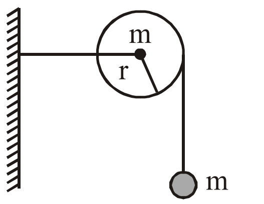
ROTATIONAL MECHANICS

1. जैसा कि चित्र में दिखाया गया है, m द्रव्यमान के गोलक को एक द्रव्यमानरहित डोर से लटकाया गया है। डोर को दूसरी ओर एक उपचक्र की त्रिज्या r और द्रव्यमान m है। जब गोलक को विरामावस्था से छोडा जाता है तो यह ऊर्ध्वाधर दिशा में गिरने लगता है। इस प्रकार गिरते हुए जब गोलक h दूरी तय कर ले तो उपचक्र की कोणीय गति होगी।



(1) $\frac{1}{r}\sqrt{\frac{2gh}{3}}$ (2) $r\sqrt{\frac{3}{4gh}}$ (3) $\frac{1}{r}\sqrt{\frac{4gh}{3}}$ (4) $r\sqrt{\frac{3}{2gh}}$

2. लम्बाई l की एक एकसमान छड़ के लम्बवत् और इसके केन्द्र से $\frac{l}{4}$ दूरी पर गुजरने वाले अक्ष के सापेक्ष छड़ की परिभ्रमण त्रिज्या (radius of gyradtion) का मान है:

(1) $\frac{1}{8}l$

(2) $\sqrt{\frac{7}{48}}l$

(3) $\sqrt{\frac{3}{8}}l$

(4) $\frac{1}{4}l$

3. त्रिज्या a की एक वृत्ताकार डिस्क के प्रति क्षेत्रफल इकाई का द्रव्यमान σ (r) इसके केन्द्र से दूरी r पर इस प्रकार निर्भर करता है कि σ (r) = A + Br। डिस्क के केन्द्र से होकर जाने वाले और डिस्क के लम्बवत् अक्ष के सापेक्ष डिस्क का जड़त्व–आघूर्ण है :

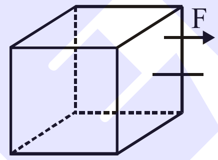
(1) $2\pi a^4\left(\frac{A}{4}+\frac{aB}{5}\right)$

(2) $\pi a^4\left(\frac{A}{4}+\frac{aB}{5}\right)$

(3) $2\pi a^4\left(\frac{aA}{4}+\frac{B}{5}\right)$

(4) $2\pi a^4\left(\frac{A}{4}+\frac{B}{5}\right)$

4.



एक एकसमान घनाकार बक्सा, जिसकी एक भुजा की लम्बाई a है, एक रूक्ष सतह पर रखा हुआ है। इस पर इसके केन्द्र से b ऊँचाई पर न्यूनतम संभव बल F लगाकर इसे खींचना है। (चित्र देखें)। यदि घर्षण गुणांक का मान $\mu = 0.4$ हो तो $100 \times \frac{b}{a}$ का अधिकतम संभव मान कितना होगा जिससे खींचते समय खिसकने से पहले बक्सा पलटने न लगे ________।

5. द्रव्यमान $M = 4m$ तथा ℓ लम्बाई की एकसमान छड़ के केन्द्र पर धुराग्रस्त (pivoted) है। υ गति से चलता हुआ m द्रव्यमान का एक कण, छड़ के लम्बे अक्ष से $\theta = \frac{\pi}{4}$ कोण बनाता हुआ छड़ के एक सिरे से टकराता है और इससे चिपक जाता है। छड़–कण निकाय की टक्कर के बाद कोणीय गति होगी :

(1) $\frac{3}{7\sqrt{2}}\frac{v}{\ell}$ (2) $\frac{3\sqrt{2}}{7}\frac{v}{\ell}$

(3) $\frac{4}{7}\frac{v}{\ell}$ (4) $\frac{3}{7}\frac{v}{\ell}$

node06\B0BA-BB\Kota\JEE MAIN\Jee Main-2020_Subject Topic PDF With Solution\Physics\Hindi\Rotational mechanics

6. 500 g द्रव्यमान का एक एकसमान गोला बिना फिसले हुए एक क्षैतिज समतल सतह पर लुढ़कता हुआ चल रहा है (rolls without slipping) तथा इसके द्रव्यमान केन्द्र की गति 5.00 cm/s है। गोले की गतिज ऊर्जा है :

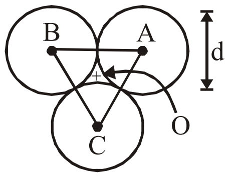
(1) 8.75×10^{-4} J

(2) 8.75×10^{-3} J

(3) 6.25×10^{-4} J

(4) 1.13×10^{-3} J

7.

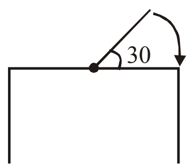


द्रव्यमान m और व्यास d के तीन ठोस गोलों को इस प्रकार पिचकाया गया है। कि उनके केन्द्रो को जोड़ने वाली रेखाएँ d लम्बाई की भुजा का एक समबाहु त्रिभुज बनाती है। इस त्रिभुज के केन्द्रक और किसी एक गोले के केन्द्र से होकर जाने वाली तथा त्रिभुज के समतल के लम्बवत् अक्षों के सापेक्ष इस निकाय के जड़त्व आघूर्ण क्रमशः I_0 तथा I_A हैं। तब I_0/I_A का मान है :

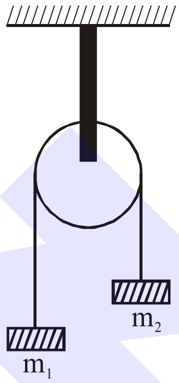
(1) $\frac{13}{23}$ (2) $\frac{15}{13}$

(3) $\frac{23}{13}$ (4) $\frac{13}{15}$

8. एक एकसमान 1 m लम्बी छड़ का एक सिरा एक क्षैतिज मेज पर कीलकित (pivoted) है। छड़ को क्षैतिज दिशा से 30º कोण बनाते हुए स्थिर अवस्था से छोड़ा जाता है। (चित्र देखें) । यदि मेज से टकराते समय छड़ को कोणीय वेग $\sqrt{n}\,s^{-1}$ (यहाँ पर n एक पूर्णांक है) हो तो n का मान है ________ ।



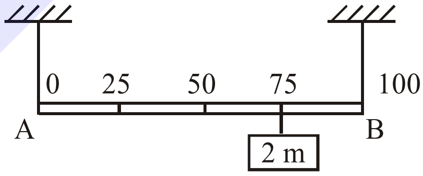
9. त्रिज्या R और जड़त्व आघूर्ण I का एक समान मोटाई का पहिया अपने द्रव्यमान केन्द्र के चारों ओर घूर्णन के लिये स्वतन्त्र है (चित्र देखें)। एक द्रव्यमानरहित डोरी इस पहिये के चारों ओर लपेटी गयी है और डोरी के दो छोरों पर द्रव्यमान m_1 तथा m_2 $(m_1 > m_2)$ के दो गुटके लटकाये गये हैं। इस निकाय को विरामावस्था से छोड़ा जाता है। ऐसे में जब द्रव्यमान m_1 का गुटका नीचे की ओर चलते हुए h दूरी तय कर लें तो पहिये का कोणीये वेग होगा :



(1) $\left[\frac{m_1+m_2}{(m_1+m_2)R^2+I}\right]^{\frac{1}{2}} gh$ (2) $\left[\frac{2(m_1-m_2)gh}{(m_1+m_2)R^2+I}\right]^{\frac{1}{2}}$

(3) $\left[\frac{2(m_1+m_2)gh}{(m_1+m_2)R^2+I}\right]^{\frac{1}{2}}$ (4) $\left[\frac{(m_1-m_2)}{(m_1+m_2)R^2+I}\right]^{\frac{1}{2}} gh$

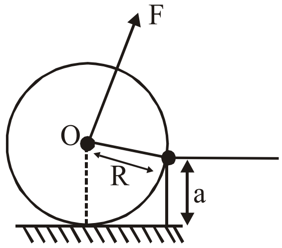
10.



चित्र में एक मीटर लम्बी एक दृढ़ एकसमान छड़ AB दिखायी गयी है जो इसके छोरों पर बंधी दो डोरियों द्वारा छत से टांगी गयी है और क्षैतिज अवस्था में है। छड़ का द्रव्यमान 'm' है और इसके A छोर से 75 cm दूरी पर 2 m द्रव्यमान का एक भार लटकाया गया है। A पर बंधी डोर पर तनाव होगा :

(1) 2 mg (2) 0.5 mg (3) 0.75 mg (4) 1 mg

11. द्रव्यमान M तथा त्रिज्या R के एक बेलन (cylinder) को a (a < R) ऊँचाई की एक सीढ़ी के ऊपर खींचना है। इसके लिए इसके केन्द्र 'O' पर एक बल F, जो कि बेलन के अक्ष और सीढ़ी के किनारे से होकर जाने वाले समतल के लम्बवत् है, लगाया जाता है। (चित्र देखें) F का न्यूनतम मान है :



(1) $Mg\sqrt{1-\frac{a^2}{R^2}}$

(2) $Mg\sqrt{\left(\frac{R}{R-a}\right)^2-1}$

(3) $Mg\frac{a}{R}$

(4) $Mg\sqrt{1-\left(\frac{R-a}{R}\right)^2}$

12. दो एकसमान वृत्ताकार डिस्क अपने उभयनिष्ठ अक्ष जो कि उनके केन्द्रों से होकर जाता है, पर एक ही दिशा में स्वतंत्र रूप से घुम रहे है। पहली डिस्क का जुड़त्व आघूर्ण व कोणीय वेग क्रमशः 0.1 kg-m^2 और 10 rad s^{-1} है तथा दूसरी डिस्क का जड़त्व आघूर्ण और कोणीय वेग क्रमशः 0.2 kg-m^2 तथा 5 rad s^{-1} है। किसी क्षण पर दोनों डिस्क आपस में चिपक जाती है और अब एक निकाय की भांति उनके उभयनिष्ठ अक्ष पर समान कोणीय वेग से घूमने लगती है। इस नये निकाय की गतिज ऊर्जा होगी –

(1) $\frac{10}{3}$J (2) $\frac{2}{3}$J

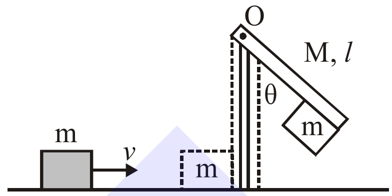
(3) $\frac{5}{3}$J (4) $\frac{20}{3}$J

13. एक बेलन (cylinder) केन्द्र से होकर जाने वाले और बेलन के अक्ष के लम्बवत् एक अक्ष के लिये बेलन का जड़त्वाघूर्ण

$I = M\left(\frac{R^2}{4}+\frac{L^2}{12}\right)$ है, जहाँ M बेलन का द्रव्यमान, R इसकी त्रिज्या और L इसकी लम्बाई है। यदि एक दिये हुए द्रव्यमान के किसी पदार्थ से एक बेलन बनाया जाये तो इसके जड़त्वाघूर्ण के न्यूनतम मान के लिये L/R का अनुपात होगा:

(1) $\sqrt{\frac{2}{3}}$ (2) $\frac{3}{2}$ (3) $\sqrt{\frac{3}{2}}$ (4) $\frac{2}{3}$

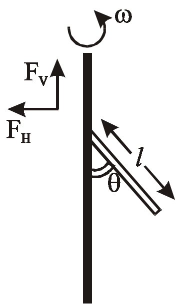
14. 1 kg द्रव्यमान का एक छोटा खण्ड v = 6 m/s वेग से एक घर्षण–रहित क्षैतिज सतह पर चलते हुए एक एकसमान ऊर्ध्वाधर छड़ से टकराता है और इस पर चिपक जाता है (चित्र देखें)। छड़ O पर टंगी हुई है और इस टक्कर के कारण घूमकर चलते हुए क्षणभर के लिये रूकने से पहले θ कोण बनाती है। यदि छड़ का द्रव्यमान 2 kg और लम्बाई 1 m हो तो θ का मान लगभग होगा: (g = 10 m/s^2)



(1) 69° (2) 63° (3) 55° (4) 49°

15. 200 kg द्रव्यमान के एक वृत्ताकार प्लेटफार्म के किनारे पर 80 kg द्रव्यमान का एक व्यक्ति खड़ा है। यह प्लेटफार्म अपने अक्ष पर प्रति मिनट 5 चक्कर कर रहा है। यह व्यक्ति अब प्लेटफार्म के केन्द्र की ओर चलता है। जब व्यक्ति प्लेटफार्म की कोणीय गति प्रति मिनट कितने चक्कर के बराबर होगी __________।

16.

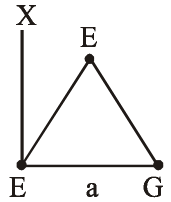


लम्बाई 'l' की एक एकसमान छड़ नगण्य त्रिज्या के एक ऊर्ध्वाधर डण्डे पर कीलकित (pivoted) है। जब यह डण्डा कोणीय गति ω से घूमता है तो छड़ इससे θ कोण बनाती है (चित्र देखें)। θ का मान ज्ञात करने के लिये हम छड़ के द्रव्यमान केन्द्र (CM) के सापेक्ष इसके कोणीय संवेग में होने वाले परिवर्तन (जिसका मान $\frac{m\ell^2}{12}\omega^2\sin\theta\cos\theta$ है और जिसकी दिशा इस तल के अन्दर की ओर है) को इस पर लगने वाले क्षैतिज F_H व ऊर्ध्वाधर F_V बलों के CM के सापेक्ष आघूर्ण के बराबर लेते हैं। तब θ का मान ऐसा होगा कि :

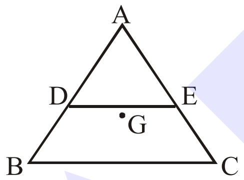
(1) $\cos\theta = \frac{g}{2\ell\omega^2}$ (2) $\cos\theta = \frac{3g}{2\ell\omega^2}$

(3) $\cos\theta = \frac{2g}{3\ell\omega^2}$ (4) $\cos\theta = \frac{g}{\ell\omega^2}$

17. एक द्रव्यमान रहित समबाहु त्रिभुज EFG की एक भुजा की लम्बाई 'a' है (चित्र देखें)। इसके तीन शीर्ष बिन्दुओं पर द्रव्यमान m के एक-एक कण रखे हुए हैं। यदि EX रेखा (जो कि EG के लम्बवत् है) के सापेक्ष EFG जड़त्व आघूर्ण $\frac{N}{20}ma^2$ हो और N एक पूर्णांक हो, तो N का मान ________ है।



18. चित्र में ABC समबाहु त्रिभुज की आकृति वाली एक समतल लेमिना है। D, E; AB, AC के मध्य बिन्दु है तथा G लेमिना का केन्द्रक है। तल ABC के लम्बवत् तथा G से होकर गुजरने वाली अक्ष के सापेक्ष इस लेमिना का जड़त्व आघूर्ण I_0 है। यदि भाग ADE को हटा दिया जाये तो समान अक्ष के सापेक्ष शेष भाग का जड़त्व आघूर्ण $\frac{NI_0}{16}$ प्राप्त होता है जहाँ N एक पूर्णांक है। N का मान है।

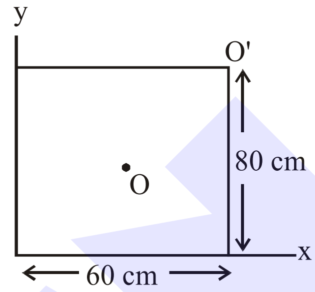


19. द्रव्यमान M व त्रिज्या R वाली एक वृत्ताकार चकती इसकी अक्ष के सापेक्ष कोणीय चाल ω_1 से घूर्णन कर रही है। यदि त्रिज्या $\frac{R}{2}$ व समान द्रव्यमान M वाली एक अन्य चकती को घूर्णन करती चकती पर समाक्षीय रूप से गिराया जाये तो दोनों चकतियाँ धीरे-धीरे नियत कोणीय चाल ω_2 प्राप्त कर लेती है। यदि इस प्रक्रिया में ऊर्जा ह्रास, प्रारम्भिक ऊर्जा का p% हो तो p का मान होगा:-

20. दो एक समान मोटाई की एक ही पदार्थ से बनी हुई डिस्कों पर विचार करें। इनकी त्रिज्याएँ $R_1 = R$ तथा $R_2 = \alpha R$ हैं। यदि इनके अक्ष के सापेक्ष इनके जड़त्व आघूर्ण क्रमशः I_1 और I_2, है और इनका अनुपात $I_1 : I_2 = 1 : 16$ है, तो α का मान होगा:

(1) $\sqrt{2}$ (2) 2 (3) 4 (4) $2\sqrt{2}$

21.



दिखाये गये चित्र में, एक समान आयताकार पटल के लिये O तथा O' से होकर जाने वाली अक्षों के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण का अनुपात है : (दोनों अक्ष पटल के लम्बवत है)

(1) 1/2 (2) 2/3
(3) 1/8 (4) 1/4

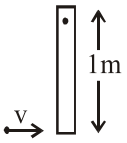
22. एक शाफ्ट पर एक पहिया एक कोणीय गति ω से घूर्णित हो रहा है। पहिये का जड़त्व आघूर्ण I है तथा शाफ्ट का जड़त्व आघूर्ण नगण्य है। 3I जड़त्व आघूर्ण के दूसरे पहिये को जो कि प्रारम्भ में स्थिर अवस्था में हैं, अचानक उसी शाफ्ट में जोड़ दिया जाता है। इस निकाय की गतिज ऊर्जा में हुई भिन्नान्तमक (fractional) क्षय का मान होगा :

(1) 0 (2) $\frac{1}{4}$ (3) $\frac{3}{4}$ (4) $\frac{5}{6}$

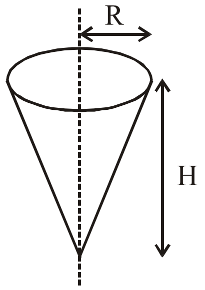
23. एक बिन्दु $(4\hat{i}+3\hat{j}-\hat{k})$m पर एक बल $\vec{F}=(\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k})$N कार्यरत है। तो बिन्दु $(\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k})$m के प्रति बल आघूर्ण का परिमाण $\sqrt{x}$ N-m होगा। x का मान हैं _____।

node06\B0BA-BB\Kota\JEE MAIN\Jee Main-2020_Subject Topic PDF With Solution\Physics\Hindi\Rotational mechanics

24. 0.9 kg द्रव्यमान एवं 1m लम्बाई की एक पतली छड़ अपने एक सिरे से ऐसे लटकायी गयी है कि वह ऊर्ध्वाधर समतल में विराम से स्वतंत्र गति कर सकती है। 0.1 kg का एक कण 80 m/s की गति से सीधी रेखा में चलते हुए छड़ के सबसे निचले हिस्से से टकरा कर उसमें चिपक जाता है (चित्र देखिए)। इस संघट्ट के तुरंत बाद छड़ की कोणीय गति (rad/s में) होगी ______।



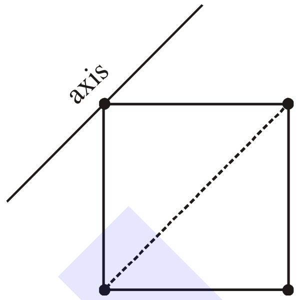
25. एक खोखला आईसक्रीम शंकु को चित्र में दिखाया गया है। (इसका ऊपरी भाग खुला है।) यदि इसका द्रव्यमान M, ऊपरी भाग की त्रिज्या R, तथा ऊँचाई, H हो, तो इसकी अक्ष के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण है:



(1) $\frac{MR^2}{2}$ (2) $\frac{MH^2}{3}$

(3) $\frac{MR^2}{3}$ (4) $\frac{M\left(R^2+H^2\right)}{4}$

26. चार बिन्दु द्रव्यमान, जिनमें प्रत्येक का द्रव्यमान m है, को ℓ भुजा वाले एक वर्ग के कोनों पर रखते हैं। दिखाये गये चित्रानुसार, वर्ग के कोई एक कोने से जाने वाली तथा विकर्ण के समान्तर अक्ष के परित: वर्ग कोणीय आवृत्ति ω से घूर्णन कर रहा हैं। इस अक्ष के सापेक्ष वर्ग का कोणीय संवेग है :



(1) $2m\ell^2\omega$ (2) $3m\ell^2\omega$
(3) $m\ell^2\omega$ (4) $4m\ell^2\omega$

27. किसी छड़ AB की लंबाई L है। A से B की ओर रेखीय घनत्व, $\lambda(x)=\lambda_0\left(1+\frac{x}{L}\right)$ के अनुसार परिवर्तित होता है, जहां x सिरे A से दूरी है। यदि छड़ का द्रव्यमान M है, तो A से गुजरने वाली तथा छड़ के लम्बवत अक्ष के परित: इस छड़ का जड़त्व आघूर्ण होगा ?

(1) $\frac{5}{12}ML^2$ (2) $\frac{3}{7}ML^2$

(3) $\frac{2}{5}ML^2$ (4) $\frac{7}{18}ML^2$

node06\B0BA-BB\Kota\JEE MAIN\Jee Main-2020_Subject Topic PDF With Solution\Physics\Hindi\Rotational mechanics

SOLUTION

1. NTA Ans. (3)

Sol. $mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}mr^2\times\frac{v^2}{r^2} = \frac{3}{4}mv^2$

$u = \sqrt{\frac{4}{3}gh}$

$\omega = \frac{v}{r}$

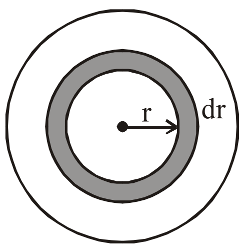
2. NTA Ans. (2)

Sol. $m\frac{l^2}{12} + m\frac{l^2}{16} = mk^2$

$\frac{7l^2}{48} = k^2$

3. NTA Ans. (1)

Sol.



$dI = dmr^2$

$dI = \sigma 2\pi r\, dr\, r^2$

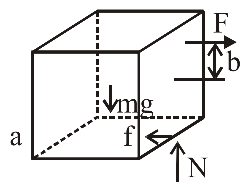
$dI = 2\pi(A + Br)\, r^3\, dr$

$\int dI = 2\pi\int_0^a (Ar^3 + Br^4)\,dr$

$I = 2\pi a^4\left(\frac{A}{4} + \frac{B9}{5}\right)$

4. NTA Ans. (75)

Sol.



$F = \mu mg$ ...(1)

$F\left(b + \frac{a}{2}\right) = mg\ \frac{a}{2}$ ...(2)

$\mu mg\left(b + \frac{a}{2}\right) = mg \times \frac{a}{2}$

$\left(b + \frac{a}{2}\right)\mu = \frac{a}{2}$

$0.4 = \mu = \frac{a}{2b + a}$

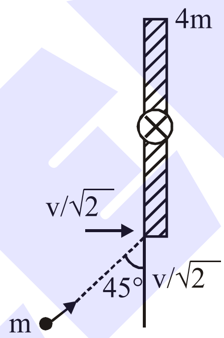
$0.8b + 0.4a = a$

$0.8\ b = 0.6\ a$

$\frac{b}{a} = \frac{3}{4}$

5. NTA Ans. (2)

Sol.



Let angular velocity of the system after collision be ω.

By conservation of angular momentum about the hinge :

$m\left(\frac{v}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{\ell}{2}\right) = \left[\frac{4m\ell^2}{12} + \frac{m\ell^2}{4}\right]\omega$

On solving

$\omega = \frac{3\sqrt{2}}{7}\left(\frac{v}{\ell}\right)$

6. NTA Ans. (1)

Sol. $m = 0.5$ kg, $v = 5$ cm/s

KE in rolling $= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$

$= \frac{1}{2}mv^2\left(1 + \frac{K^2}{R^2}\right)$

$= 8.75 \times 10^{-4}$ J

node06\B0BA-BB\Kota\JEE MAIN\Jee Main-2020_Subject Topic PDF With Solution\Physics\Hindi\Rotational mechanics

7. NTA Ans. (1)

Sol. From parallel axis theorem

$$I_0 = 3\times\left[\frac{2}{5}M\left(\frac{d}{2}\right)^2 + M\left(\frac{d}{\sqrt{3}}\right)^2\right] = \frac{13}{10}Md^2$$

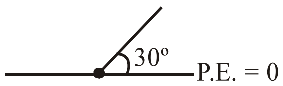
$$I_A = I_0 + 3M\left(\frac{d}{\sqrt{3}}\right)^2$$

$$= \frac{13}{10}Md^2 + Md^2$$

$$= \frac{23}{10}Md^2 \qquad \Rightarrow \frac{I_0}{I_A} = \frac{13}{23}$$

8. NTA Ans. (15.00)

Sol.



From mechanical energy conservation,

$U_i + K_i = U_f + K_f$

$$\Rightarrow mg\frac{\ell}{2}\sin 30° + 0 = 0 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

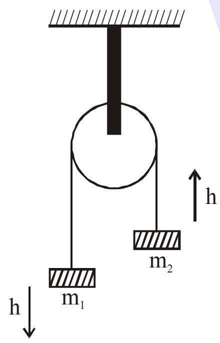
$$\Rightarrow mg \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + 0 = 0 + \frac{1}{2} \times \frac{m(1)^2}{3}\omega^2$$

$$\Rightarrow \omega^2 = \frac{3g}{2} \Rightarrow \omega = \sqrt{15}$$

$\therefore$ n = 15

9. NTA Ans. (2)

Sol.



by using work energy theorem

$W_g = \Delta KE$

$$(m_1 - m_2)gh = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

$$(m_1 - m_2)gh = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)(\omega R)^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

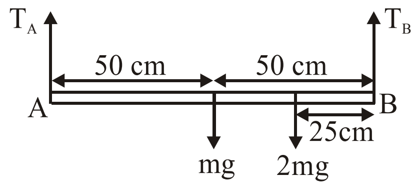
$$(m_1 - m_2)gh = \frac{\omega^2}{2}\left[(m_1 + m_2)R^2 + I\right]$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2(m_1 - m_2)gh}{(m_1 + m_2)R^2 + I}}$$

$\therefore$ Correct answer (2)

10. Official Ans. by NTA (4)

Sol.



$\tau_B = 0$ (torque about point B is zero)

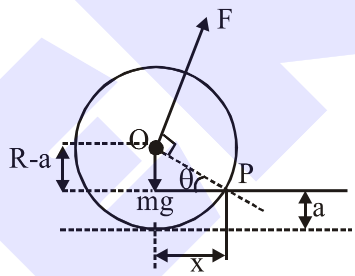
$(T_A) \times 100 - (mg) \times 50 - (2mg) \times 25 = 0$

$100\ T_A = 100\ mg$

$T_A = 1\ mg$

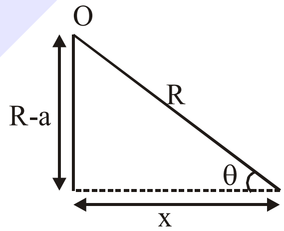
11. Official Ans. by NTA (4)

Sol.



$(\tau)_P = 0$

$F.R. - mgx = 0$



$$x = \sqrt{R^2 - (R-a)^2}$$

$$F = mg\frac{x}{R}$$

$$F = mg\sqrt{1 - \left(\frac{R-a}{R}\right)^2}$$

= minimum value of force to pull

12. Official Ans. by NTA (4)

Sol. ⬩ Both discs are rotating in same sense

⬩ Angular momentum conserved for the system

i.e. $L_1 + L_2 = L_{final}$

$I_1\omega_1 + I_2\omega_2 = (I_1 + I_2)\omega_f$

$0.1 \times 10 + 0.2 \times 5 = (0.1+0.2) \times \omega_f$

$$\omega_f = \frac{20}{3}$$

node06\B0BA-BB\Kota\JEE MAIN\Jee Main-2020_Subject Topic PDF With Solution\Physics\Hindi\Rotational mechanics

- Kinetic energy of combined disc system

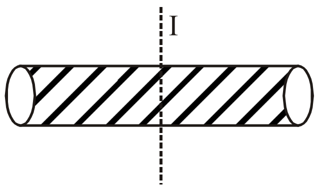
$$\Rightarrow \frac{1}{2}(I_1 + I_2)\omega_f^2$$

$$= \frac{1}{2}(0.1 + 0.2).\left(\frac{20}{3}\right)^2$$

$$= \frac{0.3}{2} \times \frac{400}{9} = \frac{120}{18} = \frac{20}{3}J$$

13. Official Ans. by NTA (3)

Sol.



$$I = M\left(\frac{R^2}{4} + \frac{L^2}{12}\right) \qquad .....(1)$$

as mass is constant $\Rightarrow$ m = ρV = constant

V = constant

$\pi^2 Rl$ = constant $\Rightarrow$ R^2L = constant

$$2RL + R^2\frac{dL}{dR} = 0 \qquad .....(2)$$

From equation (1)

$$\frac{dI}{dR} = M\left(\frac{2R}{4} + \frac{2L}{12} \times \frac{dL}{dr}\right) = 0$$

$$\frac{R}{2} + \frac{L}{6}\frac{dL}{dR} = 0$$

Substituting value of $\frac{dL}{dR}$ from eqution (2)

$$\frac{R}{2} + \frac{L}{6}\left(\frac{-2L}{R}\right) = 0$$

$$\frac{R}{2} = \frac{L^2}{3R} \Rightarrow \frac{L}{R} = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

14. Official Ans. by NTA (2)

Sol. Angular momentum conservation

$$mvl = \frac{Ml^2}{3}\omega + ml^2\omega$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{1 \times 6 \times 1}{\frac{2}{3} + 1} = \frac{18}{5}$$

Now using energy consevation

$$\frac{1}{2}\left(M\frac{l^2}{3}\right)\omega^2 + \frac{1}{2}(ml^2)\omega^2$$

$$= (m + M)r_{cm}(1 - \cos\theta)$$

$$= (m + M)\left(\frac{ml + \frac{Ml}{2}}{m + M}\right)g(1 - \cos\theta)$$

$$\frac{5}{6} \times \left(\frac{18}{5}\right)^2 = 20(1 - \cos\theta)$$

$$\Rightarrow 1 - \cos\theta = \frac{18}{5} \times \frac{3}{20}$$

$$\cos\theta = 1 - \frac{27}{50}$$

$$\cos\theta = \frac{23}{50} \Rightarrow \theta \simeq 63°$$

15. Official Ans. by NTA (9)

Sol. $L_i = L_f$

$$\left(80R^2 + \frac{200R^2}{2}\right)\omega = \left(0 + \frac{200R^2}{2}\right)\omega_1$$

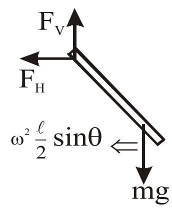
$180\omega_0 = 100\omega_1$

$\omega_1 = 1.8\omega_0 = 1.8 \times 5$

$= 9$ rpm

16. Official Ans. by NTA (2)

Sol.



F_V = mg

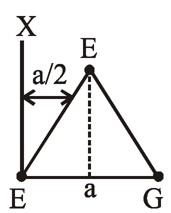
$$F_H = m\omega^2\frac{\ell}{2}\sin\theta$$

$$mg\frac{\ell}{2}\sin\theta - m\omega^2\frac{\ell}{2}\sin\theta\frac{\ell}{2}\cos\theta = \frac{m\ell^2}{12}\omega^2\sin\theta\cos\theta$$

$$\cos\theta = \frac{3}{2}\frac{g}{\omega^2\ell} \qquad .....(ii)$$

17. Official Ans. by NTA (25)

Sol.



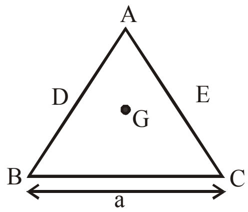
node06\B0BA-BB\Kota\JEE MAIN\Jee Main-2020_Subject Topic PDF With Solution\Physics\Hindi\Rotational mechanics

$$I = 0 + m\left(\frac{a}{2}\right)^2 + ma^2$$

$$= \frac{5}{4}ma^2$$

18. Official Ans. by NTA (11)

Sol. Let side of triangle is a and mass is m



MOI of plate ABC about centroid

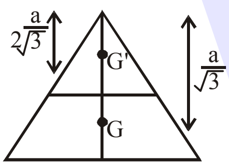
$$I_0 = \frac{m}{3}\left(\left(\frac{a}{2\sqrt{3}}\right)^2 \times 3\right) = \frac{ma^2}{12}$$

triangle ADE is also an equilateral triangle of side a/2.

Let moment of inertia of triangular plate ADE about it's centroid (G') is I_1 and mass is m_1

$$m_1 = \frac{m}{\frac{\sqrt{3}a^2}{4}} \times \frac{\sqrt{3}}{4}\left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{m}{4}$$

$$I_1 = \frac{m_1}{12}\left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{m}{4\times 12}\frac{a^2}{4} = \frac{ma^2}{192}$$



distance GG' $= \frac{a}{\sqrt{3}} - \frac{a}{2\sqrt{3}} = \frac{a}{2\sqrt{3}}$

so MOI of part ADE about centroid G is

$$I_2 = I_1 + m_1\left(\frac{a}{2\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{ma^2}{192} + \frac{m}{4}.\frac{a^2}{12}$$

$$= \frac{5ma^2}{192}$$

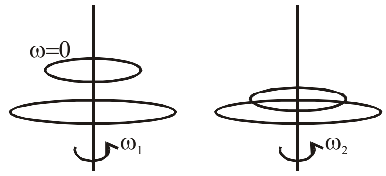
now MOI of remaining part

$$= \frac{ma^2}{12} - \frac{5ma^2}{192} = \frac{11ma^2}{12\times 16} = \frac{11I_0}{16}$$

$\Rightarrow \quad N = 11$

19. Official Ans. by NTA (20)

Sol.



Let moment of inertia of bigger disc is $I = \frac{MR^2}{2}$

$\Rightarrow$ MOI of small disc $I_2 = \dfrac{M\left(\frac{R}{2}\right)^2}{2} = \dfrac{I}{4}$

by angular momentum conservation

$$I\omega_1 + \frac{I}{4}(0) = I\omega_2 + \frac{I}{4}\omega_2 \Rightarrow \omega_2 = \frac{4\omega_1}{5}$$

initial kinetic energy $K_1 = \frac{1}{2}I\omega_1^2$

final kinetic energy K_2

$$= \frac{1}{2}\left(I + \frac{I}{4}\right)\left(\frac{4\omega_1}{5}\right)^2 = \frac{1}{2}I\omega_1^2\left(\frac{4}{5}\right)$$

$$P\% = \frac{K_1 - K_2}{K_1} \times 100\% = \frac{1 - 4/5}{1} \times 100 = 20\%$$

20. Official Ans. by NTA (2)

Sol. $I_1 = \frac{MR^2}{2} = \frac{\rho(\pi R^2)t.R^2}{2}$

$I \propto R^4$

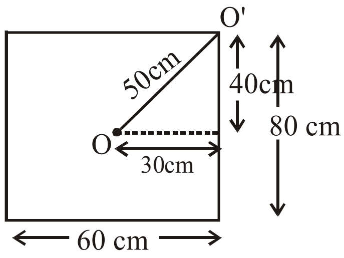
$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_1^4}{R_2^4} = \frac{1}{16}$$

$$\therefore \frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{2}$$

node06\B0BA-BB\Kota\JEE MAIN\Jee Main-2020_Subject Topic PDF With Solution\Physics\Hindi\Rotational mechanics

21. Official Ans. by NTA (4)

Sol.



Rectangular sheet

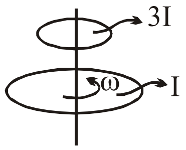
$$I_O = \frac{M}{12}[L^2+B^2] = \frac{M}{12}[80^2+60^2]$$

$$I_{O'} = I_0 + Md^2 \{\text{parallel axis theorem}\}$$
$$= \frac{M}{12}\left[80^2+60^2\right] + M\,[50]^2$$

$$\frac{I_O}{I_{O'}} = \frac{M/12[80^2+60^2]}{\frac{M}{12}[80^2+60^2]+M[50]^2} = \frac{1}{4}$$

22. Official Ans. by NTA (3)

Sol.



By anglar momentum conservation

$$\omega I + 3I \times 0 = 4I\omega' \Rightarrow \omega' = \frac{\omega}{4}$$

$$(KE)_i = \frac{1}{2} I\omega^2$$

$$(KE)_f = \frac{1}{2} \times (4I) \times \left(\frac{\omega}{4}\right)^2 = \frac{I\omega^2}{8}$$

$$\Delta KE = \frac{3}{8} I\omega^2$$

$$\text{fractional loss} = \frac{\Delta KE}{KE_i} = \frac{\frac{3}{8}I\omega^2}{\frac{1}{2}I\omega^2} = \frac{3}{4}$$

23. Official Ans. by NTA (195)

Sol. $\vec{\tau} = \left(\vec{r}_2 - \vec{r}_1\right) \times \vec{F}$

$$= [(4\hat{i}+3\hat{j}-\hat{k})-(\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k})] \times \vec{F}$$

$$= \left(3\hat{i}+\hat{j}-2\hat{k}\right) \times \left(\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}\right)$$

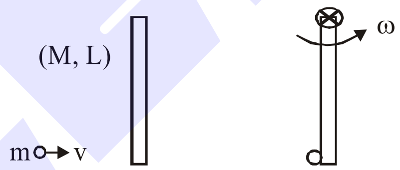
$$\tau = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= 7\hat{i} - 11\hat{j} + 5\hat{k}$$

$$|\vec{\tau}| = \sqrt{195}$$

24. Official Ans. by NTA (20.00)

Sol.



Before collision After collision

$$\vec{L}_i = \vec{L}_f$$

$$mvL = I\omega$$

$$mvL = \left(\frac{ML^2}{3} + mL^2\right)\omega$$

$$0.1 \times 80 \times 1 = \left(\frac{0.9\times1^2}{3} + 0.1\times1^2\right)\omega$$

$$8 = \left(\frac{3}{10} + \frac{1}{10}\right)\omega$$

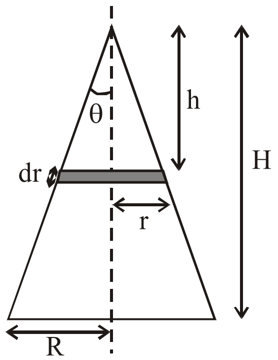
$$8 = \frac{4}{10}\omega$$

$$\omega = 20 \text{ rad} \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

node06\B0BA-BB\Kota\JEE MAIN\Jee Main-2020_Subject Topic PDF With Solution\Physics\Hindi\Rotational mechanics

25. Official Ans. by NTA (1)

Sol.



Area = $\pi R\ell = \pi R\left(\sqrt{H^2+R^2}\right)$

Area of element dA = $2\pi r d\ell = = 2\pi r\dfrac{dh}{\cos\theta}$

mass of element $dm = \dfrac{M}{\pi R\sqrt{H^2+R^2}}\times\dfrac{2\pi r dh}{\cos\theta}$

$dm = \dfrac{2Mh\tan\theta dh}{R\sqrt{H^2+R^2}\cos\theta}$ (here r = h tanθ)

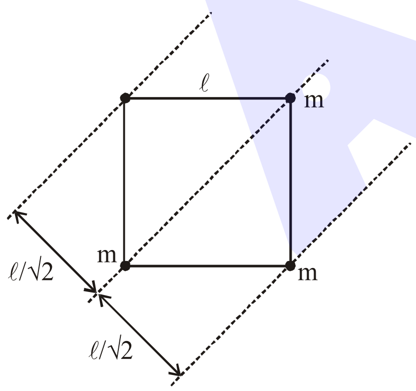
$$I = \int (dm) r^2 = \int \frac{h^2\tan^2\theta}{\cos\theta}\left(\frac{2m}{R}\frac{h\tan\theta}{\sqrt{R^2+H^2}}\right)dh$$

$$= \frac{2M}{\cos\theta R}\frac{\tan^3\theta}{\sqrt{R^2+H^2}}\int_0^H h^3 dh = \frac{MR^2H^4}{2RH^3\sqrt{R^2+H^2}\cos\theta}$$

$$= \frac{MR^2H\sqrt{R^2+H^2}}{2\sqrt{R^2+H^2}\times H} \Rightarrow = \frac{MR^2}{2}$$

26. Official Ans. by NTA (2)

Sol.



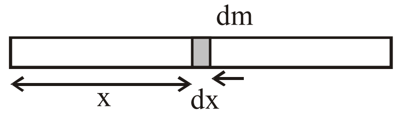
$$I = m(0)^2 + m\left(\frac{\ell}{\sqrt{2}}\right)^2\times 2 + m\left(\sqrt{2}\ell\right)^2$$

$$= \frac{2m\ell^2}{2} + 2m\ell^2 = 3m\ell^2$$

Angular momentum L = Iω
= $3m\ell^2\omega$

27. Official Ans. by NTA (4)

Sol.



$$I = \int r^2 dm = \int x^2\lambda dx \Rightarrow I = \int_0^L x^2\lambda_0\left(1+\frac{x}{L}\right)dx$$

$$I = \lambda_0\int_0^L\left(x^2+\frac{x^3}{L}\right)dx$$

$$I = \lambda\left[\frac{L^3}{3}+\frac{L^3}{4}\right]$$

$$I = \frac{7L^3\lambda_0}{12} \quad ....(i)$$

$$M = \int_0^L \lambda dx = \int_0^L \lambda_0\left(1+\frac{x}{L}\right)dx$$

$$M = \lambda_0\left(L+\frac{L}{2}\right) = \lambda_0\frac{3L}{2}$$

$$\frac{2}{3}M = (\lambda_0 L) \quad ....(ii)$$

From (i) & (ii) $I = \dfrac{7}{12}\left(\dfrac{2}{3}M\right)L^2 = \dfrac{7ML^2}{18}$

Ans. (4)

node06\B0BA-BB\Kota\JEE MAIN\Jee Main-2020_Subject Topic PDF With Solution\Physics\Hindi\Rotational mechanics