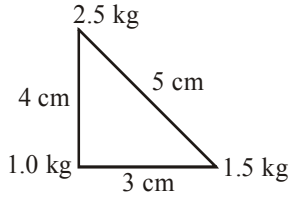


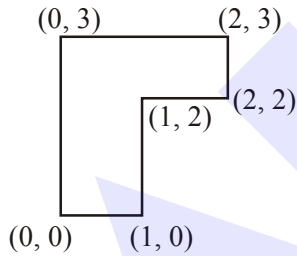
CENTRE OF MASS & COLLISION

1. एक समकोण त्रिभुज जिसकी तीन भुजाएँ 4.0 cm, 3.0 cm और 5.0 cm लम्बी है, के कोनों पर 1.0 kg, 1.5 kg और 2.5 kg द्रव्यमान के तीन कण रखे हुए हैं (चित्र देखें)। इस निकाय का संहति केन्द्र जिस बिन्दु पर है वह :



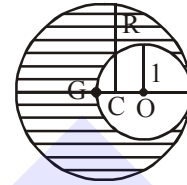
- (1) 1kg द्रव्यमान के 1.5 cm दायी ओर और 1.2 cm ऊपर की ओर है।
 (2) 1kg द्रव्यमान के 0.9 cm दायी ओर और इससे 2.0 cm ऊपर की ओर है।
 (3) 1kg द्रव्यमान के 0.6 cm दायी ओर और 2.0 cm ऊपर की ओर है।
 (4) 1kg द्रव्यमान के 2.0 cm दायी ओर और 0.9 cm ऊपर की ओर है।

2. चित्र में दिखाये गये झण्डे के आकार के 4 kg द्रव्यमान वाले एक समतल एकसमान प्लेट के संहति केन्द्र के निर्देशक बिन्दु होंगे :



- (1) (1.25m, 1.50m) (2) (1m, 1.75m)
 (3) (0.75m, 0.75m) (4) (0.75m, 1.75m)
3. द्रव्यमान $m = 0.1 \text{ kg}$ का एक पिण्ड A का आरम्भिक वेग $3\hat{i} \text{ ms}^{-1}$ है। यह प्रत्यास्थ तरीके से समान द्रव्यमान के दूसरे पिण्ड B से टकराता है जिसका आरम्भिक वेग $5\hat{j} \text{ ms}^{-1}$ है। टकराने के बाद, पिण्ड A $\vec{v} = 4(\hat{i} + \hat{j})$ वेग से चल रहा है और पिण्ड B की ऊर्जा $\frac{x}{10} \text{ J}$ है x का मान है _____।

4. दिखाये गये चित्रानुसार जब R त्रिज्या के एक एकसमान गोले में (गोले का केन्द्र C पर है) 1 त्रिज्या की एक गुहिका (cavity) बनाई जाती है (गुहिका का केन्द्र O पर है) तो बचे हुए हिस्से (छायादित) का द्रव्यमान केन्द्र C बिन्दु (जो कि गुहिका की सतह पर है) है। ऐसे में R का मान निम्न में से कौन सी समीकरण द्वारा ज्ञात किया जा सकता है ?



- (1) $(R^2 - R + 1)(2 - R) = 1$
 (2) $(R^2 + R - 1)(2 - R) = 1$
 (3) $(R^2 + R + 1)(2 - R) = 1$
 (4) $(R^2 - R - 1)(2 - R) = 1$
5. m द्रव्यमान के एक कण को धरातल से h ऊँचाई से छोड़ा जाता है। उसी समय पर समान द्रव्यमान के एक कण को धरातल से ऊर्ध्वाधर दिशा में ऊपर की ओर $\sqrt{2gh}$ गति से प्रक्षेपित करा जाता है। यदि ये दो कण आमने-सामने (head-on) पूर्णतः अप्रत्यास्थ रूप से टकराते हों तो जुड़े हुए कणों को $\sqrt{\frac{h}{g}}$ की इकाई मानते हुए धरातल तक पहुँचने में लगने वाला समय होगा।

- (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\sqrt{\frac{1}{2}}$
 (3) $\sqrt{\frac{3}{4}}$ (4) $\sqrt{\frac{3}{2}}$

6. समान द्रव्यमान m के दो कणों का प्रारम्भिक वेग $u\hat{i}$ और $u\left(\frac{\hat{i} + \hat{j}}{2}\right)$ है ये कण पूर्णतः अप्रत्यास्थ रूप से टकराते हैं। इस प्रक्रिया में होने वाली ऊर्जा की क्षति है :

- (1) $\frac{3}{4}mu^2$ (2) $\frac{1}{8}mu^2$
 (3) $\sqrt{\frac{2}{3}}mu^2$ (4) $\frac{1}{3}mu^2$

7. लम्बाई L की एक छड़ का रेखीय द्रव्यमान घनत्व $\rho(x)$ असमान है और इसका मान $\rho(x) = a + b \left(\frac{x}{L}\right)^2$ है। यहाँ पर a और b स्थिरांक है और $0 \leq x \leq L$ छड़ के द्रव्यमान केन्द्र के लिये x का मान होगा :

(1) $\frac{4}{3} \left(\frac{a+b}{2a+3b}\right)L$ (2) $\frac{3}{2} \left(\frac{a+b}{2a+b}\right)L$

(3) $\frac{3}{2} \left(\frac{2a+b}{3a+b}\right)L$ (4) $\frac{3}{4} \left(\frac{2a+b}{3a+b}\right)L$

8. द्रव्यमान m के एक कण को u गति से क्षैतिज दिशा (इसे x -अक्ष लें) से $\theta = \frac{\pi}{3}$ कोण बनाते हुए प्रक्षेपित किया जाता है। अपनी अधिकतम ऊँचाई पर पहुँचने पर यह कण समान द्रव्यमान के एक दूसरे कण, जिसका वेग $u \hat{i}$ है, से पूर्णतः अप्रत्यास्थ रूप से टकराता है। संयुक्त कणों द्वारा धरती पर पहुँचने से पहले क्षैतिज दिशा में चली गयी दूरी होगी :

(1) $\frac{3\sqrt{2}}{4} \frac{u^2}{g}$ (2) $2\sqrt{2} \frac{u^2}{g}$

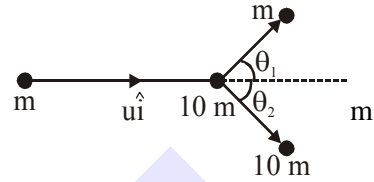
(3) $\frac{3\sqrt{3}}{8} \frac{u^2}{g}$ (4) $\frac{5}{8} \frac{u^2}{g}$

9. द्रव्यमान m का एक कण जिसका आरम्भिक वेग $u \hat{i}$ है $3m$ द्रव्यमान के एक कण से, जो कि विरामावस्था में है, प्रत्यावस्था टक्कर करता है। यदि टक्कर के बाद m द्रव्यमान वाला कण $v \hat{j}$ वेग से चल रहा हो, तो v का मान है :

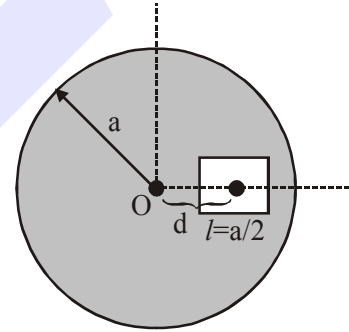
(1) $v = \sqrt{\frac{2}{3}}u$ (2) $v = \frac{1}{\sqrt{6}}u$

(3) $v = \frac{u}{\sqrt{3}}$ (4) $v = \frac{u}{\sqrt{2}}$

10. द्रव्यमान m का एक कण x अक्ष का आरम्भिक वेग $u \hat{i}$ से चल रहा है। यह द्रव्यमान $10 m$ के विरामावस्था में रखे हुए एक कण से प्रत्यास्थ टक्कर करता है और तत्पश्चात यह अपनी आरम्भिक गतिज ऊर्जा की आधी ऊर्जा से चलता है (चित्र देखें)। यदि $\sin \theta_1 = \sqrt{n} \sin \theta_2$ तो n का मान है _____.



11. त्रिज्या a की एक वृत्ताकार डिस्क केन्द्र 'O' से $d = \frac{a}{2}$ दूरी पर $l = \frac{a}{2}$ भुजा का एक वर्गाकार छिद्र काटा जाता है। यदि बचे हुए हिस्से का संहति-केन्द्र O से $-\frac{a}{X}$ दूरी पर हो तो X किस पूर्णांक के निकटतम है _____.



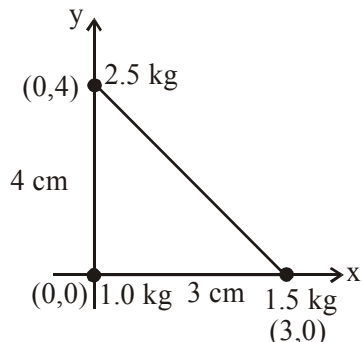
12. द्रव्यमान 1.9 kg का एक गुटका एक 1 m ऊँची मेज के किनारे पर रखा हुआ है। द्रव्यमान 0.1 kg की एक गोली इस गुटके से टकराती है इससे चिपक जाती है। यदि टकराने से ठीक पहले गोली का वेग क्षैतिज दिशा में 20 m/s है तो धरातल पर टकराने से ठीक पहले गोली और गुटके के संयुक्त निकाय की गतिज ऊर्जा होगी : [$g = 10 \text{ m/s}^2$ लें]। यह माने कि कोई घूर्णन गति नहीं है और टक्कर के बाद ऊर्जा की कोई क्षति नहीं होती है]

(1) 21 J (2) 23 J (3) 19 J (4) 20 J

SOLUTION

1. NTA Ans. (2)

Sol.

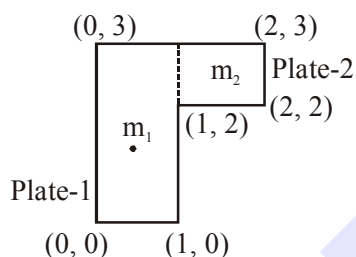


Let 1 kg as origin and x-y axis as shown

$$x_{cm} = \frac{1(0) + 1.5(3) + 2.5(0)}{5} = 0.9 \text{ cm}$$

$$y_{cm} = \frac{1(0) + 1.5(0) + 2.5(4)}{5} = 2 \text{ cm}$$

2. NTA Ans. (4)

Sol. $m_1 = 3 \text{ kg}$ $m_2 = 1 \text{ kg}$ 

Mass of plate-1 is assumed to be concentrated at (0.5, 1.5)

Mass of plate-2 is assumed to be concentrated at (1.5, 2.5).

$$x_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} = \frac{3 \times 0.5 + 1 \times 1.5}{4} = 0.75$$

$$y_{cm} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2}{m_1 + m_2} = \frac{3 \times 1.5 + 1 \times 2.5}{4} = 1.75$$

3. NTA Ans. (1.00)

Sol. By conservation of linear momentum :

$$(0.1)(3\hat{i}) + (0.1)(5\hat{j}) = (0.1)(4)(\hat{i} + \hat{j}) + (0.1)\vec{v}$$

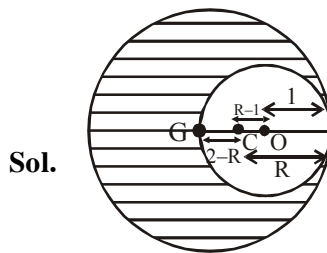
$$\Rightarrow \vec{v} = -\hat{i} + \hat{j}$$

 \therefore Speed of B after collision $|\vec{v}| = \sqrt{2}$

$$\text{Now, kinetic energy} = \frac{1}{2} m V^2 = \frac{1}{2} (0.1)(2) = \frac{1}{10}$$

 $\therefore x = 1$

4. NTA Ans. (3)



Sol.

By concept of COM

$$m_1 R_1 = m_2 R_2$$

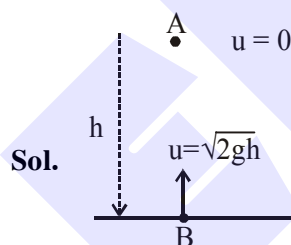
Remaining mass $\times (2-R) = \text{cavity mass} \times (R-1)$

$$\left(\frac{4}{3} \pi R^3 \rho - \frac{4}{3} \pi 1^3 \rho \right) (2-R) = \frac{4}{3} \pi 1^3 \rho \times (R-1)$$

$$(R^3 - 1)(2-R) = R - 1$$

$$(R^2 + R + 1)(2-R) = 1$$

5. NTA Ans. (4)

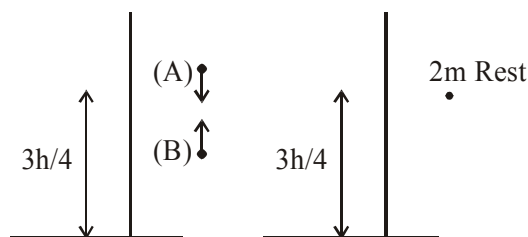


Sol.

Particles will collide after time $t_0 = \frac{h}{\sqrt{2gh}}$ at collision, $v_A = gt_0$ $v_B = u_B - gt_0$ $\Rightarrow v_A = -v_B$

Before collision

After collision



Time taken by combined mass to reach the ground

$$\text{time} = \sqrt{\frac{2 \times 3h/4}{g}} = \sqrt{\frac{3h}{2g}}$$

6. NTA Ans. (2)

Sol. From momentum conservation

$$m\hat{i} + m\left(\frac{\hat{i} + \hat{j}}{2}\right) = (m + m)\vec{v}$$

$$\Rightarrow \vec{v} = \frac{3}{4}u\hat{i} + \frac{u}{4}\hat{j}$$

$$\Rightarrow |v| = \frac{u}{4}\sqrt{10}$$

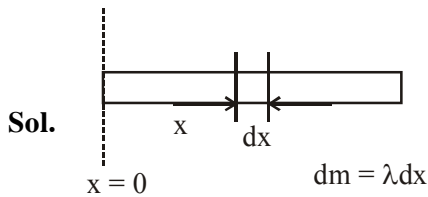
$$\text{Final kinetic energy} = \frac{1}{2}2m\left(\frac{u}{4}\sqrt{10}\right)^2 = \frac{5}{8}mu^2$$

Initial kinetic energy

$$= \frac{1}{2}mu^2 + \frac{1}{2}m\left(\frac{u}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{6}{8}mu^2$$

$$\text{Loss in K.E.} = k_i - k_f = \frac{1}{8}mu^2$$

7. NTA Ans. (4)



Sol.

$$x_{cm} = \frac{\int x dm}{\int dm} = \frac{\int (\lambda dx)x}{\int dm}$$

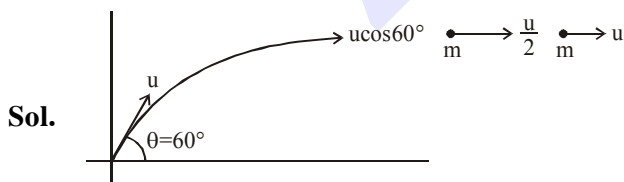
$$= \frac{\int_0^L \left(a + \frac{bx^2}{L^2}\right) x dx}{\int_0^L \left(a + \frac{bx^2}{L^2}\right) dx}$$

$$= \frac{\frac{aL^2}{2} + \frac{b}{L^2} \cdot \frac{L^4}{4}}{aL + \frac{b}{L^2} \cdot \frac{L^3}{3}}$$

$$= \frac{\left(\frac{4a+2b}{8}\right)L}{\frac{(3a+b)}{3}} = \frac{3(2a+b)L}{4(3a+b)}$$

\(\therefore\) correct answer 4

8. NTA Ans. (3)



Sol.

By momentum conservation,

$$\frac{mu}{2} + mu = 2mv'$$

$$v' = \frac{3v}{4}$$

$$\text{Range after collision} = \frac{3v}{4}\sqrt{\frac{2H}{g}}$$

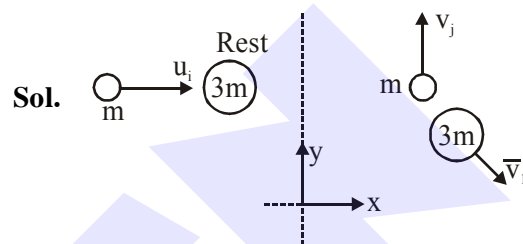
$$= \frac{3v}{4}\sqrt{\frac{2 \cdot u^2 \sin^2 60^\circ}{g \cdot 2g}}$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{4 \cdot 2} \cdot \frac{u^2}{g} = \frac{3\sqrt{3}u^2}{8g}$$

\(\therefore\) Correct answer (3)

9. Official Ans. by NTA (4)

Before collision After collision



Sol.

From momentum conservation

$$\vec{P}_i = \vec{P}_f$$

$$m(ui) + 3m(0) = mv_j + 3m\vec{v}_1$$

$$mui - mv_j = 3m\vec{v}_1$$

$$\vec{v}_1 = \frac{ui - v_j}{3}$$

$$\text{or } |v_1| = \frac{\sqrt{u^2 + v^2}}{3}$$

$$\text{or } v_1^2 = \frac{u^2 + v^2}{9} \dots(1)$$

As collision is perfectly elastic hence

$$k_i = k_f$$

$$\frac{1}{2}mu^2 + \frac{1}{2}3m0^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}3mv_1^2$$

$$\Rightarrow u^2 = v^2 + 3v_1^2$$

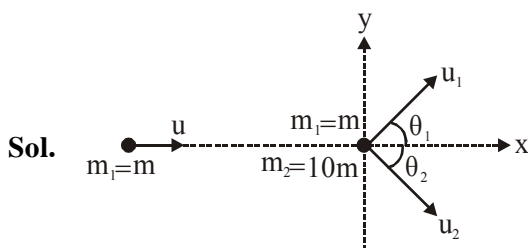
$$u^2 = v^2 + 3\frac{(u^2 + v^2)}{9}$$

$$\Rightarrow 3u^2 = 3v^2 + u^2 + v^2$$

$$\Rightarrow 2u^2 = 4v^2$$

$$v = \frac{u}{\sqrt{2}}$$

10. Official Ans. by NTA (10.00)



By momentum conservation along y :

$$m_1 u_1 \sin \theta_1 = m_2 u_2 \sin \theta_2$$

$$\text{i.e. } m u_1 \sin \theta_1 = 10 m u_2 \sin \theta_2$$

$$\Rightarrow \boxed{u_1 \sin \theta_1 = 10 u_2 \sin \theta_2} \quad \dots(i)$$

$$k f_{m_1} = \frac{1}{2} k i_{m_1} \quad \text{i.e. } \frac{1}{2} m u_1^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} m u^2$$

$$\text{i.e. } \boxed{u_1 = \frac{u}{\sqrt{2}}} \quad \dots(ii)$$

Also collision is elastic : $k_i = k_f$

$$\frac{1}{2} m u^2 = \frac{1}{2} m u_1^2 + \frac{1}{2} \cdot 10 m \cdot u_2^2$$

$$\frac{1}{2} m u^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} m u^2 + \frac{1}{2} \times 10 m \cdot u_2^2$$

$$\frac{1}{4} m u^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times m u_2^2$$

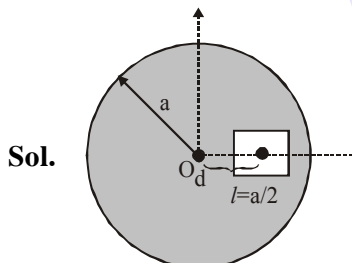
$$\boxed{u_2 = \frac{u}{\sqrt{20}}} \quad \dots(iii)$$

Putting (ii) & (iii) in (i)

$$\frac{u}{\sqrt{2}} \sin \theta_1 = 10 \cdot \frac{u}{\sqrt{20}} \sin \theta_2$$

$$\boxed{\sin \theta_1 = \sqrt{10} \sin \theta_2} \rightarrow \text{Hence } n = 10$$

11. Official Ans. by NTA (23.00)



$$X_{\text{com}} = \frac{m_1 x_1 - m_2 x_2}{m_1 - m_2}$$

where :

- ♦ m_1 = mass of complete disc
- ♦ m_2 = removed mass

♦ Let σ = surface mass density of disc material

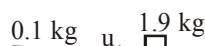
$$\text{wrt 'O'} : X_{\text{com}} = \frac{\sigma \pi a^2 (O) - \sigma \cdot \frac{a^2}{4} \cdot d}{\sigma \pi a^2 - \sigma \frac{a^2}{4}} = \frac{-\frac{a^2}{4} d}{\pi a^2 - \frac{a^2}{4}}$$

$$= \frac{-d}{4\pi - 1} = -\frac{a}{2(4\pi - 1)}$$

$$\text{So, } X = 2(4\pi - 1) = (8\pi - 2) = 23.12$$

So, nearest integer value of $X = 23$

12. Official Ans. by NTA (1)



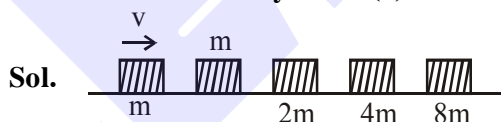
Sol.

$$p_i = p_f \Rightarrow 0.1 \times 20 = 2v$$

$$\therefore v = 1 \text{ m/s}$$

$$KE_f = mgh + \frac{1}{2} m v^2 = 213$$

13. Official Ans. by NTA (4)



All collisions are perfectly inelastic, so after the final collision, all blocks are moving together. So let the final velocity be v' , so on applying momentum conservation:

$$m v = 16 m v' \Rightarrow v' = v/16$$

$$\text{Now initial energy } E_i = \frac{1}{2} m v^2$$

$$\text{Final energy : } E_f = \frac{1}{2} \times 16 m \times \left(\frac{v}{16}\right)^2$$

$$\Rightarrow E_f = \frac{1}{2} m \frac{v^2}{16}$$

$$\text{Energy loss : } E_i - E_f \Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m \frac{v^2}{16}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 \left[1 - \frac{1}{16}\right] \Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 \left[\frac{15}{16}\right]$$

$$\%P = \frac{\text{Energy loss}}{\text{Original energy}} \times 100$$

$$= \frac{\frac{1}{2} m v^2 \left[\frac{15}{16}\right]}{\frac{1}{2} m v^2} \times 100 = 93.75\%$$

\Rightarrow Value of P is close to 94.

14. Official Ans. by NTA (4)

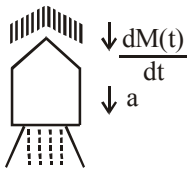
Sol. $\frac{dm(t)}{dt} = bv^2$

$F_{thrust} = v \frac{dm}{dt}$

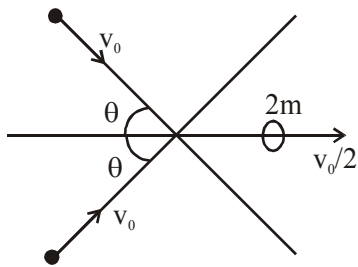
Force on statellile = $-\vec{v} \frac{dm(t)}{dt}$

$M(t) a = -v (bv^2)$

$a = a \frac{bv^3}{M(t)}$



15. Official Ans. by NTA (120.00)



Sol.

Momentum conservation along x

$2mv_0 \cos\theta = 2m \frac{v_0}{2}$

$\cos\theta = \frac{1}{2}$

$\theta = 60$

Angle is $2\theta = 120$

Ans. 120.00

16. Official Ans. by NTA (4)

Sol. $\vec{v}_{01} = (\sqrt{3}\hat{i} + \hat{j}) m/s$

$\vec{v}_{02} = \vec{0}$

$m_1 = 2m_2$

After collision, $\vec{v}_1 = (\hat{i} + \sqrt{3}\hat{j}) m/s$

$\vec{v}_2 = ?$

Applying conservation of linear momentum,

$m_1\vec{v}_{01} + m_2\vec{v}_{02} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$

$2m_2(\sqrt{3}\hat{i} + \hat{j}) + 0 = 2m_2(\hat{i} + \sqrt{3}\hat{j}) + m_2\vec{v}_2$

$\vec{v}_2 = 2(\sqrt{3}\hat{i} + \hat{j}) - 2(\hat{i} + \sqrt{3}\hat{j})$

$= 2(\sqrt{3}\hat{i} - \hat{j}) + 2(\hat{i} - \sqrt{3}\hat{j})$

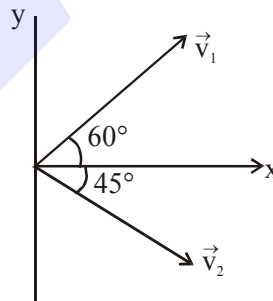
$\vec{v}_2 = 2(\sqrt{3} - 1)(\hat{i} - \hat{j})$

for angle between \vec{v}_1 & \vec{v}_2 ,

$\cos\theta = \frac{\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2}{|\vec{v}_1| |\vec{v}_2|} = \frac{2(\sqrt{3}-1)(1-\sqrt{3})}{2 \times 2\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)}$

$\cos\theta = \frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \Rightarrow \theta = 105^\circ$

or



17. Official Ans. by NTA (3.00)

Sol. $x = \frac{3R}{8} = 3cm$

$x = 3$

