

**TRIGONOMETRIC EQUATION**

- समीकरण  $\log_{\frac{1}{2}} |\sin x| = 2 - \log_{\frac{1}{2}} |\cos x|$  के अंतराल  $[0, 2\pi]$  में भिन्न हलों की संख्या है \_\_\_\_\_।
- यदि समीकरण  $\cos^4\theta + \sin^4\theta + \lambda = 0$  के  $\theta$  में वास्तविक हल है, तो  $\lambda$  निम्न में से किस अन्तराल में स्थित है?

(1)  $\left[-\frac{3}{2}, -\frac{5}{4}\right]$                       (2)  $\left[-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right]$

(3)  $\left[-\frac{5}{4}, -1\right]$                       (4)  $\left[-1, -\frac{1}{2}\right]$

- माना  $a, b, c \in \mathbb{R}$ , जिनके लिए  $a^2 + b^2 + c^2 = 1$  है।  
यदि  $a \cos\theta = b \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) = c \cos\left(\theta + \frac{4\pi}{3}\right)$  है,  
जबकि  $\theta = \frac{\pi}{9}$  है, तो सदिशों  $a\hat{i} + b\hat{j} + c\hat{k}$  तथा  $b\hat{i} + c\hat{j} + a\hat{k}$  के बीच का कोण है :

(1)  $\frac{\pi}{2}$                                       (2) 0

(3)  $\frac{\pi}{9}$                                       (4)  $\frac{2\pi}{3}$

## SOLUTION

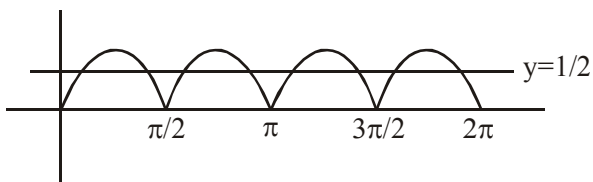
## 1. NTA Ans. (8.00)

$$\text{Sol. } \log_{1/2} |\sin x| = 2 - \log_{1/2} |\cos x|; x \in [0, 2\pi]$$

$$\Rightarrow \log_{1/2} |\sin x| + \log_{1/2} |\cos x| = 2$$

$$\Rightarrow \log_{1/2} (|\sin x \cos x|) = 2$$

$$\Rightarrow |\sin x \cos x| = \frac{1}{4} \Rightarrow |\sin 2x| = \frac{1}{2}$$



$\Rightarrow$  8 solutions

## 2. Official Ans. by NTA (4)

$$\text{Sol. } \lambda = -(\sin^4 \theta + \cos^4 \theta)$$

$$\lambda = -(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)^2 - 2\sin^2 \theta \cos^2 \theta$$

$$\lambda = \frac{\sin^2 2\theta}{2} - 1$$

$$\frac{\sin^2 2\theta}{2} \in \left[0, \frac{1}{2}\right]$$

$$\lambda \in \left[-1, -\frac{1}{2}\right]$$

## 3. Official Ans. by NTA (1)

$$\text{Sol. } \cos \phi = \frac{\bar{p} \cdot \bar{q}}{|\bar{p}| |\bar{q}|} = \frac{ab + bc + ca}{a^2 + b^2 + c^2} = \frac{\Sigma ab}{1}$$

$$= abc \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$$

$$= \frac{abc}{\lambda} \left( \cos \theta + \cos \left( \theta + \frac{2\pi}{3} \right) + \cos \left( \theta + \frac{4\pi}{3} \right) \right)$$

$$= \frac{abc}{\lambda} \left( \cos \theta + 2 \cos \left( \theta + \pi \right) \cos \frac{\pi}{3} \right)$$

$$= \frac{abc}{\lambda} (\cos \theta - \cos \theta) = 0$$

$$\phi = \frac{\pi}{2}$$