

KINEMATICS

- एक कण x-अक्ष पर इस प्रकार चल रहा है कि इसका समय 't' के साथ x निर्देशक (coordinate) का मान $x(t) = 10 + 8t - 3t^2$ है। एक दूसरा कण y-अक्ष पर चल रहा है और इसका y निर्देशक $y(t) = 5 - 8t^3$ द्वारा दिया जाता है। यदि $t = 1$ s पर पहले कण के सापेक्ष दूसरे कण की गति \sqrt{v} हो, तो v का मान (m/s में) है _____.
- एक चलायमान कण की समय t पर स्थिति $\vec{r}(t) = \cos \omega t \hat{i} + \sin \omega t \hat{j}$ वेक्टर द्वारा दी जाती है। यहाँ पर ω एक स्थिरांक है। ऐसे में कण के वेग $\vec{v}(t)$ तथा इसके त्वरण $\vec{a}(t)$ के लिये निम्न में से कौन सा कथन सत्य है ?

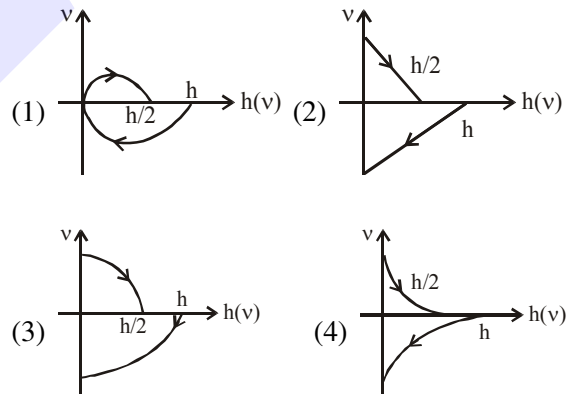
 - (1) \vec{v} लम्बवत् है \vec{r} के तथा \vec{a} की दिशा मूल बिन्दु की ओर जाती हुई है।
 - (2) \vec{v} और \vec{a} दोनों ही \vec{r} के समानान्तर हैं।
 - (3) \vec{v} और \vec{a} दोनों ही \vec{r} के लम्बवत् हैं।
 - (4) \vec{v} लम्बवत् है \vec{r} के तथा \vec{a} की दिशा मूल बिन्दु से दूर है।
- एक ग्रह पर 100 मीटर ऊँचे एक स्तम्भ के ऊपर से एक गेंद को छोड़ा जाता है। धरातल पर टकराने से पहले के $\frac{1}{2}$ s में यह गेंद 19 m की दूरी तय करती है। इस ग्रह पर गुरुत्वाकर्षण के कारण त्वरण का मान (ms^{-2} में) है _____।
- एक दिशा में चलते हुए एक कण द्वारा t समय में तय की गयी दूरी x सूत्र $x^2 = at^2 + 2bt + c$ के अनुसार दी जाती है। यदि कण के त्वरण की x पर निर्भरता x^{-n} (n एक पूर्णांक है) द्वारा दी जाती हो तो n का मान है _____।
- एक कण समय $t = 0$ पर मूल बिन्दु से प्रारम्भिक वेग $3.0 \hat{i}$ m/s और त्वरण $(6.0 \hat{i} + 4.0 \hat{j}) \text{ m/s}^2$ से चलना शुरू करते हुए x-y समतल में चलता है। उस क्षण पर जब इस कण के लिये y का मान 32 m हो x का मान D meters है। D का मान होगा :

 - (1) 50
 - (2) 32
 - (3) 60
 - (4) 40

- रेलगाड़ियाँ A और B समांतर पटरियों पर विपरीत दिशाओं में क्रमशः 36 km/hour और 72 km/hour गति से दौड़ रही हैं। रेलगाड़ी A में एक व्यक्ति रेलगाड़ी के चलने की दिशा की विपरीत दिशा में 1.8 km/hr की गति से चल रहा है। यदि इस व्यक्ति को रेलगाड़ी B से देखा जाये तो इसकी गति निम्न में किसके निकटतम होगी : (पटरियों के बीच की दूरी को नगण्य मानें)

 - (1) 30.5 ms^{-1}
 - (2) 29.5 ms^{-1}
 - (3) 31.5 ms^{-1}
 - (4) 28.5 ms^{-1}
- समय $t = 0$ पर प्रारम्भिक वेग $5 \hat{j} \text{ ms}^{-1}$ के साथ मूलबिन्दु से एक कण x-y तल में $(10 \hat{i} + 4 \hat{j}) \text{ ms}^{-2}$ नियत त्वरण से गति करना प्रारम्भ करता है। समय t पर इसके निर्देशांक $(20 \text{ m}, y_0 \text{ m})$ है। t व y_0 के मान क्रमशः हैं:-

 - (1) 4s and 52 m
 - (2) 2s and 24 m
 - (3) 2s and 18 m
 - (4) 5s and 25 m
- एक टेनिस गेंद को h ऊँचाई से विरामावस्था से छोड़ा जाता है तथा लकड़ी के फर्श पर मुक्त रूप से गिरने के बाद यह पुनः उछलती है तथा $\frac{h}{2}$ ऊँचाई तक पहुँचती है। गति के दौरान गेंद की ऊँचाई तथा वेग के मध्य सही आरेख हो सकता है:- (आरेख रेखा चित्र के रूप में खींचे गये हैं तथा पैमाने पर नहीं है।)



9. द्रव्यमान m की एक छोटी गेंद को धरातल से ऊपर की ओर वेग u से फेंका जाता है। गेंद पर एक प्रतिरोधक बल mkv^2 (जहाँ v इसकी गति है) लग रहा है। यह गेंद कितनी अधिकतम ऊँचाई तक जायेगी ?

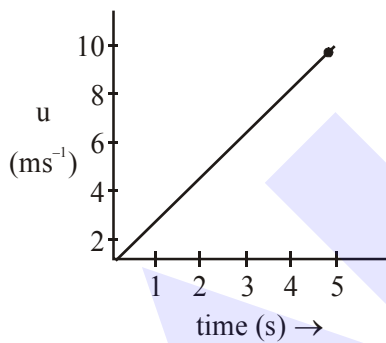
$$(1) \frac{1}{2k} \tan^{-1} \frac{ku^2}{g}$$

$$(2) \frac{1}{2k} \ln \left(1 + \frac{ku^2}{g} \right)$$

$$(3) \frac{1}{k} \tan^{-1} \frac{ku^2}{2g}$$

$$(4) \frac{1}{k} \ln \left(1 + \frac{ku^2}{2g} \right)$$

10. दिये गये ग्राफ में एक कण की गति का समय के साथ होने वाला परिवर्तन दिखाया गया है। समय अन्तराल $t = 0$ से $t = 5s$ में इस कण द्वारा चली गई दूरी (मीटर में) का मान होगा।



11. विरामावस्था से एक हेलीकॉप्टर धरती से ऊपर की तरफ एक स्थिर त्वरण g से उठता है। जब हेलीकॉप्टर h ऊँचाई पर पहुँचता है तो उससे एक खाने का पैकेट छोड़ा जाता है। इस पैकेट को धरती पर पहुँचने में लगे समय का मान होगा :

[यहाँ g गुरुत्वीय त्वरण है]

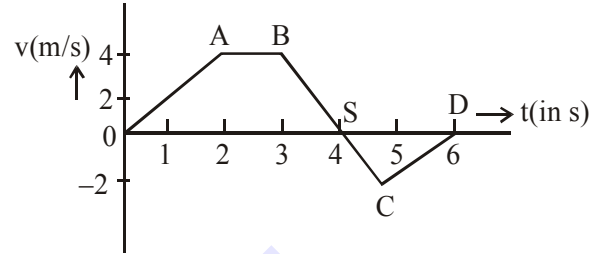
$$(1) t = \sqrt{\frac{2h}{3g}}$$

$$(2) t = 1.8 \sqrt{\frac{h}{g}}$$

$$(3) t = 3.4 \sqrt{\left(\frac{h}{g}\right)}$$

$$(4) t = \frac{2}{3} \sqrt{\left(\frac{h}{g}\right)}$$

12. सरल रेखा में गतिशील एक पिण्ड का समय (t) के साथ वेग (v) को दिये गये ग्राफ में दर्शाया गया है। बिन्दु S , 4.333 सेकण्ड पर है। पिण्ड द्वारा $6s$ में तय की गयी कुल दूरी होगी :



- (1) 12m (2) $\frac{49}{4}$ m
(3) 11 m (4) $\frac{37}{3}$ m

13. एक ड्राइवर को लगता है कि, जब कार विरामावस्था में (रूकी हुई) है, तो वर्षा की बूंदें ऊर्ध्वाधर गिर रही हैं, और यदि कार v चाल से चलती है, तो बूंदें, क्षैतिज से 60° कोण पर आती हैं। कार की चाल को बढ़ाकर $(1 + \beta)v$ करने पर यह कोण 45° हो जाता है, तो β का मान लगभग है -

- (1) 0.41 (2) 0.50
(3) 0.37 (4) 0.73

SOLUTION

1. NTA Ans. (580.00)

Sol. $x = 10 + 8t - 3t^2$

$v_x = 8 - 6t$

$(v_x)_{t=1} = 2\hat{i}$

$y = 5 - 8t^3$

$v_y = -24t^2$

$(v_y)_{t=1} = -24\hat{j}$

Now

$\sqrt{v} = \sqrt{(24)^2 + (2)^2} = \sqrt{580}$

$\therefore v = 580 \text{ m}^2/\text{s}^2$

2. NTA Ans. (1)

Sol. $\vec{r}(t) = \cos \omega t \hat{i} + \sin \omega t \hat{j}$

On diff. we get

$\vec{v} = -\omega \sin \omega t \hat{i} + \omega \cos \omega t \hat{j}$

$\vec{a} = -\omega^2 \vec{r}$

$\vec{v} \cdot \vec{r} = 0$

3. NTA Ans. (8 or 2888)

Sol. Time to travel 81 m is t sec.

Time to travel 100 m is $t + \frac{1}{2}$ sec.

$81 = \frac{1}{2} \times a \times t^2 \Rightarrow t = 9\sqrt{\frac{2}{a}}$

$100 = \frac{1}{2} \times a \times \left(t + \frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow t + \frac{1}{2} = 10\sqrt{\frac{2}{a}}$

$9\sqrt{\frac{2}{a}} + \frac{1}{2} = 10\sqrt{\frac{2}{a}}$

$\frac{1}{2} = \sqrt{\frac{2}{a}}$

$a = 8 \text{ m/s}^2$

4. NTA Ans. (3.00)

Sol. $x = \sqrt{at^2 + 2bt + c}$

Differentiating w.r.t. time

$\frac{dx}{dt} = v = \frac{1}{2\sqrt{at^2 + 2bt + c}} \times (2at + 2b)$

$\Rightarrow v = \frac{at + b}{x}$

$\Rightarrow vx = at + b$

Differentiating w.r.t. x

$\Rightarrow \frac{dv}{dx} \times x + v = a \times \frac{dt}{dx}$

Multiply both side by v

$\Rightarrow \left(v \frac{dv}{dx}\right) x + v^2 = a$

$\Rightarrow a'x = a - v^2$ [Here a' is acceleration]

$\Rightarrow a'x = a - \left(\frac{at + b}{x}\right)^2$

$\Rightarrow a'x = \frac{ax^2 - (at + b)^2}{x^2}$

$\Rightarrow a'x = \frac{a(at^2 + 2bt + c) - (at + b)^2}{x^2}$

$\Rightarrow a'x = \frac{ac - b^2}{x^2}$

$\Rightarrow a' = \frac{ac - b^2}{x^3}$

$\therefore a' \propto \frac{1}{x^3} \therefore n = 3$

5. NTA Ans. (3)

Sol. $x = u_x t + \frac{1}{2} a_x t^2$

$$y = u_y t + \frac{1}{2} a_y t^2$$

$$32 = 0 \times t + \frac{1}{2} (4) (t)^2$$

$$t^2 = 16$$

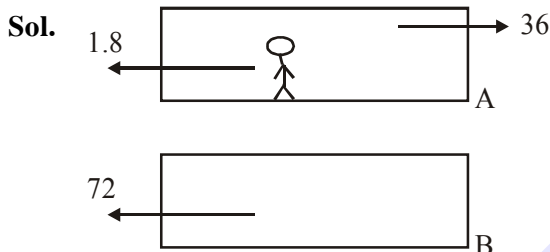
$$t = 4 \text{ sec}$$

$$x = 3 \times 4 + \frac{1}{2} \times 6 \times 4^2$$

$$= 12 + 48 = 60 \text{ m}$$

∴ Correct answer (3)

6. Official Ans. by NTA (2)



Velocity of man with respect to ground

$$\vec{V}_{m/g} = \vec{V}_{m/A} + \vec{V}_A = -1.8 + 36$$

Velocity of man w.r.t. B

$$\begin{aligned} \vec{V}_{m/B} &= \vec{V}_m - \vec{V}_B \\ &= -1.8 + 36 - (-72) \\ &= 106.2 \text{ km/hr} \\ &= 29.5 \text{ m/s} \end{aligned}$$

7. Official Ans. by NTA (3)

Sol. Given $\vec{u} = 5\hat{j} \text{ m/s}$, $\vec{a} = 10\hat{i} + 4\hat{j}$, final coordinate $(20, y_0)$ in time t

$$S_x = u_x t + \frac{1}{2} a_x t^2$$

$$20 - 0 = 0 + \frac{1}{2} \times 10 \times t^2$$

$$t = 2 \text{ sec}$$

$$S_y = u_y \times t + \frac{1}{2} a_y t^2$$

$$y_0 = 5 \times 2 + \frac{1}{2} \times 4 \times 2^2 = 18 \text{ m}$$

2 sec and 18 m

8. Official Ans. by NTA (3)

Sol. Velocity at ground (means zero height) is non-zero therefore one is incorrect and velocity versus height is non-linear therefore two is also incorrect.

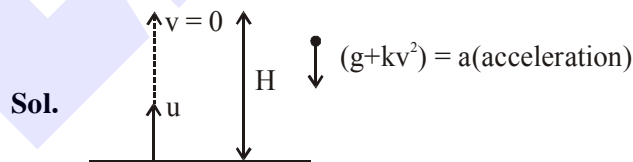
$$v^2 = 2gh$$

$$v \frac{dv}{dh} = 2g = \text{const.}$$

$$\frac{dv}{dh} = \frac{\text{constant}}{v}$$

Here we can see slope is very high when velocity is low therefore at Maximum height the slope should be very large which is in option 3 and as velocity increases slope must decrease there for option 3 is correct.

9. Official Ans. by NTA (2)



$$\vec{F} = mkv^2 - mg$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = -[kv^2 + g]$$

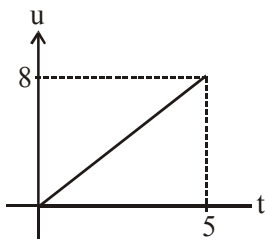
$$\Rightarrow v \cdot \frac{dv}{dh} = -[kv^2 + g]$$

$$\Rightarrow \int_u^0 \frac{v \cdot dv}{kv^2 + g} = - \int_0^H dh$$

$$\frac{1}{2K} \ln [kv^2 + g]_u^0 = -H$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2K} \ln \left[\frac{ku^2 + g}{g} \right] = H$$

10. Official Ans. by NTA (20)

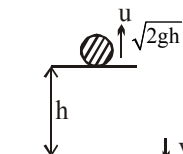
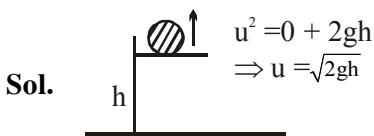


Sol.

$$\text{Distance} = \int v \, dt$$

$$\text{Area under graph} = \frac{1}{2} \times 5 \times 8 = 20$$

11. Official Ans. by NTA (3)



$$v^2 = u^2 + 2as$$

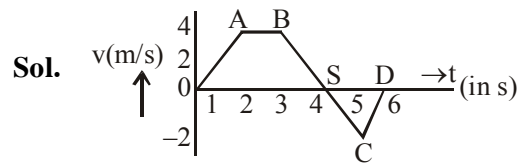
$$v^2 = 2gh + 2gh$$

$$v = \sqrt{4gh}$$

$$\Rightarrow \sqrt{4gh} = \sqrt{2gh} + gt$$

$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{4h}{g}} - \sqrt{\frac{2h}{g}} \Rightarrow 3.4 \sqrt{\frac{h}{g}}$$

12. Official Ans. by NTA (4)



Sol.

$$OS = 4 + \frac{1}{3} = \frac{13}{3}$$

$$SD = 2 - \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$$

Area of OABS is A_1
Area of SCD is A_2
Distance = $|A_1| + |A_2|$

$$A_1 = \frac{1}{2} \left[\frac{13}{3} + 1 \right] 4 = \frac{32}{3}$$

$$A_2 = \frac{1}{2} \times \frac{5}{3} \times 2 = \frac{5}{3}$$

Distance = $|A_1| + |A_2|$

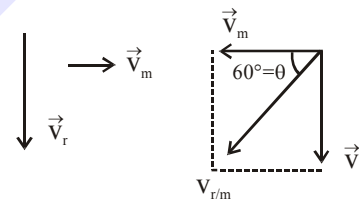
$$= \frac{32}{3} + \frac{5}{3}$$

$$= \frac{37}{3}$$

13. Official Ans. by NTA (4)

Sol. Rain is falling vertically downwards.

$$\vec{v}_{r/m} = \vec{v}_r - \vec{v}_m$$



$$\tan 60^\circ = \frac{v_r}{v_m} = \sqrt{3}$$

$$v_r = v_m \sqrt{3} = v \sqrt{3}$$

Now, $v_m = (1 + \beta)v$

and $\theta = 45^\circ$

$$\tan 45^\circ = \frac{v_r}{v_m} = 1$$

$$v_r = v_m$$

$$v \sqrt{3} = (1 + \beta)v$$

$$\sqrt{3} = 1 + \beta$$

$$\Rightarrow \beta = \sqrt{3} - 1 = 0.73$$

