यदि वक्र  $y = y(x)$  तथा  $x$ -अक्ष से घिरे क्षेत्र के क्षेत्रफल का संख्यात्मक मान  $\frac{4\sqrt{8}}{3}$  है, तो  $y(1)$  का मान बराबर है \_\_\_\_\_।
- 17.** माना  $f : [-3, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,
- $$f(x) = \begin{cases} \min \{(x+6), x^2\}, & -3 \leq x \leq 0 \\ \max \{\sqrt{x}, x^2\}, & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$
- द्वारा दिया गया है। यदि  $y = f(x)$  तथा  $x$ -अक्ष द्वारा घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल  $A$  है, तो  $6A$  बराबर है \_\_\_\_\_।
- 18.** वक्र  $4y^2 = x^2(4-x)(x-2)$  द्वारा परिवद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल है :
- $\frac{\pi}{8}$
  - $\frac{3\pi}{8}$
  - $\frac{3\pi}{2}$
  - $\frac{\pi}{16}$

**MATRICES**

- 1.** माना  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ a & 0 \end{bmatrix}$ ,  $a \in \mathbb{R}$  को  $P + Q$  के रूप में लिखा गया है, जहाँ  $P$  एक सममित आव्यूह है तथा  $Q$  एक विषम सममित आव्यूह है। यदि  $\det(Q) = 9$  है, तो  $\det(P)$  के सभी संभव मानों के योगफल का मापांक बराबर है :
- 36
  - 24
  - 45
  - 18
- 2.** माना  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  तथा  $B = 7A^{20} - 20A^7 + 2I$  हैं, जहाँ  $I$ ,  $3 \times 3$  कोटि का तत्समक आव्यूह है। यदि  $B = [b_{ij}]$ , तो  $b_{13}$  बराबर है \_\_\_\_\_।
- 3.** माना  $y = y(x)$ , समीकरण  $\frac{dy}{dx} - |A| = 0$ ,  $\forall x > 0$ , को संतुष्ट करता है, जबकि  $A = \begin{bmatrix} y & \sin x & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & \frac{1}{x} \end{bmatrix}$  है। यदि  $y(\pi) = \pi + 2$  है, तो  $y\left(\frac{\pi}{2}\right)$  बराबर है :
- $\frac{\pi}{2} + \frac{4}{\pi}$
  - $\frac{\pi}{2} - \frac{1}{\pi}$
  - $\frac{3\pi}{2} - \frac{1}{\pi}$
  - $\frac{\pi}{2} - \frac{4}{\pi}$
- 4.** माना  $A = \{a_{ij}\}$  एक  $3 \times 3$  आव्यूह है, जबकि  $a_{ij} = \begin{cases} (-1)^{j-i} & \text{if } i < j, \\ 2 & \text{if } i = j, \\ (-1)^{i+j} & \text{if } i > j, \end{cases}$  तो  $\det(3\text{Adj}(2A^{-1}))$  बराबर है \_\_\_\_\_।
- 5.** माना  $A = [a_{ij}]$ , कोटि  $3 \times 3$  का एक वास्तविक आव्यूह इस प्रकार है कि प्रत्येक  $i = 1, 2, 3$  के लिए  $a_{i1} + a_{i2} + a_{i3} = 1$  है। तो आव्यूह  $A^3$  की सभी प्रविष्टियों का योग बराबर है –
- 2
  - 1
  - 3
  - 9

6. माना  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  एक  $3 \times 3$  आव्यूह है। तो

$3 \times 3$  आव्यूहों B, जिनकी प्रविष्टियाँ, समुच्चय,  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  से हैं तथा जो  $AB = BA$  को संतुष्ट करते हैं, की संख्या है \_\_\_\_\_।

7. माना  $M = \left\{ A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} : a, b, c, d \in \{\pm 3, \pm 2, \pm 1, 0\} \right\}$  है।  
 $f : M \rightarrow \mathbf{Z}$  ( $\mathbf{Z}$  = सभी पूर्णांकों का समूह);  
 $f(A) = \det(A)$ , सभी  $A \in M$ , द्वारा परिभाषित है।  
तो उन  $A \in M$  की संख्या जिनके लिए  $f(A) = 15$  है, है \_\_\_\_\_।

8. यदि  $P = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$  है, तो  $P^{50}$  है :

$$(1) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 25 & 1 \end{bmatrix} \quad (2) \begin{bmatrix} 1 & 50 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(3) \begin{bmatrix} 1 & 25 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 50 & 1 \end{bmatrix}$$

9. माना  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$  है। यदि  $A^{-1} = \alpha I + \beta A$ ,  $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$ , हैं तथा I एक  $2 \times 2$  का तत्समक आव्यूह है, तो  $4(\alpha - \beta)$  बराबर है :

$$(1) 5 \quad (2) \frac{8}{3} \quad (3) 2 \quad (4) 4$$

10. माना A तथा B, कोटि  $3 \times 3$  के वास्तविक आव्यूह हैं जिनके लिए  $(A^2 - B^2)$  एक व्युत्क्रमणीय आव्यूह है। यदि  $A^5 = B^5$  तथा  $A^3B^2 = A^2B^3$  हैं, तो आव्यूह  $A^3 + B^3$  के सारणिक का मान बराबर है :

$$(1) 2 \quad (2) 4 \quad (3) 1 \quad (4) 0$$

11. यदि  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  तथा  $M = A + A^2 + A^3 + \dots + A^{20}$ ,

हैं, तो आव्यूह M के सभी अवयवों का योगफल बराबर है \_\_\_\_\_।

12. यदि  $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} \\ -2 & \frac{1}{\sqrt{5}} \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ i & 1 \end{pmatrix}$ ,  $i = \sqrt{-1}$ ,

तथा

$Q = A^T B A$  है, तो आव्यूह  $A Q^{2021} A^T$  का व्युत्क्रम बराबर है :

$$(1) \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{5}} & -2021 \\ 2021 & \frac{1}{\sqrt{5}} \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2021i & 1 \end{pmatrix}$$

$$(3) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2021i & 1 \end{pmatrix} \quad (4) \begin{pmatrix} 1 & -2021i \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

13. माना  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  है। तो  $A^{2025} - A^{2020}$  बराबर है –

$$(1) A^6 - A \quad (2) A^5 \\ (3) A^5 - A \quad (4) A^6$$

14. माना A एक  $3 \times 3$  वास्तविक आव्यूह है। यदि  $\det(2\text{Adj}(2 \text{ Adj}(\text{Adj}(2A)))) = 2^{41}$  है, तो  $\det(A^2)$  का मान बराबर है \_\_\_\_\_.

15. यदि आव्यूह  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ K & -1 \end{pmatrix}$ , समीकरण  $A(A^3 + 3I) = 2I$  को संतुष्ट करता है, तो K का मान है:

$$(1) \frac{1}{2} \quad (2) -\frac{1}{2} \quad (3) -1 \quad (4) 1$$

16. समुच्चय

$$\left\{ A = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & d \end{pmatrix} : a, b, d \in \{-1, 0, 1\} \text{ तथा } (I - A)^3 = I - A^3 \right\},$$

I,  $2 \times 2$  का तत्समक आव्यूह है में अवयवों की संख्या है \_\_\_\_\_।

17. माना सभी  $n, m \in \mathbf{N}$ ,  $n > m$  के लिए

$$J_{n,m} = \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x^n}{x^m - 1} dx \text{ है, एक आव्यूह } A = [a_{ij}]_{3 \times 3},$$

$$\text{जहाँ } a_{ij} = \begin{cases} J_{6+i,3} - J_{i+3,3}, & i \leq j \\ 0, & i > j \end{cases} \text{ है, का विचार}$$

कीजिए। तब  $|\text{adj}A^{-1}|$  बराबर है :

$$(1) (15)^2 \times 2^{42} \quad (2) (15)^2 \times 2^{34} \\ (3) (105)^2 \times 2^{38} \quad (4) (105)^2 \times 2^{36}$$

18. माना A तथा B दो  $3 \times 3$  वास्तविक आव्यूह हैं जबकि A सममित आव्यूह है तथा B विषम सममित आव्यूह है। तो रैखिक समीकरण निकाय,  $(A^2B^2 - B^2A^2)X = O$ , जबकि X, एक  $3 \times 1$  अज्ञात चरों का स्तम्भ आव्यूह है तथा O, एक  $3 \times 1$  शून्य आव्यूह है :
- (1) का कोई भी हल नहीं है
  - (2) के ठीक दो हल हैं
  - (3) के अनन्त हल हैं
  - (4) का केवल एक हल है
19. माना M कोई  $3 \times 3$  आव्यूह है जिसके अवयव समुच्चय  $\{0, 1, 2\}$  से लिये गए हैं। इस तरह के आव्यूहों की अधिकतम संख्या, जिनके लिए  $M^T M$  के विकर्ण के अवयवों का योग 7 है, है \_\_\_\_\_।
20. माना  $P = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -2 \\ 2 & 0 & \alpha \\ 3 & -5 & 0 \end{bmatrix}$  है, जबकि  $\alpha \in \mathbb{R}$  है। माना  $Q = [q_{ij}]$  एक आव्यूह है, जिसके लिए  $PQ = kI_3$ , किसी शून्येतर,  $k \in \mathbb{R}$  के लिए, है। यदि  $q_{23} = -\frac{k}{8}$  तथा  $|Q| = \frac{k^2}{2}$  है, तो  $\alpha^2 + k^2$  बराबर है \_\_\_\_\_।
21. माना A एक  $3 \times 3$  आव्यूह है तथा  $\det(A) = 4$  है। माना  $R_i$ , आव्यूह A की  $i$ वीं पंक्ति को दर्शाता है। यदि  $2A$  पर संक्रिया  $R_2 \rightarrow 2R_2 + 5R_3$  के प्रयोग से आव्यूह B प्राप्त होता है, तो  $\det(B)$  बराबर है :
- (1) 16      (2) 80      (3) 128      (4) 64
22. यदि आव्यूह,  $A = \begin{bmatrix} 1 & -\alpha \\ \alpha & \beta \end{bmatrix}$  के लिए  $AA^T = I_2$ , है, तो  $\alpha^4 + \beta^4$  का मान है :
- (1) 4      (2) 2      (3) 3      (4) 1

23. माना  $A = \begin{bmatrix} x & y & z \\ y & z & x \\ z & x & y \end{bmatrix}$  है, जहाँ x, y तथा z वास्तविक संख्याएँ हैं, जिनके लिए  $x + y + z > 0$  तथा  $xyz = 2$  है। यदि  $A^2 = I_3$  है, तो  $x^3 + y^3 + z^3$  का मान है \_\_\_\_\_।
24. यदि  $A = \begin{bmatrix} 0 & -\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) & 0 \end{bmatrix}$  तथा  $(I_2 + A)(I_2 - A)^{-1} = \begin{bmatrix} a & -b \\ b & a \end{bmatrix}$ , हैं, तो  $13(a^2 + b^2)$  बराबर है \_\_\_\_\_।
25. यदि किसी वास्तविक संख्याओं  $\alpha$  तथा  $\beta$  के लिए आव्यूह  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ , समीकरण  $A^{20} + \alpha A^{19} + \beta A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  को सन्तुष्ट करता है, तो  $\beta - \alpha$  बराबर है \_\_\_\_\_।
26. माना A एक 2 कोटि का सममित आव्यूह है, जिसके अवयव पूर्णांक हैं। यदि  $A^2$  के विकर्ण के अवयवों का योगफल 1 है, तो ऐसे आव्यूहों की संभावित संख्या है:
- (1) 4      (2) 1      (3) 6      (4) 12
27. माना  $2 \times 1$  के दो आव्यूह  $A = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$  तथा  $B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$  हैं जिनके अवयव वास्तविक हैं तथा  $A = XB$  है, जहाँ  $X = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & k \end{bmatrix}$  और  $k \in \mathbb{R}$  है। यदि  $a_1^2 + a_2^2 = \frac{2}{3}(b_1^2 + b_2^2)$  तथा  $(k^2 + 1)b_2^2 \neq -2b_1b_2$  है, तो k का मान है \_\_\_\_\_ है।
28. मान A =  $\begin{bmatrix} i & -i \\ -i & i \end{bmatrix}$ ,  $i = \sqrt{-1}$  है। तो रैखिक समीकरण निकाय  $A^8 \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 64 \end{bmatrix}$ :
- (1) का अद्वितीय हल है      (2) के अनंत हल है
  - (3) का कोई हल नहीं है      (4) के मात्र दो हल हैं

29.  $3 \times 3$  के आव्यूहों A, जिनके अवयव समुच्चय  $\{0, 1, 2, 3\}$  में से हैं तथा  $AA^T$  के विकर्ण के सभी अवयवों का योगफल 9 है, की कुल संख्या है \_\_\_\_\_।
30. यदि x, y, z समान्तर श्रेढ़ी में हैं जिसका सार्वअन्तर

$d, (x \neq 3d)$  है और आव्यूह  $\begin{bmatrix} 3 & 4\sqrt{2} & x \\ 4 & 5\sqrt{2} & y \\ 5 & k & z \end{bmatrix}$  का

सारणिक शून्य है, तो  $k^2$  का मान है:

- (1) 72      (2) 12      (3) 36      (4) 6

31. माना  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  तथा  $B = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ , जिनके लिए  $AB = B$  तथा  $a + d = 2021$  हैं, तो  $ad - bc$  का मान बराबर है \_\_\_\_\_।

32. यदि  $A = \begin{pmatrix} 0 & \sin \alpha \\ \sin \alpha & 0 \end{pmatrix}$  तथा  $\det(A^2 - \frac{1}{2}I) = 0$ , है, तो  $\alpha$  का एक संभव मान है :

- (1)  $\frac{\pi}{2}$       (2)  $\frac{\pi}{3}$       (3)  $\frac{\pi}{4}$       (4)  $\frac{\pi}{6}$

33. यदि  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$  है, तो

$\det(A^4) + \det(A^{10} - (\text{Adj}(2A))^{10})$  का मान बराबर है \_\_\_\_\_

34. माना  $A + 2B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 6 & -3 & 3 \\ -5 & 3 & 1 \end{bmatrix}$   
तथा  $2A - B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 2 & -1 & 6 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$  हैं। यदि  $\text{Tr}(A)$ ,

आव्यूह A, के विकर्ण के सभी अवयवों के योगफल को दर्शाता है, तो  $\text{Tr}(A) - \text{Tr}(B)$  का मान बराबर है :

- (1) 1      (2) 2      (3) 0      (4) 3

35. माना I, कोटि  $2 \times 2$  का तत्समक आव्यूह है तथा  $P = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$  है। तो  $n \in \mathbb{N}$  का वह मान, जिसके लिए  $P^n = 5I - 8P$  है, बराबर है \_\_\_\_\_.

## VECTORS

1. माना  $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$  तथा  $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j}$  है। यदि एक सदिश  $\vec{c}$  के लिए  $\vec{a} \cdot \vec{c} = |\vec{c}|, |\vec{c} - \vec{a}| = 2\sqrt{2}$  है तथा  $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$  का मान है :

- (1)  $\frac{2}{3}$       (2) 4      (3) 3      (4)  $\frac{3}{2}$

2. माना बराबर परिमाण के तीन सदिश  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  परस्पर लंबवत हैं तथा सदिश  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$  के साथ एक समान कोण  $\theta$  बनाते हैं, तो  $36 \cos^2 2\theta$  बराबर है \_\_\_\_\_।

3. एक त्रिभुज ABC में, यदि  $|\overrightarrow{BC}| = 3, |\overrightarrow{CA}| = 5$  तथा  $|\overrightarrow{BA}| = 7$  हैं, तो सदिश  $\overrightarrow{BA}$  का  $\overrightarrow{BC}$  का प्रक्षेप बराबर है:

- (1)  $\frac{19}{2}$       (2)  $\frac{13}{2}$       (3)  $\frac{11}{2}$       (4)  $\frac{15}{2}$

4.  $p > 0$  के लिए, सदिश  $\vec{v}_1 = \sqrt{3}p\hat{i} + \hat{j}$  को केन्द्रबिन्दु के गिर्द वामावर्त दिशा में कोण  $\theta$  से आवर्तित करने पर सदिश  $\vec{v}_2 = 2\hat{i} + (p+1)\hat{j}$  प्राप्त होता है। यदि  $\tan \theta = \frac{(\alpha\sqrt{3}-2)}{(4\sqrt{3}+3)}$  है, तो  $\alpha$  का मान बराबर है \_\_\_\_\_।

5. माना एक सदिश  $\vec{a}$ , सदिशों  $\vec{b} = 2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$  तथा  $\vec{c} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$  के सहतलीय हैं। यदि  $\vec{a}$ , सदिश  $\vec{d} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 6\hat{k}$  पर लम्बवत है और  $|\vec{a}| = \sqrt{10}$  है, तो  $[\vec{a} \quad \vec{b} \quad \vec{c}] + [\vec{a} \quad \vec{b} \quad \vec{d}] + [\vec{a} \quad \vec{c} \quad \vec{d}]$  का एक संभावित मान है –

- (1) -42      (2) -40      (3) -29      (4) -38

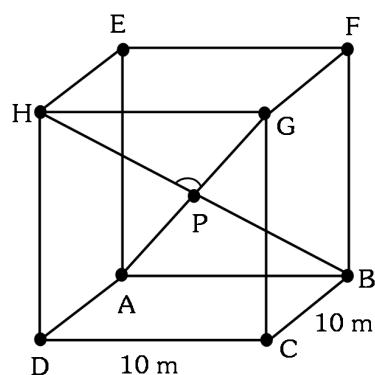
6. माना तीन सदिश  $\vec{a}, \vec{b}$  तथा  $\vec{c}$ ,  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c}, \vec{b} \times \vec{c} = \vec{a}$  तथा  $|\vec{a}| = 2$  को संतुष्ट करते हैं। तो निम्न में से कौन सा कथन **असत्य** है ?
- $\vec{a} \times ((\vec{b} + \vec{c}) \times (\vec{b} - \vec{c})) = \vec{0}$
  - $(\vec{b} \times \vec{c})$  पर  $\vec{a}$  का प्रक्षेप 2 है।
  - $[\vec{a} \quad \vec{b} \quad \vec{c}] + [\vec{c} \quad \vec{a} \quad \vec{b}] = 8$
  - $|3\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c}|^2 = 51$
7. माना
- $$(2+a+b)\hat{i} + (a+2b+c)\hat{j} - (b+c)\hat{k},$$
- $$(1+b)\hat{i} + 2\hat{b} - b\hat{k}$$
- तथा
- $(2+b)\hat{i} + 2\hat{b} + (1-b)\hat{k}$
- ,
- $a, b, c \in \mathbb{R}$
- 
- सहतलीय सदिश हैं। तो निम्न में से कौन-सा कथन
- सही**
- है ?
- $2b = a + c$
  - $3c = a + b$
  - $a = b + 2c$
  - $2a = b + c$
8. माना  $\vec{p} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$  तथा  $\vec{q} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$  दो सदिश हैं। यदि सदिश  $\vec{r} = (\alpha\hat{i} + \beta\hat{j} + \gamma\hat{k})$ , दोनों सदिशों  $(\vec{p} + \vec{q})$  तथा  $(\vec{p} - \vec{q})$  के लम्बवत हैं तथा  $|\vec{r}| = \sqrt{3}$  है, तो  $|\alpha| + |\beta| + |\gamma|$  बराबर है \_\_\_\_\_।
9. माना  $a, b$  तथा  $c$  तीन भिन्न धनात्मक संख्याएँ हैं। यदि सदिश  $a\hat{i} + a\hat{j} + c\hat{k}, \hat{i} + \hat{k}$  तथा  $c\hat{i} + c\hat{j} + b\hat{k}$  समतलीय हैं, तो  $c$  बराबर है :
- $\frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$
  - $\frac{a+b}{2}$
  - $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$
  - $\sqrt{ab}$
10. यदि  $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 5$  तथा  $|\vec{a} \times \vec{b}| = 8$  है, तो  $|\vec{a} \cdot \vec{b}|$  बराबर है :
- 6
  - 4
  - 3
  - 5

11. यदि  $(\vec{a} + 3\vec{b}), (7\vec{a} - 5\vec{b})$  के लंबवत हैं तथा  $(\vec{a} - 4\vec{b}), (7\vec{a} - 2\vec{b})$  के लंबवत हैं, तो  $\vec{a}$  तथा  $\vec{b}$  के बीच का कोण (डिग्री में) है \_\_\_\_\_।
12. माना  $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$  तथा  $\vec{b} = -\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$  हैं। तो सदिश गुणनफल  $(\vec{a} + \vec{b}) \times ((\vec{a} - \vec{b}) \times \vec{b})$  बराबर है:
- $5(34\hat{i} - 5\hat{j} + 3\hat{k})$
  - $7(34\hat{i} - 5\hat{j} + 3\hat{k})$
  - $7(30\hat{i} - 5\hat{j} + 7\hat{k})$
  - $5(30\hat{i} - 5\hat{j} + 7\hat{k})$
13. माना  $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}, \vec{b}$  तथा  $\vec{c} = \hat{j} - \hat{k}$  तीन सदिश हैं जिनके लिए  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c}$  तथा  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$  है। यदि सदिश  $\vec{b}$  के, सदिश  $\vec{a} \times \vec{c}$  पर प्रक्षेप सदिश की लंबाई  $l$  है, तो  $3l^2$  का मान बराबर है \_\_\_\_\_।
14. माना तीन सदिशों  $\vec{a}, \vec{b}$  तथा  $\vec{c}$  के लिए  $\vec{a} = \vec{b} \times (\vec{b} \times \vec{c})$  है। यदि सदिशों  $\vec{a}, \vec{b}$  तथा  $\vec{c}$  के बीच का कोण  $\theta \left(0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$  है, तो  $1 + \tan \theta$  का मान बराबर है :
- $\sqrt{3} + 1$
  - 2
  - 1
  - $\frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3}}$
15. माना  $\vec{a} = \hat{i} - \alpha\hat{j} + \beta\hat{k}, \vec{b} = 3\hat{i} + \beta\hat{j} - \alpha\hat{k}$  तथा  $\vec{c} = -\alpha\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$  हैं, जहाँ  $\alpha$  तथा  $\beta$  पूर्णांक हैं। यदि  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$  तथा  $\vec{b} \cdot \vec{c} = 10$  हैं, तो  $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$  बराबर है \_\_\_\_\_।

16. माना  $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$  तथा  $\vec{b} = \hat{j} - \hat{k}$  है। यदि एक सदिश  $\vec{c}$  इस प्रकार है कि  $\vec{a} \times \vec{c} = \vec{b}$  तथा  $\vec{a} \cdot \vec{c} = 3$  हैं, तो  $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$  बराबर है :

(1) -2      (2) -6      (3) 6      (4) 2

17. एक हाल के वर्गाकार फर्श की विमा  $10m \times 10m$  है तथा इसकी दीवारें ऊर्ध्वाधर (चित्र देखिए)। यदि इसके विकर्ण AG तथा BH के बीच न्यून कोण  $GPH = \cos^{-1} \frac{1}{5}$  है, तो हाल की ऊँचाई (मीटर में) है :



(1) 5      (2)  $2\sqrt{10}$       (3)  $5\sqrt{3}$       (4)  $5\sqrt{2}$

18. यदि दो सदिशों  $2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$  तथा  $-\lambda\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$  के योग पर सदिश  $\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$  का प्रक्षेप 1 है, तो  $\lambda$  बराबर है \_\_\_\_\_.

19. माना तीन सदिशों  $\vec{a} = \hat{i} + 5\hat{j} + \alpha\hat{k}$ ,  $\vec{b} = \hat{i} + 3\hat{j} + \beta\hat{k}$  तथा  $\vec{c} = -\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$  के लिए  $|\vec{b} \times \vec{c}| = 5\sqrt{3}$  है तथा सदिश  $\vec{a}$ , सदिश  $\vec{b}$  के लम्बवत् हैं। तो  $|\vec{a}|^2$  के मानों में अधिकतम मान है \_\_\_\_\_।

20. समतलों  $\vec{r} \cdot (\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) = 1$  तथा  $\vec{r} \cdot (2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}) + 4 = 0$  की प्रतिच्छेदन रेखा से होकर जाने वाले तथा x-अक्ष के समांतर समतल का समीकरण है :

(1)  $\vec{r} \cdot (\hat{j} - 3\hat{k}) + 6 = 0$       (2)  $\vec{r} \cdot (\hat{i} + 3\hat{k}) + 6 = 0$   
 (3)  $\vec{r} \cdot (\hat{i} - 3\hat{k}) + 6 = 0$       (4)  $\vec{r} \cdot (\hat{j} - 3\hat{k}) - 6 = 0$

21. माना  $\vec{a}$  तथा  $\vec{b}$  दो सदिश हैं जिनमें लिए

$|2\vec{a} + 3\vec{b}| = |3\vec{a} + \vec{b}|$  है और  $\vec{a}$  तथा  $\vec{b}$  के बीच का कोण

$60^\circ$  है। यदि  $\frac{1}{8}\vec{a}$  एक इकाई सदिश है, तो  $|\vec{b}|$  बराबर है:

(1) 4      (2) 6      (3) 5      (4) 8

22. माना तीन सदिश  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  परस्पर लंबवत् हैं तथा इनके परिमाण बराबर हैं।

यदि एक सदिश  $\vec{r}$ ,

$\vec{a} \times \{(\vec{r} - \vec{b}) \times \vec{a}\} + \vec{b} \times \{(\vec{r} - \vec{c}) \times \vec{b}\} + \vec{c} \times \{(\vec{r} - \vec{a}) \times \vec{c}\} = \vec{0}$ ,

को संतुष्ट करता है, तो  $\vec{r}$  बराबर है :

(1)  $\frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$       (2)  $\frac{1}{3}(2\vec{a} + \vec{b} - \vec{c})$

(3)  $\frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$       (4)  $\frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c})$

23. माना  $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$  तथा  $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$  हैं। माना  $\vec{a}$  तथा  $\vec{b}$  को रखने वाले समतल में एक सदिश  $\vec{v}$  है। यदि  $\vec{v}$ , सदिश  $3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$  के अभिलम्ब है तथा  $\vec{a}$  पर उसका प्रक्षेप 19 इकाई है, तब  $|2\vec{v}|^2$  बराबर है \_\_\_\_\_।

24. समतलों  $\vec{r} \cdot (\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) = 1$  तथा  $\vec{r} \cdot (\hat{i} - 2\hat{j}) = -2$  के प्रतिच्छेदन से तथा बिन्दु (1, 0, 2) से होकर जाने वाले समतल का सदिश समीकरण है :

(1)  $\vec{r} \cdot (\hat{i} + 7\hat{j} + 3\hat{k}) = \frac{7}{3}$       (2)  $\vec{r} \cdot (3\hat{i} + 7\hat{j} + 3\hat{k}) = 7$

(3)  $\vec{r} \cdot (\hat{i} + 7\hat{j} + 3\hat{k}) = 7$       (4)  $\vec{r} \cdot (\hat{i} - 7\hat{j} + 3\hat{k}) = \frac{7}{3}$

25. माना तीन सदिश  $\vec{a}, \vec{b}$  तथा  $\vec{c}$  इस प्रकार हैं कि  $\vec{c}$ , सदिशों  $\vec{a}$  तथा  $\vec{b}$  के समतल में है,  $\vec{a} \cdot \vec{c} = 7$  है तथा  $\vec{b}$ , सदिश  $\vec{c}$  के लम्बवत् है, जबकि  $\vec{a} = -\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$  तथा  $\vec{b} = 2\hat{i} + \hat{k}$  हैं, तो  $2|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|^2$  बराबर है \_\_\_\_\_।

26. माना तीन सदिश  $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ ,  $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j}$  तथा  $\vec{c} = \hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$  दिए गए हैं। यदि  $\vec{r}$  एक सदिश है, जिसके लिए  $\vec{r} \times \vec{a} = \vec{c} \times \vec{a}$  तथा  $\vec{r} \cdot \vec{b} = 0$ , हैं, तो  $\vec{r} \cdot \vec{a}$  बराबर है \_\_\_\_\_।
27. माना  $\vec{a} = \hat{i} + \alpha\hat{j} + 3\hat{k}$  तथा  $\vec{b} = 3\hat{i} - \alpha\hat{j} + \hat{k}$  हैं। यदि समान्तर चर्तुभुज, जिसकी संलग्न भुजायें  $\vec{a}$  तथा  $\vec{b}$  हैं, का क्षेत्रफल  $8\sqrt{3}$  वर्ग इकाई है, तो  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  बराबर है \_\_\_\_\_।
28. यदि दो सदिश  $\vec{a}_1 = x\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$  तथा  $\vec{a}_2 = \hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$  संरेख हैं, तो सदिश  $x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$  के समान्तर एक सम्भव इकाई सदिश है
- $\frac{1}{\sqrt{2}}(-\hat{j} + \hat{k})$
  - $\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{i} - \hat{j})$
  - $\frac{1}{\sqrt{3}}(\hat{i} + \hat{j} - \hat{k})$
  - $\frac{1}{\sqrt{3}}(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$
29. यदि  $\vec{a}$  तथा  $\vec{b}$  लंबवत हैं, तो  $\vec{a} \times (\vec{a} \times (\vec{a} \times (\vec{a} \times \vec{b})))$  बराबर है:
- $\vec{0}$
  - $\frac{1}{2}|\vec{a}|^4 \vec{b}$
  - $\vec{a} \times \vec{b}$
  - $|\vec{a}|^4 \vec{b}$
30. माना  $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$  तथा  $\vec{b} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}$  है। यदि  $\vec{r} \times \vec{a} = \vec{b} \times \vec{r}$ ,  $\vec{r} \cdot (\alpha\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) = 3$  तथा  $\vec{r} \cdot (2\hat{i} + 5\hat{j} - \alpha\hat{k}) = -1$ ,  $\alpha \in \mathbb{R}$  है, तो  $\alpha + |\vec{r}|^2$  का मान बराबर है :
- 9
  - 15
  - 13
  - 11
31. माना सदिशों  $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$  तथा  $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$  के लम्बवत एक सदिश  $\vec{c}$  है। यदि  $\vec{c} \cdot (\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}) = 8$  है, तो  $\vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$  का मान बराबर है \_\_\_\_\_।
32. माना मूल बिंदु के सापेक्ष सदिश  $\sqrt{3}\hat{i} + \hat{j}$  को प्रथम चतुर्थांश में वामावर्त दिशा में  $45^\circ$  के कोण तक घुमाने पर सदिश  $\alpha\hat{i} + \beta\hat{j}$  प्राप्त होता है। तो शीर्ष ( $\alpha, \beta$ ), (0,  $\beta$ ) तथा (0, 0) के त्रिभुज का क्षेत्रफल बराबर है :
- $\frac{1}{2}$
  - 1
  - $\frac{1}{\sqrt{2}}$
  - $2\sqrt{2}$
33. माना O मूलबिंदु है। माना  $\overrightarrow{OP} = x\hat{i} + y\hat{j} - \hat{k}$  तथा  $\overrightarrow{OQ} = -\hat{i} + 2\hat{j} + 3x\hat{k}$ ,  $x, y \in \mathbb{R}$ ,  $x > 0$  है, जिनके लिए  $|\vec{PQ}| = \sqrt{20}$  है तथा सदिश  $\overrightarrow{OP}$ , सदिश  $\overrightarrow{OQ}$  के लम्बवत है। यदि  $\overrightarrow{OR} = 3\hat{i} + z\hat{j} - 7\hat{k}$ ,  $z \in \mathbb{R}$ , सदिशों  $\overrightarrow{OP}$  तथा  $\overrightarrow{OQ}$  के सहतलीय हैं, तो  $x^2 + y^2 + z^2$  का मान बराबर है:
- 7
  - 9
  - 2
  - 1
34. माना सदिशों  $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$  तथा  $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$  के समतल में एक सदिश  $\vec{x}$  है। यदि सदिश  $\vec{x}$ , सदिश  $(3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k})$  के लम्बवत है तथा इसका  $\vec{a}$  पर प्रक्षेप  $17\sqrt{6}$  है, तो  $|\vec{x}|^2$  का मान बराबर है \_\_\_\_\_।
35. माना  $\vec{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$  तथा  $\vec{b} = 7\hat{i} + \hat{j} - 6\hat{k}$  है। यदि  $\vec{r} \times \vec{a} = \vec{r} \times \vec{b}$ ,  $\vec{r} \cdot (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) = -3$  है, तो  $\vec{r} \cdot (2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k})$  बराबर है :
- 12
  - 8
  - 13
  - 10
36. यदि  $\vec{a} = \alpha\hat{i} + \beta\hat{j} + 3\hat{k}$ ,  $\vec{b} = -\beta\hat{i} - \alpha\hat{j} - \hat{k}$  तथा  $\vec{c} = \hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}$  है, जिनके लिए  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$  तथा  $\vec{b} \cdot \vec{c} = -3$  हैं, तो  $\frac{1}{3}((\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c})$  बराबर है \_\_\_\_\_.
37. एक आयताकार कार्टीय प्रणाली के सापेक्ष एक सदिश  $\vec{a}$  के घटक  $3p$  तथा  $1$  हैं। इस प्रणाली को मूलबिंदु के सापेक्ष वामावर्त दिशा में किसी कोण तक घुमाया जाता है। यदि नई प्रणाली के सापेक्ष  $\vec{a}$  के घटक  $p+1$  तथा  $\sqrt{10}$  हैं, तो  $p$  का एक मान बराबर है :
- 1
  - $-\frac{5}{4}$
  - $\frac{4}{5}$
  - 1

38. एक त्रिभुज ABC, में यदि  $|\overrightarrow{BC}|=8$ ,  $|\overrightarrow{CA}|=7$ ,  $|\overrightarrow{AB}|=10$  हैं, तो सदिश  $\overrightarrow{AB}$  का सदिश  $\overrightarrow{AC}$  पर प्रक्षेप बराबर है :
- (1)  $\frac{25}{4}$       (2)  $\frac{85}{14}$       (3)  $\frac{127}{20}$       (4)  $\frac{115}{16}$
39. माना  $\vec{a}$  तथा  $\vec{b}$  दो शून्येतर सदिश हैं जो एक दूसरे के लंबवत् हैं तथा  $|\vec{a}|=|\vec{b}|$  है। यदि  $|\vec{a} \times \vec{b}|=|\vec{a}|$  है, तो सदिशों  $(\vec{a}+\vec{b}+(\vec{a} \times \vec{b}))$  तथा  $\vec{a}$  के बीच का कोण बराबर है :
- (1)  $\sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$       (2)  $\cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$   
 (3)  $\cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$       (4)  $\sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{6}}\right)$
40. माना समतल  $\vec{r} \cdot (2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) - b = 0$  के सापेक्ष बिन्दु  $(1, 3, a)$  का दर्पण प्रतिबिम्ब  $(-3, 5, 2)$  है। तो  $|a+b|$  का मान बराबर है \_\_\_\_\_.

**3D**

1. माना समतल P बिंदुओं  $(1, 0, 1), (1, -2, 1)$  तथा  $(0, 1, -2)$  से होकर जाता है। माना एक सदिश  $\vec{a} = \alpha\hat{i} + \beta\hat{j} + \gamma\hat{k}$ , समतल P के समांतर है, सदिश  $(\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k})$  के लम्बवत् हैं तथा  $\vec{a} \cdot (\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}) = 2$  को सन्तुष्ट करता है, तो  $(\alpha - \beta + \gamma)^2$  बराबर है \_\_\_\_\_।
2. यदि रेखाओं  $\vec{r}_1 = \alpha\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k} + \lambda(\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}), \lambda \in \mathbf{R}$ ,  $\alpha > 0$  तथा  $\vec{r}_2 = -4\hat{i} - \hat{k} + \mu(3\hat{i} - 2\hat{j} - 2\hat{k}), \mu \in \mathbf{R}$  के मध्य न्यूनतम दूरी 9 है, तो  $\alpha$  बराबर है \_\_\_\_\_।
3. रेखाएँ  $x = ay - 1 = z - 2$  तथा  $x = 3y - 2 = bz - 2$ ,  $(ab \neq 0)$  समतलीय हैं, यदि :
- (1)  $b = 1, a \in \mathbf{R} - \{0\}$       (2)  $a = 1, b \in \mathbf{R} - \{0\}$   
 (3)  $a = 2, b = 2$       (4)  $a = 2, b = 3$

4. माना Q, बिन्दु  $(2, 3, -1)$  का रेखा L:  $\frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{1}$  में दर्पण प्रतिबिम्ब है। माना एक समतल P बिन्दु Q से होकर जाता है तथा रेखा L, P पर लम्बवत् है। तो निम्न में से कौन सा बिन्दु समतल P पर है ?

- (1)  $(-1, 1, 2)$       (2)  $(1, 1, 1)$   
 (3)  $(1, 1, 2)$       (4)  $(1, 2, 2)$

5. माना L, समतलों  $\vec{r} \cdot (\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}) = 2$  तथा  $\vec{r} \cdot (2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) = 2$  की प्रतिच्छेदन रेखा है। यदि बिन्दु  $(1, 2, 0)$  से रेखा L पर डाले गए लम्ब का पाद  $P(\alpha, \beta, \gamma)$  है, तो  $35(\alpha + \beta + \gamma)$  का मान बराबर है –

- (1) 101      (2) 119      (3) 143      (4) 134

6. यदि सरल रेखाओं  $3(x-1) = 6(y-2) = 2(z-1)$  तथा  $4(x-2) = 2(y-\lambda) = (z-3), \lambda \in \mathbf{R}$  के बीच की न्यूनतम दूरी  $\frac{1}{\sqrt{38}}$  है, तो  $\lambda$  का पूर्णांक मान बराबर है –

- (1) 3      (2) 2      (3) 5      (4) -1

7. माना सरल रेखा  $L: \frac{x}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z}{-1}$  पर बिन्दु P  $(1, 2, -1)$  से डाले गए लम्ब का पाद N है। माना P से समतल,  $x + y + 2z = 0$  के समान्तर खींची गई एक रेखा L को बिन्दु Q पर मिलती है। यदि रेखाओं PN तथा PQ के बीच का न्यूनकोण  $\alpha$  है, तो  $\cos\alpha$  बराबर है :

- (1)  $\frac{1}{\sqrt{5}}$       (2)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       (3)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$       (4)  $\frac{1}{2\sqrt{3}}$

8. यदि रेखाएँ  $\frac{x-k}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}$  तथा  $\frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{1}$  समतलीय हैं, तो k का मान है \_\_\_\_\_।

9. माना बिंदु  $(-1, 0, -2)$  से होकर जाने वाले तथा समतलों  $2x + y - z = 2$  और  $x - y - z = 3$  पर लम्बवत् समतल का समीकरण  $ax + by + cz + 8 = 0$  है, तो  $a + b + c$  का मान बराबर है :
- (1) 3      (2) 8      (3) 5      (4) 4
10. यदि वास्तविक संख्याओं  $\alpha$  तथा  $\beta$  के लिए रैखिक समीकरण निकाय :
- $$x + y - z = 2, x + 2y + \alpha z = 1, 2x - y + z = \beta$$
- के अनंत हल हैं, तो  $\alpha + \beta$  बराबर है \_\_\_\_\_।
11. माना समतल  $P$  बिंदु  $(3, 7, -7)$  से होकर जाता है तथा रेखा  $\frac{x-2}{-3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{1}$  इसमें स्थित है। यदि समतल  $P$  की मूलबिंदु से दूरी  $d$  है, तो  $d^2$  बराबर है \_\_\_\_\_।
12. वास्तविक संख्याओं  $\alpha$  तथा  $\beta \neq 0$  के लिए, यदि सरल रेखाओं  $\frac{x-\alpha}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$  तथा  $\frac{x-4}{\beta} = \frac{y-6}{3} = \frac{z-7}{3}$ , का प्रतिच्छेदन बिंदु, समतल  $x + 2y - z = 8$  पर है, तो  $\alpha - \beta$  बराबर है :
- (1) 5      (2) 9      (3) 3      (4) 7
13. बिंदुओं  $Q(3, -4, -5)$  तथा  $R(2, -3, 1)$  को मिलाने वाली रेखा तथा समतल  $2x + y + z = 7$  के प्रतिच्छेदन बिंदु से बिंदु  $P(3, 4, 4)$  की दूरी है \_\_\_\_\_।
14. एक समतल  $P$  में रेखा
- $$x + 2y + 3z + 1 = 0 = x - y - z - 6$$
- स्थित है तथा  $P$ , समतल  $-2x + y + z + 8 = 0$  के लंबवत् है। तो निम्न में से कौन-सा बिंदु समतल  $P$  पर है :
- (1)  $(-1, 1, 2)$       (2)  $(0, 1, 1)$   
 (3)  $(1, 0, 1)$       (4)  $(2, -1, 1)$

15. माना रेखा  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-4}{2}$  का समतल  $x - 2y - z = 3$  में प्रक्षेप रेखा  $L$  है। यदि बिंदु  $(0, 0, 6)$  की  $L$  से दूरी  $d$  है, तो  $d^2$  बराबर है \_\_\_\_\_.
16. माना  $P$  एक समतल है जो बिंदु  $(1, 2, 3)$  तथा समतलों  $\vec{r} \cdot (\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}) = 16$  और  $\vec{r} \cdot (-\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) = 6$  की प्रतिच्छेदन रेखा से होकर जाता है। तो निम्न में से कौन सा बिंदु  $P$  पर स्थित नहीं है?
- (1)  $(3, 3, 2)$       (2)  $(6, -6, 2)$   
 (3)  $(4, 2, 2)$       (4)  $(-8, 8, 6)$
17. माना बिंदु  $P(7, -2, 13)$  से समतल, जिसमें रेखाएँ  $\frac{x+1}{6} = \frac{y-1}{7} = \frac{z-3}{8}$  तथा  $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-3}{7}$  स्थित हैं, पर डाले गये लंब का पाद  $Q$  है। तो  $(PQ)^2$  बराबर \_\_\_\_\_ है।
18. बिंदु  $(1, -2, 3)$  की, एक रेखा जिसके दिक् अनुपात  $2, 3, -6$  हैं, के समांतर समतल  $x - y + z = 5$  से दूरी है:
- (1) 3      (2) 5      (3) 2      (4) 1
19. मूलबिंदु से  $\sqrt{\frac{2}{21}}$  की दूरी पर एक समतल, जिसमें समतलों  $x - y - z - 1 = 0$  तथा  $2x + y - 3z + 4 = 0$  की प्रतिच्छेदन रेखा स्थित है, का समीकरण है:
- (1)  $3x - y - 5z + 2 = 0$       (2)  $3x - 4z + 3 = 0$   
 (3)  $-x + 2y + 2z - 3 = 0$       (4)  $4x - y - 5z + 2 = 0$
20. सरल रेखाओं, जिनके दिक्-कोसाइन समीकरणों  
 $2l + 2m - n = 0$  तथा  $mn + nl + lm = 0$  द्वारा दिए गए हैं, के बीच का कोण है :
- (1)  $\frac{\pi}{2}$       (2)  $\pi - \cos^{-1}\left(\frac{4}{9}\right)$   
 (3)  $\cos^{-1}\left(\frac{8}{9}\right)$       (4)  $\frac{\pi}{3}$

21. माना समतल  $2x - y + z + 3 = 0$  के सापेक्ष बिन्दु  $Q(1, 3, 4)$  का दर्पण प्रतिबिंब  $S$  है तथा माना इस समतल पर एक बिन्दु  $R(3, 5, \gamma)$  है। तो रेखा  $SR$  की लंबाई का वर्ग है \_\_\_\_\_।
22. माना समतल, जो बिन्दु  $(1, 4, -3)$  से होकर जाता है तथा जिसमें समतलों  $3x - 2y + 4z - 7 = 0$  तथा  $x + 5y - 2z + 9 = 0$ , की प्रतिच्छेदन रेखा स्थित है, का समीकरण  $\alpha x + \beta y + \gamma z + 3 = 0$ , है, तो  $\alpha + \beta + \gamma$  बराबर है :
- (1) -23      (2) -15      (3) 23      (4) 15
23. बिन्दु  $(-1, -1, 2)$  से रेखा  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{6}$  तथा समतल  $2x - y + z = 6$  के प्रतिच्छेदन बिन्दु की दूरी का वर्ग बराबर है \_\_\_\_\_.
24. बिन्दु  $(-1, 2, -2)$  की समतलों  $2x + 3y + 2z = 0$  और  $x - 2y + z = 0$  की प्रतिच्छेदन रेखा से दूरी है :
- (1)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$       (2)  $\frac{5}{2}$       (3)  $\frac{\sqrt{42}}{2}$       (4)  $\frac{\sqrt{34}}{2}$
25. माना रेखा  $\frac{x-2}{\alpha} = \frac{y-2}{-5} = \frac{z+2}{2}$ , समतल  $x + 3y - 2z + \beta = 0$  में स्थित है। तो  $(\alpha + \beta)$  बराबर है \_\_\_\_\_।
26. माना दो समतलों  $x - 2y - 2z + 1 = 0$  तथा  $2x - 3y - 6z + 1 = 0$  के न्यून कोण का समद्विभाजक समतल  $P$  है। तब इनमें से कौन सा बिन्दु  $P$  पर स्थित है ?
- (1)  $\left(3, 1, -\frac{1}{2}\right)$       (2)  $\left(-2, 0, -\frac{1}{2}\right)$   
 (3)  $(0, 2, -4)$       (4)  $(4, 0, -2)$
27. रेखा  $3y - 2z - 1 = 0 = 3x - z + 4$  की बिन्दु  $(2, -1, 6)$  से दूरी है :
- (1)  $\sqrt{26}$       (2)  $2\sqrt{5}$       (3)  $2\sqrt{6}$       (4)  $4\sqrt{2}$
28. माना  $a, b \in R$ . यदि बिन्दु  $P(a, 6, 9)$  का रेखा,  $\frac{x-3}{7} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-1}{-9}$  में दर्पण प्रतिबिम्ब  $(20, b, -a-9)$ , है, तो  $|a+b|$  बराबर है :
- (1) 88      (2) 86      (3) 84      (4) 90
29. माना  $\lambda$  एक पूर्णांक है। यदि रेखाओं  $x - \lambda = 2y - 1 = -2z$  तथा  $x = y + 2\lambda = z - \lambda$  के बीच की न्यूनतम दूरी  $\frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}$  है, तो  $|\lambda|$  बराबर है \_\_\_\_\_.
30. उस समतल, जो  $(1, 2, -3)$  से होकर जाता है तथा समतलों,  $3x + y - 2z = 5$  तथा  $2x - 5y - z = 7$  के लम्बवत् है, का समीकरण है:
- (1)  $3x - 10y - 2z + 11 = 0$   
 (2)  $6x - 5y - 2z - 2 = 0$   
 (3)  $11x + y + 17z + 38 = 0$   
 (4)  $6x - 5y + 2z + 10 = 0$
31. रेखा,  $\frac{x-3}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-5}{2}$  तथा समतल  $x + y + z = 17$  के प्रतिच्छेदन बिन्दु की बिन्दु  $(1, 1, 9)$  से दूरी है:
- (1)  $2\sqrt{19}$       (2)  $19\sqrt{2}$   
 (3) 38      (4)  $\sqrt{38}$
32. बिन्दु  $(0, 1, 2)$  से होकर जाने वाली तथा रेखा  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{-2}$  के लंबवत् रेखा का समीकरण है:
- (1)  $\frac{x}{3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-2}{3}$       (2)  $\frac{x}{3} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z-2}{3}$   
 (3)  $\frac{x}{3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-2}{-3}$       (4)  $\frac{x}{-3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-2}{3}$

33. माना दो रेखाएँ जिनकी दिक्कोज्यायें समीकरणों  $l+m-n=0$  तथा  $l^2 + m^2 - n^2 = 0$  को सन्तुष्ट करती हैं, के बीच एक कोण  $\alpha$  है। तो  $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$  का मान है :

(1)  $\frac{3}{4}$       (2)  $\frac{3}{8}$       (3)  $\frac{5}{8}$       (4)  $\frac{1}{2}$

34. एक समतल, बिंदुओं A(1, 2, 3), B(2, 3, 1) तथा C(2, 4, 2) से होकर जाता है यदि O मूल बिंदु है तथा P, बिंदु (2, -1, 1) है, तो इस समतल पर  $\overrightarrow{OP}$  के प्रक्षेप की लम्बाई है :

(1)  $\sqrt{\frac{2}{7}}$       (2)  $\sqrt{\frac{2}{3}}$       (3)  $\sqrt{\frac{2}{11}}$       (4)  $\sqrt{\frac{2}{5}}$

35. मूल बिंदु से होकर जानेवाली एक रेखा ' $l$ ', रेखाओं  $l_1 : \vec{r} = (3+t)\hat{i} + (-1+2t)\hat{j} + (4+2t)\hat{k}$   
 $l_2 : \vec{r} = (3+2s)\hat{i} + (3+2s)\hat{j} + (2+s)\hat{k}$  पर लम्बवत है। यदि ' $l_2$ ' पर प्रथम अष्टांशक में एक बिंदु (a, b, c) की ' $l$ ' तथा ' $l_1$ ' के प्रतिच्छेदन बिंदु से दूरी  $\sqrt{17}$  है, तो  $18(a+b+c)$  बराबर है \_\_\_\_\_.

36. माना समतलों  $x + 2y + z = 6$  तथा  $y + 2z = 4$  के प्रतिच्छेदन से प्राप्त रेखा L है। यदि (3, 2, 1) से रेखा L पर लम्ब का पाद बिंदु P( $\alpha, \beta, \gamma$ ) है, तो  $21(\alpha + \beta + \gamma)$  का मान बराबर है :

(1) 142      (2) 68      (3) 136      (4) 102

37. यदि समतल  $4x - 5y + 2z = 8$  के सापेक्ष बिंदु (1, 3, 5) का दर्पण प्रतिबिम्ब ( $\alpha, \beta, \gamma$ ) है, तो  $5(\alpha + \beta + \gamma)$  बराबर है :

(1) 47      (2) 43      (3) 39      (4) 41

38. तीन समतलों

$$P_1 : 3x + 15y + 21z = 9,$$

$$P_2 : x - 3y - z = 5 \text{ तथा}$$

$$P_3 : 2x + 10y + 14z = 5$$

का विचार कीजिए। तब, निम्न में से कौन सा एक सत्य है ?

(1)  $P_1$  तथा  $P_2$  समांतर है

(2)  $P_1$  तथा  $P_3$  समांतर है

(3)  $P_2$  तथा  $P_3$  समांतर है

(4)  $P_1, P_2$  तथा  $P_3$  तीनों समांतर है

39. माना बिंदु (4, -2, 2) से होकर जाने वाले एक समतल पर एक बिंदु ( $\lambda, 2, 1$ ) है। यदि यह समतल, बिंदुओं (-2, -21, 29) तथा (-1, -16, 23) को मिलाने वाली रेखा के लंबवत है, तो  $\left(\frac{\lambda}{11}\right)^2 - \frac{4\lambda}{11} - 4$  बराबर है \_\_\_\_\_।

40. यदि (1, 5, 35), (7, 5, 5), (1,  $\lambda$ , 7) तथा (2 $\lambda$ , 1, 2) समतलीय हैं, तो  $\lambda$  के सभी संभव मानों का योगफल है:

(1)  $\frac{39}{5}$       (2)  $-\frac{39}{5}$       (3)  $\frac{44}{5}$       (4)  $-\frac{44}{5}$

41. माना बिंदुओं (42, 0, 0), (0, 42, 0) तथा (0, 0, 42) से होकर जाने वाले समतल P पर (x, y, z) एक स्वेच्छ बिंदु है, तो व्यंजक  $3 + \frac{x-11}{(y-19)^2(z-12)^2} + \frac{y-19}{(x-11)^2(z-12)^2} + \frac{z-12}{(x-11)^2(y-19)^2} - \frac{x+y+z}{14(x-11)(y-19)(z-12)}$  का मान है :

(1) 0      (2) 3      (3) 39      (4) -45

42. यदि रेखा  $L_1 : \frac{x-a}{l} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-b}{4}$ ,  $l \neq 0$  पर, बिंदु (4, 3, 8) से लम्ब का पाद (3, 5, 7) है, तो रेखा  $L_1$  तथा रेखा  $L_2 : \frac{x-2}{3} = \frac{y-4}{4} = \frac{z-5}{5}$  के बीच की न्यूनतम दूरी बराबर है :

(1)  $\frac{1}{2}$       (2)  $\frac{1}{\sqrt{6}}$       (3)  $\sqrt{\frac{2}{3}}$       (4)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$

43. यदि समतल  $x + 2y - 3z + 10 = 0$  से बिंदु (1, -2, 3) की रेखा  $\frac{x-1}{3} = \frac{2-y}{m} = \frac{z+3}{1}$  के समान्तर दूरी  $\sqrt{\frac{7}{2}}$  है, तो  $|m|$  का मान बराबर है \_\_\_\_\_।



## COMPLEX NUMBER

1. यदि  $z$  तथा  $\omega$  दो सम्मिश्र संख्याएँ हैं, जिनके लिए  $|z\omega| = 1$  तथा  $\arg(z) - \arg(\omega) = \frac{3\pi}{2}$  है, तो  $\arg\left(\frac{1-2\bar{z}\omega}{1+3\bar{z}\omega}\right)$  बराबर है :
- (जहाँ  $\arg(z)$  सम्मिश्र संख्या  $z$  के मुख्य कोणांक को दर्शाता है)
- (1)  $\frac{\pi}{4}$       (2)  $-\frac{3\pi}{4}$       (3)  $-\frac{\pi}{4}$       (4)  $\frac{3\pi}{4}$
2. यदि  $\theta \in (0, \pi)$  के लिए सम्मिश्र संख्या  $(1 - \cos\theta + 2i\sin\theta)^{-1}$  का वास्तविक भाग  $\frac{1}{5}$  है, तो समाकलन  $\int_0^\theta \sin x dx$  का मान बराबर है:
- (1) 1      (2) 2      (3) -1      (4) 0
3. माना सम्मिश्र संख्या  $z$  के लिए समीकरण  $z^2 + 3\bar{z} = 0$  के मूलों की संख्या  $n$  है। तो  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{n^k}$  का मान बराबर है –
- (1) 1      (2)  $\frac{4}{3}$       (3)  $\frac{3}{2}$       (4) 2
4. यदि
- $$S = \left\{ n \in \mathbb{N} \mid \begin{pmatrix} 0 & i \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^n \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \forall a, b, c, d \in \mathbb{R} \right\},$$
- जहाँ  $i = \sqrt{-1}$  है, तो समुच्चय  $S$  में दो अंकों वाली संख्याओं की संख्या है \_\_\_\_\_।
5. एक वर्त का समीकरण  $\operatorname{Re}(z^2) + 2(\operatorname{Im}(z))^2 + 2\operatorname{Re}(z) = 0$  है, जबकि  $z = x + iy$  है, तो एक रेखा, जो इस वर्त के केन्द्र से तथा परवलय  $x^2 - 6x - y + 13 = 0$  के शीर्ष से होकर जाती है, का  $y$ -अक्ष पर अन्तःखंड है \_\_\_\_\_।

6. माना सभी सम्मिश्र संख्याओं का समुच्चय  $C$  है। माना  $S_1 = \{z \in C \mid |z - 3 - 2i|^2 = 8\}$ ,  $S_2 = \{z \in C \mid \operatorname{Re}(z) \geq 5\}$  तथा  $S_3 = \{z \in C \mid |z - \bar{z}| \geq 8\}$  है। तो  $S_1 \cap S_2 \cap S_3$  में अवयवों की संख्या बराबर है
- (1) 1      (2) 0      (3) 2      (4) अनंत
7. माना सभी सम्मिश्र संख्याओं का समुच्चय  $C$  है। माना  $S_1 = \{z \in C : |z - 2| \leq 1\}$  तथा  $S_2 = \{z \in C : z(1+i) + \bar{z}(1-i) \geq 4\}$  हैं। तो  $z \in S_1 \cap S_2$  के लिए,  $\left|z - \frac{5}{2}\right|^2$  का अधिकतम मान बराबर है :
- (1)  $\frac{3+2\sqrt{2}}{4}$       (2)  $\frac{5+2\sqrt{2}}{2}$   
 (3)  $\frac{3+2\sqrt{2}}{2}$       (4)  $\frac{5+2\sqrt{2}}{4}$
8. यदि सम्मिश्र संख्या  $z = \frac{3+2i\cos\theta}{1-3i\cos\theta}$ ,  $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  का वास्तविक भाग शून्य है, तो  $\sin^2\theta + \cos^2\theta$  का मान बराबर है \_\_\_\_\_।
9. समीकरण  $\operatorname{arg}\left(\frac{z-1}{z+1}\right) = \frac{\pi}{4}$  एक वर्त को निरूपित करता है जिसका :
- (1) केन्द्र  $(0, -1)$  है तथा त्रिज्या  $\sqrt{2}$  है।  
 (2) केन्द्र  $(0, 1)$  है तथा त्रिज्या  $\sqrt{2}$  है।  
 (3) केन्द्र  $(0, 0)$  है तथा त्रिज्या  $\sqrt{2}$  है।  
 (4) केन्द्र  $(0, 1)$  है तथा त्रिज्या 2 है।
10. माना  $z = \frac{1-i\sqrt{3}}{2}$ ,  $i = \sqrt{-1}$  है। तो  $21 + \left(z + \frac{1}{z}\right)^3 + \left(z^2 + \frac{1}{z^2}\right)^3 + \left(z^3 + \frac{1}{z^3}\right)^3 + \dots + \left(z^{21} + \frac{1}{z^{21}}\right)^3$  का मान बराबर है \_\_\_\_\_।

11. यदि  $(\sqrt{3} + i)^{100} = 2^{99}(p + iq)$ , है, तो p तथा q किस समीकरण के मूल हैं –
- $x^2 - (\sqrt{3} - 1)x - \sqrt{3} = 0$
  - $x^2 + (\sqrt{3} + 1)x + \sqrt{3} = 0$
  - $x^2 + (\sqrt{3} - 1)x - \sqrt{3} = 0$
  - $x^2 - (\sqrt{3} + 1)x + \sqrt{3} = 0$
12. निम्नतम धनात्मक पूर्णांक n जिसके लिए  $\frac{(2i)^n}{(1-i)^{n-2}}, i = \sqrt{-1}$  एक धनात्मक पूर्णांक है, है \_\_\_\_\_.
13. यदि  $S = \left\{ z \in \mathbb{C} : \frac{z-i}{z+2i} \in \mathbb{R} \right\}$  है, तो
- S में ठीक दो अवयव हैं
  - S में केवल एक अवयव है
  - S, समीश्र समतल में, एक वर्त है
  - S, समीश्र समतल में, एक सरल रेखा है
14. माना  $z_1$  तथा  $z_2$  दो समीश्र संख्याएँ इस प्रकार हैं कि  $\arg(z_1 - z_2) = \frac{\pi}{4}$  है तथा  $z_1, z_2$  समीकरण  $|z - 3| = \operatorname{Re}(z)$  को सन्तुष्ट करते हैं। तो  $z_1 + z_2$  का काल्पनिक भाग है \_\_\_\_\_।
15. एक बिंदु z समीश्र समतल में इस प्रकार चलायमान है कि  $\arg\left(\frac{z-2}{z+2}\right) = \frac{\pi}{4}$  है, तो  $|z - 9\sqrt{2} - 2i|^2$  का न्यूनतम मान बराबर है \_\_\_\_\_.
16. माना z एक समीश्र संख्या है, जिसके लिए  $\frac{z-i}{z-1}$  पूर्ण रूप से काल्पनिक है, तो  $|z - (3 + 3i)|$  का निम्नतम मान है :
- $2\sqrt{2} - 1$
  - $3\sqrt{2}$
  - $6\sqrt{2}$
  - $2\sqrt{2}$

17. यदि  $|z - 2 - 2i| \leq 1$  को सन्तुष्ट करने वाली समीश्र संख्याओं z के लिए  $|3iz + 6|$  का उच्चतम मान a + ib पर प्राप्त होता है, तब a + b के बराबर है \_\_\_\_\_।
18. माना  $i = \sqrt{-1}$  है यदि  $\frac{(-1 + i\sqrt{3})^{21}}{(1-i)^{24}} + \frac{(1 + i\sqrt{3})^{21}}{(1+i)^{24}} = k$  है, तथा n =  $\lfloor |k| \rfloor$ ,  $|k|$  का महत्तम पूर्णांक भाग है, तो  $\sum_{j=0}^{n+5} (j+5)^2 - \sum_{j=0}^{n+5} (j+5)$  बराबर है \_\_\_\_\_।
19. यदि  $\alpha$  के न्यूनतम तथा अधिकतम वास्तविक मान, जिनके लिए समीकरण  $z + \alpha|z - 1| + 2i = 0$  ( $z \in \mathbb{C}$  तथा  $i = \sqrt{-1}$ ) का हल है, क्रमशः p तथा q हैं, तो  $4(p^2 + q^2)$  बराबर है \_\_\_\_\_।
20. माना रेखाएँ  $(2 - i)z = (2 + i)\bar{z}$  तथा  $(2 + i)z + (i - 2)\bar{z} - 4i = 0$ , ( $\text{यहाँ } i^2 = -1$ ) एक वर्त C पर अभिलम्ब हैं। यदि रेखा  $iz + \bar{z} + 1 + i = 0$ , वर्त C की स्पर्श रेखा है, तो इसकी त्रिज्या है :
- $\frac{3}{\sqrt{2}}$
  - $\frac{1}{2\sqrt{2}}$
  - $3\sqrt{2}$
  - $\frac{3}{2\sqrt{2}}$
21. माना z वह सभी समीश्र संख्याएँ हैं, जो  $|z + 5| \leq 4$  तथा  $z(1+i) + \bar{z}(1-i) \geq -10, i = \sqrt{-1}$  को सन्तुष्ट करती हैं। यदि  $|z + 1|^2$  का अधिकतम मान  $\alpha + \beta\sqrt{2}$  है, तो  $(\alpha + \beta)$  का मान है \_\_\_\_\_.
22. समीकरण  $x^3 - 2x^2 + 2x - 1 = 0$  के मूलों की 162 वीं घातों का योगफल है \_\_\_\_\_।
23.  $|z|$ , जहाँ z एक समीश्र संख्या है, का न्यूनतम मान, जो असमिका  $\exp\left(\frac{(|z|+3)(|z|-1)}{|z|+1} \log_e 2\right) \geq \log_{\sqrt{2}}|5\sqrt{7} + 9i|$ ,  $i = \sqrt{-1}$  को सन्तुष्ट करता है, है :
- 3
  - $\sqrt{5}$
  - 2
  - 8

24. माना एक सम्मिश्र संख्या  $z$ ,  $|z| \neq 1$ ,  $\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} \left( \frac{|z|+11}{(|z|-1)^2} \right) \leq 2$  को सन्तुष्ट करती है। तो  $|z|$  का अधिकतम मान बराबर है :

(1) 8      (2) 7      (3) 6      (4) 5

25. माना  $P = \begin{bmatrix} -30 & 20 & 56 \\ 90 & 140 & 112 \\ 120 & 60 & 14 \end{bmatrix}$  तथा  $A = \begin{bmatrix} 2 & 7 & \omega^2 \\ -1 & -\omega & 1 \\ 0 & -\omega & -\omega + 1 \end{bmatrix}$  है, जहाँ  $\omega = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$  है तथा 3 कोटि का तत्समक आव्यूह  $I_3$  है। यदि आव्यूह  $(P^{-1}AP - I_3)^2$  का सारणिक  $\alpha\omega^2$  है, तो  $\alpha$  का मान बराबर है \_\_\_\_\_।

26. माना दो सम्मिश्र संख्याओं  $z$  तथा  $w$  के लिए  $w = z\bar{z} - 2z + 2$ ,  $\left| \frac{z+i}{z-3i} \right| = 1$  है तथा  $\operatorname{Re}(w)$  का मान निम्नतम है। तो  $n \in \mathbb{N}$  का निम्नतम मान, जिसके लिए  $w^n$  वास्तविक है, बराबर है \_\_\_\_\_।

27. माना तीन समुच्चय  $S_1$ ,  $S_2$  तथा  $S_3$  निम्न द्वारा दिए गए हैं :

$S_1 = \{z \in \mathbb{C} : |z-1| \leq \sqrt{2}\}$

$S_2 = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}((1-i)z) \geq 1\}$

$S_3 = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Im}(z) \leq 1\}$

तो समुच्चय  $S_1 \cap S_2 \cap S_3$  में :

(1) केवल एक अवयव है      (2) मात्र दो अवयव हैं

(3) अपरिमितानेक अवयव हैं      (4) मात्र तीन अवयव हैं

28. शीर्षों  $A(z)$ ,  $B(iz)$  तथा  $C(z+iz)$  वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल है :

(1) 1      (2)  $\frac{1}{2}|z|^2$

(3)  $\frac{1}{2}$       (4)  $\frac{1}{2}|z+iz|^2$

29. यदि समीकरण  $a|z|^2 + \overline{\alpha}z + \alpha\bar{z} + d = 0$  एक वक्त को निरूपित करता है, जहाँ  $a, d$  वास्तविक अचर हैं, तो निम्न में से कौन सा सत्य है?

(1)  $|\alpha|^2 - ad \neq 0$

(2)  $|\alpha|^2 - ad > 0$  तथा  $a \in \mathbb{R} - \{0\}$

(3)  $|\alpha|^2 - ad \geq 0$  तथा  $a \in \mathbb{R}$

(4)  $\alpha = 0, a, d \in \mathbb{R}^+$

30. माना समीकरण  $z^2 + az + 12 = 0$  के मूल  $z_1$  तथा  $z_2$  हैं तथा मूलबिंदु के साथ  $z_1, z_2$  एक समबाहु त्रिभुज बनाते हैं। तो  $|a|$  का मान है \_\_\_\_\_।

31. माना एक सम्मिश्र संख्या  $w = 1 - \sqrt{3}i$  है। माना एक अन्य सम्मिश्र संख्या  $z$  इस प्रकार है कि  $|zw| = 1$  तथा  $\arg(z) - \arg(w) = \frac{\pi}{2}$  है। तो मूलबिंदु  $z$  तथा  $w$  शीर्षों के त्रिभुज का क्षेत्रफल है:

(1) 4      (2)  $\frac{1}{2}$       (3)  $\frac{1}{4}$       (4) 2

32. यदि  $f(x)$  तथा  $g(x)$  दो बहुपद हैं जिनके लिए बहुपद  $P(x) = f(x^3) + xg(x^3)$ ,  $x^2 + x + 1$  से विभाज्य है, तो  $P(1)$  बराबर है \_\_\_\_\_.

---

## PROBABILITY

1. शब्द EXAMINATION के सभी अक्षरों का उपयोग कर अर्थपूर्ण या अर्थहीन शब्द बनाये जाने हैं। ऐसे किसी शब्द में M अक्षर के चौथे स्थान पर होने की प्रायिकता है :

(1)  $\frac{1}{66}$       (2)  $\frac{1}{11}$       (3)  $\frac{1}{9}$       (4)  $\frac{2}{11}$

2. पूर्णांक  $a \in [-5, 30]$  चुनने की प्रायिकता, जबकि  $x^2 + 2(a+4)x - 5a + 64 > 0$ ,  $\forall x \in \mathbf{R}$  है, है :

(1)  $\frac{7}{36}$       (2)  $\frac{2}{9}$       (3)  $\frac{1}{6}$       (4)  $\frac{1}{4}$

3. माना A, B तथा C तीन घटनाएँ हैं जिनके लिए A तथा B में से ठीक एक के होने की प्रायिकता  $(1 - k)$  है, B तथा C में से ठीक एक के होने की प्रायिकता  $(1 - 2k)$  है, C तथा A में से ठीक एक के होने की प्रायिकता  $(1 - k)$  है तथा A, B और C तीनों के एक साथ होने की प्रायिकता  $k^2$  है, जबकि  $0 < k < 1$  है। तो A, B तथा C में से कम से कम एक के होने की प्रायिकता:

(1)  $\frac{1}{8}$  से बड़ी परन्तु  $\frac{1}{4}$  से छोटी है

(2)  $\frac{1}{2}$  से बड़ी है।

(3)  $\frac{1}{4}$  से बड़ी परन्तु  $\frac{1}{2}$  से छोटी है

(4) ठीक  $\frac{1}{2}$  के बराबर है

4. चार पासे एक साथ फेंके जाते हैं और उन पर आई संख्याओं से  $2 \times 2$  आव्यूह बनाए जाते हैं। ऐसे बने आव्यूहों, जिनकी सभी प्रविष्टियाँ विभिन्न हैं तथा जो व्युत्क्रमणीय भी हैं, की प्रायिकता है –

(1)  $\frac{45}{162}$     (2)  $\frac{23}{81}$     (3)  $\frac{22}{81}$     (4)  $\frac{43}{162}$

5. माना 9 भिन्न गेंदें, 4 डिब्बों B<sub>1</sub>, B<sub>2</sub>, B<sub>3</sub> तथा B<sub>4</sub> में वितरित की जाती हैं। यदि B<sub>3</sub> में ठीक 3 गेंद होने की प्रायिकता  $k\left(\frac{3}{4}\right)^9$  है, तो k निम्न में से किस समुच्चय में है ?

(1)  $\{x \in \mathbf{R} : |x - 3| < 1\}$

(2)  $\{x \in \mathbf{R} : |x - 2| \leq 1\}$

(3)  $\{x \in \mathbf{R} : |x - 1| < 1\}$

(4)  $\{x \in \mathbf{R} : |x - 5| \leq 1\}$

6. माना X एक यादचिक चर है जिसके लिए एक बंटन का प्रायिकता फलन  $P(X = 0) = \frac{1}{2}$ ,  $P(X = j) = \frac{1}{3^j}$  ( $j = 1, 2, 3, \dots, \infty$ ) द्वारा दिया गया है, तो बंटन का माध्य तथा  $P(X \text{ धनात्मक तथा सम है})$  क्रमशः हैं :

(1)  $\frac{3}{8}$  तथा  $\frac{1}{8}$     (2)  $\frac{3}{4}$  तथा  $\frac{1}{8}$

(3)  $\frac{3}{4}$  तथा  $\frac{1}{9}$     (4)  $\frac{3}{4}$  तथा  $\frac{1}{16}$

7. एक न्याय्य सिक्का n बार उछाला जाता है, जिसके लिए कम से कम एक चित आने की प्रायिकता कम से कम 0.9 है, तो n का न्यूनतम मान है \_\_\_\_\_।

8. एक यादच्छया चुनी गई 2-अंकों की संख्या के समुच्चय  $\{n \in \mathbf{N} : (2^n - 2), 3 \text{ का एक गुणज है}\}$  में होने की प्रायिकता बराबर है:

(1)  $\frac{1}{6}$     (2)  $\frac{2}{3}$     (3)  $\frac{1}{2}$     (4)  $\frac{1}{3}$

9. एक छात्र ने एक परीक्षा दी, जिसमें सत्य-असत्य प्रकार के 8 प्रश्न थे। छात्र उत्तरों के समान प्रायिकता से अनुमान लगाता है। n का वह निम्नतम मान, जिसके लिए कम से कम 'n' सही उत्तरों के अनुमान की प्रायिकता  $\frac{1}{2}$  से कम हो, है :

(1) 5    (2) 6    (3) 3    (4) 4

10. माना स्वतंत्र घटनाओं A तथा B के लिए  $P(A) = p$  तथा  $P(B) = 2p$  है। तो p का अधिकतम मान, जिसके लिए  $P(A \text{ तथा } B \text{ में से ठीक एक घटित होती है}) = \frac{5}{9}$  है :

(1)  $\frac{1}{3}$     (2)  $\frac{2}{9}$     (3)  $\frac{4}{9}$     (4)  $\frac{5}{12}$

11. एक न्याय पासे को छः प्राप्त होने तक उछाला जाता है। माना पासे को उछालने की आवश्यक संख्या  $X$  है, तो सप्रतिबंध प्रायिकता  $P(X \geq 5 | X > 2)$  है –

(1)  $\frac{125}{216}$     (2)  $\frac{11}{36}$     (3)  $\frac{5}{6}$     (4)  $\frac{25}{36}$

12. दो न्याय पासे फेंके जाते हैं। उनमें प्राप्त अंको को  $\lambda$  तथा  $\mu$  लेकर रैखिक समीकरण निकाय

$$x + y + z = 5$$

$$x + 2y + 3z = \mu$$

$$x + 3y + \lambda z = 1$$

बनाया जाता है। यदि इस निकाय का अद्वितीय हल होने की प्रायिकता  $p$  है तथा इस निकाय का कोई भी हल न होने की प्रायिकता  $q$  है, तो –

$$(1) p = \frac{1}{6} \text{ तथा } q = \frac{1}{36} \quad (2) p = \frac{5}{6} \text{ तथा } q = \frac{5}{36}$$

$$(3) p = \frac{5}{6} \text{ तथा } q = \frac{1}{36} \quad (4) p = \frac{1}{6} \text{ तथा } q = \frac{5}{36}$$

13. जब एक अभिनत पासे फेंका जाता है, तो एक विशेष फलक के प्राप्त होने की प्रायिकता  $\frac{1}{6} - x$  है तथा इसकी समुख फलक के प्राप्त होने की प्रायिकता  $\frac{1}{6} + x$  है। शेष सभी फलकों के प्राप्त होने की

$$\text{प्रायिकता } \frac{1}{6} + x \text{ है। गौर कीजिए कि किसी भी पासे}$$

$$\text{के समुख फलकों का योग } 7 \text{ होता है। यदि}$$

$$0 < x < \frac{1}{6} \text{ है तथा ऐसे दो पासे दो बार फेंकने पर}$$

$$\text{कुल योग } 7 \text{ प्राप्त करने की प्रायिकता } \frac{13}{96} \text{ है, तो } x$$

का मान है:

(1)  $\frac{1}{16}$     (2)  $\frac{1}{8}$     (3)  $\frac{1}{9}$     (4)  $\frac{1}{12}$

14. दो व्यक्तियों A तथा B में से प्रत्येक तीन न्याय सिक्के उछालता है। दोनों के लिए चित्त की संख्या बराबर आने की प्रायिकता है :

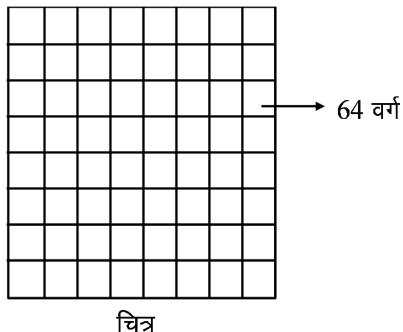
(1)  $\frac{1}{8}$     (2)  $\frac{5}{8}$     (3)  $\frac{5}{16}$     (4) 1

15. एक विद्युत उपकरण में दो इकाइयाँ होती हैं। प्रत्येक उपकरण को संचालित करने के लिये इकाई के स्वतंत्र रूप से कार्य करना चाहिए। पहली इकाई के कार्य करने की प्रायिकता 0.9 है तथा दूसरी इकाई की 0.8 है। उपकरण चालू है तथा यह काम करने में विफल रहता है। यदि केवल पहली इकाई के विफल होने तथा दूसरी इकाई के कार्य करने की प्रायिकता  $p$  है, तो  $98p$  के बराबर है \_\_\_\_\_

16. माना  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  है। तो  $S$  से  $S$  में एक यादचिक चुने गये आच्छादक फलन  $g$  के  $g(3)=2g(1)$  को संतुष्ट करने की प्रायिकता है :

(1)  $\frac{1}{10}$     (2)  $\frac{1}{15}$     (3)  $\frac{1}{5}$     (4)  $\frac{1}{30}$

17. एक शतरंज बोर्ड (चित्र में देखें) पर दो वर्ग यादच्छया चुने गये हैं। उनकी भुजा उभयनिष्ठ होने की प्रायिकता है :



(1)  $\frac{2}{7}$     (2)  $\frac{1}{18}$     (3)  $\frac{1}{7}$     (4)  $\frac{1}{9}$

18. माना एक यादच्छया चर  $X$  का बंटन निम्न है :

x	-2	-1	3	4	6
$P(X = x)$	$\frac{1}{5}$	a	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$	b

यदि  $X$  का माध्य 2.3 है तथा  $X$  का प्रसरण  $\sigma^2$  है, तब

$$100 \sigma^2 \text{बराबर है } \underline{\hspace{2cm}} |$$

19. समुच्चय  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  से दो यादच्छिक चुने गए उपसमुच्चयों के सर्वनिष्ठ में ठीक दो अवयव होने की प्रायिकता है :

$$(1) \frac{65}{2^7} \quad (2) \frac{65}{2^8} \quad (3) \frac{135}{2^9} \quad (4) \frac{35}{2^7}$$

20. एक सामान्य पासा कुछ बार उछाला जाता है। यदि दोबार विषम संख्या आने की प्रायिकता, तीन बार समसंख्या आने की प्रायिकता के बराबर है, तो एक विषम संख्या के विषम बार आने की प्रायिकता है:

$$(1) \frac{1}{32} \quad (2) \frac{5}{16} \quad (3) \frac{3}{16} \quad (4) \frac{1}{2}$$

21. माना एक प्रतिदर्श समष्टि में  $B_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) तीन स्वतंत्र घटनाएँ हैं। केवल  $B_1$  के होने की प्रायिकता  $\alpha$  है, केवल  $B_2$  के होने की प्रायिकता  $\beta$  है तथा केवल  $B_3$  के होने की प्रायिकता  $\gamma$  है। माना किसी भी घटना  $B_i$  के न होने की प्रायिकता  $p$  है, तथा ये चारों प्रायिकताएँ समीकरणों  $(\alpha - 2\beta)p = \alpha\beta$  तथा  $(\beta - 3\gamma)p = 2\beta\gamma$  को संतुष्ट करती हैं। (सभी प्रायिकताएँ अन्तराल  $(0,1)$  में हैं)। तो  $\frac{P(B_1)}{P(B_3)}$  बराबर है  $\underline{\hspace{2cm}}$ ।

22. जब एक प्रक्षेपास्त्र किसी जहाज से दागा जाता है,

तो इसके अवरुद्ध होने की प्रायिकता  $\frac{1}{3}$  है तथा

यह दिए होने पर कि यह अवरुद्ध नहीं होता, इसके निशाने पर लगने की प्रायिकता  $\frac{3}{4}$  है। यदि जहाज

से तीन प्रक्षेपास्त्र स्वतंत्र रूप से दागे जाते हैं, तो सभी तीनों के निशाने पर लगने की प्रायिकता है :

$$(1) \frac{1}{27} \quad (2) \frac{3}{4} \quad (3) \frac{1}{8} \quad (4) \frac{3}{8}$$

23. द्विघातीय समीकरण  $ax^2 + bx + c = 0$  के गुणांक  $a, b$  तथा  $c$ , एक पासे को तीन बार उछाल कर प्राप्त किए जाते हैं। इस समीकरण के मूल बराबर होने की प्रायिकता है :

$$(1) \frac{1}{72} \quad (2) \frac{5}{216} \quad (3) \frac{1}{36} \quad (4) \frac{1}{54}$$

24. 400 व्यक्तियों के एक समूह में, 160 धूम्रपान करते हैं तथा मांसाहारी हैं, 100 धूम्रपान करते हैं तथा शाकाहारी हैं और शेष 140 धूम्रपान नहीं करते तथा शाकाहारी हैं। उनको छाती के एक विशेष विकार होने का संयोग क्रमशः 35%, 20% तथा 10% है। इस समूह में से एक व्यक्ति यादच्छिक चुना जाता है तथा यह पाया जाता है कि उसमें छाती का विकार है। उस चुने व्यक्ति के धूम्रपान करने वाले तथा मांसाहारी होने की प्रायिकता है :

$$(1) \frac{7}{45} \quad (2) \frac{14}{45} \quad (3) \frac{28}{45} \quad (4) \frac{8}{45}$$

25. माना 4-अंकों की सभी धनपूर्णसंख्याओं, जिनका केवल एक अंक 7 है, का समुच्चय  $A$  है। तो  $A$  से यादच्छिक चुने गये एक अवयव को 5 से विभाजित करने पर शेषफल 2 आने की प्रायिकता है :

$$(1) \frac{2}{9} \quad (2) \frac{122}{297} \quad (3) \frac{97}{297} \quad (4) \frac{1}{5}$$

26. अंकों 3, 3, 4, 4, 4, 5, 5 के प्रयोग से एक सात अंकों की संख्या बनाई गई है। इस तरह बनाई गई संख्या के 2 से विभाजित होने की प्रायिकता है :

- (1)  $\frac{6}{7}$       (2)  $\frac{1}{7}$       (3)  $\frac{3}{7}$       (4)  $\frac{4}{7}$

27. एक निष्पक्ष सिक्के को एक निश्चित बार उछाला जाता है। यदि 7 चित आने की प्रायिकता, 9 चित आने की प्रायिकता के बराबर है, तो 2 चित आने की प्रायिकता है :

- (1)  $\frac{15}{2^{13}}$       (2)  $\frac{15}{2^{12}}$       (3)  $\frac{15}{2^8}$       (4)  $\frac{15}{2^{14}}$

28. माना A, अंकों 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 द्वारा बिना पुनरावृत्ति के बनाई गई 6 अंकों की संख्या के 3 से विभाजित होने की घटना को दर्शाता है। तो घटना A की प्रायिकता बराबर है :

- (1)  $\frac{9}{56}$       (2)  $\frac{4}{9}$       (3)  $\frac{3}{7}$       (4)  $\frac{11}{27}$

29. ताश की एक गड्ढी में से एक पत्ता गुम हो गया है। दो पत्ते यादचिक निकाले जाते हैं तथा दोनों हुकुम के पाये जाते हैं। गुम हुए पत्ते के हुकुम के न होने की प्रायिकता है :

- (1)  $\frac{3}{4}$       (2)  $\frac{52}{867}$       (3)  $\frac{39}{50}$       (4)  $\frac{22}{425}$

30. माना द्वि-अंकी संख्याओं (binary numbers) की एक लड़ी बनाने के लिए एक कम्प्यूटर प्रोग्राम केवल अंकों 0 और 1 को इस प्रकार जनित (generate) करता है कि सम स्थान पर 0 के होने की प्रायिकता  $\frac{1}{2}$  है तथा विषम स्थान पर 0 के होने की प्रायिकता  $\frac{1}{3}$  है। तो '10' के बाद '01' के आने की प्रायिकता है :

- (1)  $\frac{1}{18}$       (2)  $\frac{1}{3}$       (3)  $\frac{1}{6}$       (4)  $\frac{1}{9}$

31. माना  $E_1$ ,  $E_2$  तथा  $E_3$  स्वतंत्र घटनाएँ हैं। केवल  $E_1$  के घटित होने की प्रायिकता  $\alpha$  है, केवल  $E_2$  के घटित होने की प्रायिकता  $\beta$  है तथा केवल  $E_3$  के घटित होने की प्रायिकता  $\gamma$  है। माना किसी भी घटना के न घटने की प्रायिकता 'p' है, जो समीकरणों  $(\alpha - 2\beta)p = \alpha\beta$  तथा  $(\beta - 3\gamma)p = 2\beta\gamma$  को सन्तुष्ट करता है। सभी दी गई प्रायिकताएँ अंतराल  $(0, 1)$  में हैं, तो  $\frac{E_1 \text{ के घटित होने की प्रायिकता}}{E_3 \text{ के घटित होने की प्रायिकता}}$  बराबर है \_\_\_\_\_।

32. माना 5 स्वतंत्र परीक्षणों के एक द्विपद बंटन में ठीक एक और दो सफलताओं की प्रायिकता क्रमशः 0.4096 तथा 0.2048 है। तो ठीक तीन सफलताओं की प्रायिकता है :

- (1)  $\frac{32}{625}$       (2)  $\frac{80}{243}$       (3)  $\frac{40}{243}$       (4)  $\frac{128}{625}$

## STATISTICS

1. 6 भिन्न प्रेक्षणों का माध्य 6.5 है तथा उनका प्रसरण 10.25 है। यदि 6 प्रेक्षणों में से 4 प्रेक्षण 2, 4, 5 तथा 7 हैं, तो शेष दो प्रेक्षण हैं :

- (1) 10, 11      (2) 3, 18      (3) 8, 13      (4) 1, 20

2. यदि छः प्रेक्षणों 7, 10, 11, 15, a, b का माध्य तथा प्रसरण क्रमशः 10 तथा  $\frac{20}{3}$  है, तो  $|a-b|$  का मान होगा

- (1) 9      (2) 11      (3) 7      (4) 1

3. निम्न बारंबारता बंटन पर विचार कीजिए –

वर्गः      0–6      6–12      12–18      18–24      24–30  
बारंबारताः      a      b      12      9      5

यदि इसका माध्य =  $\frac{309}{22}$  तथा माध्यिका = 14 है, तो

$(a-b)^2$  बराबर है \_\_\_\_\_।

4. निम्न बारंबारता बंटन पर विचार कीजिए :

वर्ग :	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
बारंबारता :	$\alpha$	110	54	30	$\beta$

यदि सभी बारंबारताओं का योग 584 है तथा माध्यिका 45 है, तो  $|\alpha - \beta|$  बराबर है \_\_\_\_\_।

5. एक समूह के दो नमूनों में से पहले नमूने में 100 वस्तुएँ हैं जिनका माध्य 15 तथा मानक विचलन 3 है। यदि पूरे समूह में 250 वस्तुएँ हैं और उनका माध्य 15.6 तथा मानक विचलन  $\sqrt{13.44}$  हैं, तो दूसरे नमूने का मानक विचलन है :

- (1) 8      (2) 6      (3) 4      (4) 5

6. यदि आंकड़ों 6, 10, 7, 13, a, 12, b, 12 का माध्य तथा प्रसरण क्रमशः 9 तथा  $\frac{37}{4}$  है, तो  $(a - b)^2$  बराबर है :

- (1) 24      (2) 12      (3) 32      (4) 16

7. माना बारंबारता बंटन

$$x : \quad x_1 = 2 \quad x_2 = 6 \quad x_3 = 8 \quad x_4 = 9$$

$$f : \quad 4 \quad 4 \quad \alpha \quad \beta$$

के माध्य तथा प्रसरण क्रमशः 6 तथा 6.8 हैं। यदि  $x_3$  को 8 से 7 कर दिया जाए, तो नये आंकड़ों का माध्य होगा :

- (1) 4      (2) 5      (3)  $\frac{17}{3}$       (4)  $\frac{16}{3}$

8. 20 प्रेक्षणों के माध्य तथा मानक विचलन क्रमशः 10 तथा 2.5 निकाले गये। यह पाया गया कि गलती से एक आंकड़ा 35 की जगह 25 लिया गया था। यदि सही आंकड़ों का माध्य तथा मानक विचलन क्रमशः  $\alpha$  तथा  $\sqrt{\beta}$  हैं, तो  $(\alpha, \beta)$  है :

- (1) (11, 26)      (2) (10.5, 25)  
(3) (11, 25)      (4) (10.5, 26)

9. माना चार संख्याओं 3, 7, x तथा y ( $x > y$ ) के माध्य तथा प्रसरण क्रमशः 5 तथा 10 है। तो चार संख्याओं  $3 + 2x, 7 + 2y, x + y$  तथा  $x - y$  का माध्य है \_\_\_\_\_.

10. माना n एक विषम प्राकृतिक संख्या है जिसके लिए  $1, 2, 3, 4, \dots, n$  का प्रसरण 14 है। तो n बराबर है \_\_\_\_\_।

11. एक यादचिक चर X का प्रायिकता बंटन :

X	1	2	3	4	5
P(X)	K	2K	2K	3K	K

है। माना  $p = P(1 < X < 4 | X < 3)$  है। यदि  $5p = \lambda K$  है, तो  $\lambda$  बराबर है \_\_\_\_\_।

12. 50 परीक्षार्थियों द्वारा एक ऑनलाइन परीक्षा दी गई। इन परीक्षार्थियों में 20 लड़के हैं। लड़कों द्वारा प्राप्त किए गए अंकों का माध्य 12 तथा प्रसरण 2 है। 30 लड़कियों द्वारा प्राप्त अंकों का प्रसरण भी 2 है। सभी 50 परीक्षार्थियों के अंकों का माध्य 15 है। यदि लड़कियों के अंकों का माध्य  $\mu$  है तथा 50 परीक्षार्थियों के अंकों का प्रसरण  $\sigma^2$  है, तो  $\mu + \sigma^2$  बराबर है \_\_\_\_\_।

13. 7 प्रेक्षणों का माध्य तथा प्रसरण क्रमशः 8 तथा 16 हैं। यदि दो प्रेक्षण 6 तथा 8 हैं, तो शेष 5 प्रेक्षणों का प्रसरण है :

- (1)  $\frac{92}{5}$       (2)  $\frac{134}{5}$       (3)  $\frac{536}{25}$       (4)  $\frac{112}{5}$

14. यदि दस धन पूर्णांकों 1, 1, 1, ..., 1, k का प्रसरण 10 से कम है, तो k का अधिकतम संभावित मान है \_\_\_\_\_।

15. माना  $X_1, X_2, \dots, X_{18}$  अठारह प्रेक्षण हैं, जिनके लिए  $\sum_{i=1}^{18} (X_i - \alpha) = 36$  तथा  $\sum_{i=1}^{18} (X_i - \beta)^2 = 90$  हैं, जहाँ  $\alpha$  तथा  $\beta$  भिन्न वास्तविक संख्याएँ हैं। यदि इन प्रेक्षणों का मानक विचलन 1 है, तो  $|\alpha - \beta|$  का मान बराबर है \_\_\_\_\_।

16. नीचे दी गई प्रेक्षणों के दो समूहों की सांख्यिकी का विचार कीजिए :

आकार	माध्य	प्रसरण
प्रेक्षण I	10	2
प्रेक्षण II	n	3
यदि इन दोनों प्रेक्षणों को मिलाकर बने समूह का		
प्रसरण	$\frac{17}{9}$	है, तो n का मान बराबर
है _____		

- 17.** तीन प्रेक्षणों a, b तथा c का विचार कीजिए, जिनके लिए  
 $b = a + c$  है। यदि  $a + 2, b + 2, c + 2$  का मानक  
 विचलन d है, तो निम्न में से कौन सा सत्य है ?

(1)  $b^2 = 3(a^2 + c^2) + 9d^2$     (2)  $b^2 = a^2 + c^2 + 3d^2$   
 (3)  $b^2 = 3(a^2 + c^2 + d^2)$     (4)  $b^2 = 3(a^2 + c^2) - 9d^2$

**18.**  $3n$  संख्याओं का एक समुच्चय है, जिसका प्रसरण 4  
 है। इस समुच्चय में, प्रथम  $2n$  संख्याओं का माध्य 6  
 है तथा शेष  $n$  संख्याओं का माध्य 3 है। प्रथम  $2n$   
 संख्याओं में प्रत्येक में 1 जोड़कर तथा शेष  $n$   
 संख्याओं में प्रत्येक से 1 घटा कर एक नया समुच्चय  
 बनाया गया है। यदि नये समुच्चय का प्रसरण  
 $k$  है, तो  $9k$  बराबर है \_\_\_\_\_।

**19.** एक स्कूल में 25 अध्यापकों की औसत आयु 40 वर्ष  
 है। एक अध्यापक 60 वर्ष की आयु में सेवानिवत्त  
 होती है तथा उसकी जगह एक नये अध्यापक की  
 नियुक्ति होती है। यदि अब इस स्कूल में अध्यापकों  
 की औसत आयु 39 वर्ष है, तो नये नियुक्त किए गए  
 अध्यापक की आयु (वर्षों में) है \_\_\_\_\_।

**20.** माना  $2n$  प्रेक्षणों की एक श्रृंखला में, आधे  $a$  के  
 बराबर है तथा शेष आधे  $-a$  के बराबर है। प्रत्येक  
 प्रेक्षण में एक अचर  $b$  जोड़ने पर नये समूह का माध्य  
 तथा मानक विचलन क्रमशः 5 तथा 20 हैं। तो  
 $a^2 + b^2$  का मान बराबर है :  
 (1) 425    (2) 650    (3) 250    (4) 925

## MATHEMATICAL REASONING

- 6.** मिश्र कथन  $(P \vee Q) \wedge (\sim P) \Rightarrow Q$  निम्न में से किस के तुल्य है ?
- $P \vee Q$
  - $P \wedge \sim Q$
  - $\sim(P \Rightarrow Q)$
  - $\sim(P \Rightarrow Q) \Leftrightarrow P \wedge \sim Q$
- 7.** निम्न कथनों में से कौन सा, कथन "सभी  $M > 0$  के लिए,  $x \in S$  का अस्तित्व है जिसके लिए  $x \geq M$  है" का निषेधन है ?
- $M > 0$  का अस्तित्व है, जिसके लिए  $x < M, \forall x \in S$  है
  - $M > 0$  तथा  $x \in S$  के अस्तित्व है, जिनके लिए  $x \geq M$  है
  - $M > 0$  तथा  $x \in S$  के अस्तित्व हैं, जिनके लिए  $x < M$  है
  - $M > 0$  का अस्तित्व है, जिसके लिए  $x \geq M, \forall x \in S$  है
- 8.** यदि                    बूलीय                    व्यंजक  
 $((P \vee Q) \wedge (Q \rightarrow R) \wedge (\sim R)) \rightarrow (P \wedge Q)$  का सत्य मान असत्य है, तो कथन  $p, q, r$  के सत्यमान क्रमशः हैं:
- T F T
  - F F T
  - T F F
  - F T F
- 9.** दो कथनों  
(S1):  $(P \rightarrow Q) \vee (\sim Q \rightarrow P)$  एक पुनरुक्ति है।  
(S2):  $(P \wedge \sim Q) \wedge (\sim P \vee Q)$  एक हेत्वाभास (fallacy) है। तब
- केवल (S1) सही है।
  - दोनों (S1) तथा (S2) गलत है।
  - दोनों (S1) तथा (S2) सही है।
  - केवल (S2) सही है।
- 10.** कथन  $(p \wedge (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow r$ :
- एक पुनरुक्ति है
  - $p \rightarrow \sim r$  के तुल्य है
  - एक विरोधोक्ति है
  - $q \rightarrow \sim r$  के तुल्य है
- 11.** बूलीय व्यंजक  $(p \wedge q) \Rightarrow ((r \wedge q) \wedge p)$  निम्न में से किस के तुल्य है :
- $(p \wedge q) \Rightarrow (r \wedge q)$
  - $(q \wedge r) \Rightarrow (p \wedge q)$
  - $(p \wedge q) \Rightarrow (r \vee q)$
  - $(p \wedge r) \Rightarrow (p \wedge q)$
- 12.** माना  $* , \square \in \{\wedge, \vee\}$  इस प्रकार है कि बूलीय व्यंजक  $(p * \sim q) \Rightarrow (p \square q)$  एक पुनरुक्ति है। तो :
- $* = \vee, \square = \vee$
  - $* = \wedge, \square = \wedge$
  - $* = \wedge, \square = \vee$
  - $* = \vee, \square = \wedge$
- 13.** कथन  $(p \vee r) \Rightarrow (q \vee r)$  का निषेधन है :
- $p \wedge \sim q \wedge \sim r$
  - $\sim p \wedge q \wedge \sim r$
  - $\sim p \wedge q \wedge r$
  - $p \wedge q \wedge r$
- 14.** इनमें से कौन सा बूलीय व्यंजक  $p \wedge \sim q$  के तुल्य है ?
- $\sim (q \rightarrow p)$
  - $\sim p \rightarrow \sim q$
  - $\sim (p \rightarrow \sim q)$
  - $\sim (p \rightarrow q)$
- 15.** कथनों  $p$  तथा  $q$  के लिए, निम्न मिश्र कथनों पर विचार कीजिए:
- $(\sim q \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow \sim p$
  - $((p \vee q) \wedge \sim p) \rightarrow q$
- तो निम्न कथनों में से कौनसा कथन सत्य है?
- (a) तथा (b) दोनों पुनरुक्तियाँ नहीं हैं।
  - (a) तथा (b) दोनों पुनरुक्तियाँ हैं।
  - (a) एक पुनरुक्ति है, परन्तु (b) नहीं है।
  - (b) एक पुनरुक्ति है, परन्तु (a) नहीं है।

- 16.** निम्न में से कौनसा कथन पुनरुक्ति है?
- $A \vee (A \wedge B)$
  - $A \wedge (A \vee B)$
  - $B \rightarrow [A \wedge (A \rightarrow B)]$
  - $[A \wedge (A \rightarrow B)] \rightarrow B$
- 17.** कथन का विरोधाभाष “यदि आप कार्य करेंगे, आप धन कमाएंगे” :
- आप धन कमाएंगे, यदि आप कार्य नहीं करेंगे।
  - यदि आप धन कमाएंगे, आप कार्य करेंगे।
  - यदि आप धन नहीं कमाएंगे, आप कार्य नहीं करेंगे।
  - धन कमाने के लिए, आपको कार्य करने की जरूरत है।
- 18.** माना  $F_1(A, B, C) = (A \wedge \sim B) \vee [\sim C \wedge (A \vee B)] \vee \sim A$   
तथा  $F_2(A, B) = (A \vee B) \vee (B \rightarrow \sim A)$  दो तर्क संगत व्यंजक हैं। तो :
- $F_1$  तथा  $F_2$  दोनों पुनरुक्ति हैं
  - $F_1$  एक पुनरुक्ति है। परन्तु  $F_2$  एक पुनरुक्ति नहीं है
  - $F_1$  एक पुनरुक्ति नहीं है परन्तु  $F_2$  एक पुनरुक्ति है
  - $F_1$  तथा  $F_2$  दोनों पुनरुक्ति नहीं हैं
- 19.** कथन  $\sim p \wedge (p \vee q)$  का निषेध है :
- $\sim p \vee q$
  - $p \vee \sim q$
  - $\sim p \wedge q$
  - $p \wedge \sim q$
- 20.** कथन  $A \rightarrow (B \rightarrow A)$  निम्न में से किसके तुल्य हैं?
- $A \rightarrow (A \wedge B)$
  - $A \rightarrow (A \rightarrow B)$
  - $A \rightarrow (A \leftrightarrow B)$
  - $A \rightarrow (A \vee B)$

- 21.** निम्न में से कौन-सा बूलीय व्यंजक पुनरुक्ति है?
- $(p \wedge q) \vee (p \vee q)$
  - $(p \wedge q) \vee (p \rightarrow q)$
  - $(p \wedge q) \wedge (p \rightarrow q)$
  - $(p \wedge q) \rightarrow (p \rightarrow q)$
- 22.** यदि बूलीय व्यंजक  $(p \wedge q) \oplus (p \otimes q)$  एक पुनरुक्ति है, तो  $\oplus$  तथा  $\otimes$  क्रमशः है :
- $\rightarrow, \rightarrow$
  - $\wedge, \vee$
  - $\vee, \rightarrow$
  - $\wedge, \rightarrow$
- 23.** यदि बूलीय व्यंजक  $(p \Rightarrow q) (q * (\sim p))$  एक पुनरुक्ति है, तो बूलीय व्यंजक  $p * (\sim q)$  किस के तुल्य है?
- $q \Rightarrow p$
  - $\sim q \Rightarrow p$
  - $p \Rightarrow \sim q$
  - $p \Rightarrow q$
- 24.** निम्न चित्र में अनुपस्थित मान है \_\_\_\_\_।
- 
- 25.** यदि P तथा Q दो कथन हैं, तो निम्न में से कौन-सा मिश्र कथन पुनरुक्ति है ?
- $((P \Rightarrow Q) \wedge \sim Q) \Rightarrow Q$
  - $((P \Rightarrow Q) \wedge \sim Q) \Rightarrow \sim P$
  - $((P \Rightarrow Q) \wedge \sim Q) \Rightarrow P$
  - $((P \Rightarrow Q) \wedge \sim Q) \Rightarrow (P \wedge Q)$

## ANSWER KEY

### LOGARITHM

<b>Q.No.</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	
<b>Ans.</b>	1	2	

### COMPOUND ANGLE

<b>Q.No.</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	
<b>Ans.</b>	2	3	1	3	2	1	1	4	4	

### QUADRATIC EQUATION

<b>Q.No.</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>
<b>Ans.</b>	3	1	1	1	13	3	2	66	18	4	4	1	4	1
<b>Q.No.</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>	<b>21</b>	<b>22</b>	<b>23</b>					
<b>Ans.</b>	2	4	1	2	1	324	1	5	1					

### SEQUENCE & PROGRESSION

<b>Q.No.</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>
<b>Ans.</b>	4	7	1	1251	1	3	3	832	NTA (4) ALLEN Bonus	2	2021	4	2	2
<b>Q.No.</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>	<b>21</b>	<b>22</b>	<b>23</b>	<b>24</b>	<b>25</b>	<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>
<b>Ans.</b>	398	3	5143	305	1	2	4	3	4	9	2	10	3	1
<b>Q.No.</b>	<b>29</b>	<b>30</b>	<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>	<b>34</b>	<b>35</b>	<b>36</b>						
<b>Ans.</b>	14	16	3	2	2	2	4	210						

### TRIGONOMETRIC EQUATION

<b>Q.No.</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	
<b>Ans.</b>	3	4	3	1	56	2	4	2	11	1	2	2	1	

### SOLUTION OF TRIANGLE

<b>Q.No.</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	
<b>Ans.</b>	3	2	15	

### HEIGHT & DISTANCE

<b>Q.No.</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	
<b>Ans.</b>	2	1	3	2	3	4	2	2	

### DETERMINANT

<b>Q.No.</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>
<b>Ans.</b>	1	2	4	1	2	6	2	5	2	1	4	3	2	3
<b>Q.No.</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>	<b>21</b>	<b>22</b>	<b>23</b>	<b>24</b>	<b>25</b>			
<b>Ans.</b>	4	21	4	2	4	2	3	4	4	2	1			

### STRAIGHT LINE

<b>Q.No.</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>
<b>Ans.</b>	9	3	3	2	2	3	3	4	1	3	6	4	56	4
<b>Q.No.</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>	<b>21</b>	<b>22</b>	<b>23</b>					
<b>Ans.</b>	4	3	2	144	2	904	2	1	1					

### CIRCLE

<b>Q.No.</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>
<b>Ans.</b>	3	4	3	4	3	2	16	1	61	2	40	165	18	BONUS
<b>Q.No.</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>	<b>21</b>	<b>22</b>	<b>23</b>	<b>24</b>	<b>25</b>	<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>
<b>Ans.</b>	3	2	1	9	2	3	1	2	3	1	2	1	3	2
<b>Q.No.</b>	<b>29</b>													
<b>Ans.</b>	3													

**PARABOLA**

Q.No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Ans.	1	34	2	9	2	4	3	1	2	3	2	2	4	3
Q.No.	15	16	17	18	19									
Ans.	3	2	9	1	4									

**ELLIPSE**

Q.No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Ans.	1	3	1	3	1	2	2	3	2	4	3	1	2	3

**HYPERBOLA**

Q.No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11			
Ans.	4	1	3	36	2	3	2	2	4	80	3			

**PERMUTATION & COMBINATION**

Q.No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Ans.	777	96	238	3	924	52	7744	100	80	576	3	77	31650	1
Q.No.	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26		
Ans.	4	32	2	45	3	4	4	3	3	1	300	1000		

**BINOMIAL THEOREM**

Q.No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Ans.	2	21	4	9	8	96	3	1	210	4	4	1	98	55
Q.No.	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
Ans.	3	4	4	136	49	1	3	15	55	315	924	2	BONUS	2
Q.No.	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42
Ans.	1	45	2	6	1	3	4	4	2	1	1	4	2	160
Q.No.	43	44												
Ans.	8	NTA (19) ALLEN BONUS												

**SET**

Q.No.	1	2	3	4	5	6								
Ans.	3	256	5	4	3	2								

**RELATION**

Q.No.	1	2	3	4										
Ans.	2	2	4	3										

**FUNCTION**

Q.No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Ans.	3	2	4	720	1	2	3	490	3	4	2	4	26	4
Q.No.	15	16	17	18	19	20	21	22	23					
Ans.	4	1	3	4	2	1	NTA (3) ALLEN 1 or 2 or 3	3	3					

**INVERSE TRIGONOMETRY FUNCTION**

Q.No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Ans.	4	2	1	2	2	4	3	3	2	1	3	3	3	2
Q.No.	15	16	17											
Ans.	1	1	2											

**LIMIT**

Q.No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Ans.	3	3	4	3	1	3	1	2	3	4	2	7	1	4
Q.No.	15	16	17	18	19	20	21	22	23					
Ans.	5	1	3	1	4	1	1	4	4					

**CONTINUITY**

<b>Q.No.</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	
<b>Ans.</b>	2	1	3	14	1	2	3	2	1	6	4	

**DIFFERENTIABILITY**

<b>Q.No.</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	
<b>Ans.</b>	1	1	4	4	5	2	1	3	2	5	2	4	3	

**METHOD OF DIFFERENTIATION**

<b>Q.No.</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	
<b>Ans.</b>	39	3	40	17	1	1	2	1	2	1	481	

**AOD (TANGENT & NORMAL)**

<b>Q.No.</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>							
<b>Ans.</b>	3	3	1	4	406							

**AOD (MONOTONICITY)**

<b>Q.No.</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	
<b>Ans.</b>	3	4	3	2	2	1	4	1	1	2	1	2	

**AOD (MAXIMA & MINIMA)**

<b>Q.No.</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>
<b>Ans.</b>	4	1	3	3	36	3	4	3	22	1250	9	144	2	3

<b>Q.No.</b>	<b>15</b>													
<b>Ans.</b>	2													

**INDEFINITE INTEGRATION**

<b>Q.No.</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>		
<b>Ans.</b>	15	7	3	3	3	4	2	6	1	4		

**DEFINITE INTEGRATION**

<b>Q.No.</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>
<b>Ans.</b>	2	NTA (2) ALLEN (3)	2	1	3	1	3	2	2	1	3	5	2	2
<b>Q.No.</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>	<b>21</b>	<b>22</b>	<b>23</b>	<b>24</b>	<b>25</b>	<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>
<b>Ans.</b>	2	3	1	3	1	5	4	2	4	2	2	3	3	1
<b>Q.No.</b>	<b>29</b>	<b>30</b>	<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>	<b>34</b>	<b>35</b>	<b>36</b>	<b>37</b>	<b>38</b>	<b>39</b>	<b>40</b>	<b>41</b>	<b>42</b>
<b>Ans.</b>	19	3	1	1	2	1	4	1	3	3	16	2	1	1
<b>Q.No.</b>	<b>43</b>	<b>44</b>	<b>45</b>											
<b>Ans.</b>	BONUS	512	3											

**DIFFERENTIAL EQUATION**

<b>Q.No.</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>
<b>Ans.</b>	1	2	1	4	2	3	4	4	4	1	1	1	16	2
<b>Q.No.</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>	<b>21</b>	<b>22</b>	<b>23</b>	<b>24</b>	<b>25</b>	<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>
<b>Ans.</b>	2	2	4	3	1	3	4	4	4	2	1	2	4	2
<b>Q.No.</b>	<b>29</b>	<b>30</b>	<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>	<b>34</b>	<b>35</b>	<b>36</b>	<b>37</b>	<b>38</b>	<b>39</b>	<b>40</b>	<b>41</b>	<b>42</b>
<b>Ans.</b>	4	4	1	3	1	1	2	2	2	4	2	3	1	1
<b>Q.No.</b>	<b>43</b>	<b>44</b>	<b>45</b>											
<b>Ans.</b>	3	1	4											

**AREA UNDER THE CURVE**

<b>Q.No.</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>
<b>Ans.</b>	1	2	4	2	3	27	114	1	26	1	2	3	64	1
<b>Q.No.</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>										
<b>Ans.</b>	BONUS	2	41	3										

**MATRICES**

Q.No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Ans.	1	910	1	108	3	3125	16	1	4	4	2020	2	1	4
Q.No.	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
Ans.	1	8	3	3	540	17	4	4	7	13	4	1	1	3
Q.No.	29	30	31	32	33	34	35							
Ans.	766	1	2020	3	16	2	6							

**VECTORS**

Q.No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Ans.	4	4	3	6	1	4	1	3	4	1	60	2	2	2
Q.No.	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
Ans.	9	1	4	5	90	1	3	3	1494	3	75	12	2	4
Q.No.	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40		
Ans.	4	2	28	1	2	486	1	2	4	2	2	1		

**3D**

Q.No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Ans.	81	6	1	4	2	1	3	1	4	5	3	4	7	2
Q.No.	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
Ans.	26	3	96	4	4	1	72	1	61	4	7	2	3	1
Q.No.	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42
Ans.	1	3	4	4	3	3	44	4	1	2	8	3	2	2
Q.No.	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53			
Ans.	2	4	2	3	2	0	4	4	28	4	38			

**COMPLEX NUMBER**

Q.No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Ans.	NTA (3) ALLEN (2)	1	2	11	1	1	4	1	2	13	1	6	4	6
Q.No.	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
Ans.	98	4	5	310	10	4	48	3	1	2	36	4	3	2
Q.No.	29	30	31	32										
Ans.	2	6	2	0										

**PROBABILITY**

Q.No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Ans.	2	2	2	4	1	2	4	3	1	4	4	2	2	3
Q.No.	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
Ans.	28	1	2	781	3	4	6	3	2	3	3	3	1	2
Q.No.	29	30	31	32										
Ans.	3	4	6	1										

**STATISTICS**

Q.No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Ans.	1	4	4	164	3	4	3	4	12	13	30	25	3	11
Q.No.	15	16	17	18	19	20								
Ans.	4	5	4	68	35	1								

**MATHEMATICAL REASONING**

Q.No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Ans.	2	2	4	4	3	4	1	3	3	1	1	3	1	4
Q.No.	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25			
Ans.	2	4	3	3	2	4	4	1	1	4 or 16 or 64	2			