STATISTICS

1. यदि आठ संख्याओं 3, 7, 9, 12, 13, 20, x तथा y के माध्य तथा प्रसरण क्रमशः 10 तथा 25 हैं, तो $x \cdot y$ बराबर हैं________

2. यदि प्रथम n प्राकृत संख्याओं का प्रसरण 10 है और प्रथम m सम-प्राकृत संख्याओं का प्रसरण 16 है, तो m + n बराबर है________ ।

3. 20 प्रेक्षणों के माध्य तथा प्रसरण क्रमशः 10 तथा 4 पाये गये। पुनः जाँच करने पर पाया गया कि एक प्रेक्षण 9 गलत था सही प्रेक्षण 11 था। तो सही प्रसरण है :

(1) 3.99 (2) 3.98
(3) 4.02 (4) 4.01

4. 10 प्रेक्षणों के माध्य तथा मानक विचलन क्रमशः 20 तथा 2 हैं। इन 10 प्रेक्षणों में से प्रत्येक को p से गुणा करने के पश्चात प्रत्येक में से q कम किया गया, जहाँ $p \neq 0$ तथा $q \neq 0$ हैं। यदि नए माध्य तथा मानक विचलन के मान अपने मूल मानों के आधे हैं, तो q का मान हैं :

(1) –20 (2) 10 (3) –10 (4) –5

5. माना प्रेक्षण $x_i (1 \le i \le 10)$ समीकरणों $\sum_{i=1}^{10}(x_i - 5) = 10$ तथा $\sum_{i=1}^{10}(x_i - 5)^2 = 40$ को संतुष्ट करते है। यदि μ तथा λ प्रेक्षणों $x_1 - 3, x_2 - 3, ..., x_{10} - 3$ के क्रमशः माध्य तथा प्रसरण है, तो क्रमित युग्म (μ, λ) बराबर है :

(1) (6, 6) (2) (3, 6)
(3) (6, 3) (4) (3, 3)

6. माना $X = \{x \in N : 1 \le x \le 17\}$ तथा $Y = \{ax + b: x \in X$ तथा $a, b \in R, a > 0\}$ हैं। यदि Y के अवयवों के माध्य तथा प्रसरण क्रमशः 17 तथा 216 हैं, तो a + b बराबर है :

(1) –7 (2) 7
(3) 9 (4) –27

7. यदि $b_1, b_2, b_3, ... b_{11}$ एक वर्धमान A.P. है और इसके पदों का प्रसरण 90 है, तो इस A.P. का सार्व अन्तर है ________

8. बारंबारता बंटन

चर (x) :	x_1	x_2	x_3 .....x_{15}
बारंबारता (f) :	f_1	f_2	f_3 ....f_{15}

जहाँ $0 < x_1 < x_2 < x_3 < .... < x_{15} = 10$ तथा $\sum_{i=1}^{15} f_i > 0$ है, का मानक विचलन, निम्न में से कौन-सा नहीं हो सकता ?

(1) 2 (2) 1
(3) 4 (4) 6

9. माना यादृच्छिक चर X के दस प्रेक्षण x_i $(1 \le i \le 10)$ हैं। यदि $\sum_{i=1}^{10}(x_i - p) = 3$ तथा $\sum_{i=1}^{10}(x_i - p)^2 = 9$, जबकि $0 \neq p \in R$ है, तो इन प्रेक्षणों का मानक विचलन है :

(1) $\sqrt{\frac{3}{5}}$ (2) $\frac{7}{10}$

(3) $\frac{9}{10}$ (4) $\frac{4}{5}$

10. 8 प्रेक्षणों का माध्य तथा प्रसरण क्रमशः 10 तथा 13.5 है। यदि इनमें से 6 प्रेक्षण 5, 7, 10, 12, 14, 15 हैं, तो शेष दो प्रेक्षणों का निरपेक्ष अन्तर होगा :

(1) 7 (2) 3
(3) 5 (4) 9

11. यदि निम्न बारंबारता बंटन :

वर्ग :	10–20	20–30	30–40
बारंबारता :	2	x	2

का प्रसरण 50 है, तो x का मान है ____।

12. 7 प्रेक्षणों का माध्य तथा प्रसरण क्रमशः 8 तथा 16 हैं। यदि पाँच क्रमशः प्रेक्षण 2, 4, 10, 12, 14 हैं, तो शेष दो प्रेक्षणों का निरपेक्ष अंतर है :

(1) 2 (2) 4
(3) 3 (4) 1

13. यदि आँकड़ों 3, 5, 7, a, b का माध्य तथा मानक विचलन क्रमशः 5 तथा 2 हैं, तो a तथा b जिस समीकरण के मूल हैं, वह है :

(1) $2x^2 - 20x + 19 = 0$
(2) $x^2 - 10x + 19 = 0$
(3) $x^2 - 10x + 18 = 0$
(4) $x^2 - 20x + 18 = 0$

14. यदि $\sum_{i=1}^{n}(x_i - a) = n$ तथा $\sum_{i=1}^{n}(x_i - a)^2 = na$, $(n,a > 1)$ हैं, तो n प्रेक्षणों $x_1, x_2, ..., x_n$ का मानक विचलन है :

(1) $n\sqrt{a-1}$

(2) $\sqrt{a-1}$

(3) a − 1

(4) $\sqrt{n(a-1)}$

15. आंकड़े जिनमें x के मानों 0, 2, 4, 8, ..., 2^n की बारंबारता क्रमशः: ${}^nC_0, {}^nC_1, {}^nC_2, ..., {}^nC_n$ है, पर विचार कीजिए। यदि इन आंकड़ों का माध्य $\frac{728}{2^n}$ है, तो n बराबर है _________।

SOLUTION

1. NTA Ans. (54.00)

Sol. $\frac{3+7+9+12+13+20+x+y}{8}=10$

$x + y = 16$

$\frac{\Sigma x^2}{n}-\left(\frac{\Sigma x}{n}\right)^2=25$

$3^2 + 7^2 + 9^2 + 12^2 + 13^2 + 20^2 + x^2 + y^2 = 1000$

$x^2 + y^2 = 148$

$xy = 54$

2. NTA Ans. (18)

Sol. Variance of first 'n' natural numbers $=\frac{n^2-1}{12}=10$

$\Rightarrow n = 11$

and variance of first 'm' even natural numbers

$= 4\left(\frac{m^2-1}{12}\right)\Rightarrow\frac{m^2-1}{3}=16\Rightarrow m=7$

$m + n = 18$

3. NTA Ans. (1)

Sol. $\frac{\sum x_i}{20}=10 \Rightarrow \Sigma x_i = 200$

...(i)

$\frac{\sum x_i^2}{20}-100=4 \Rightarrow \Sigma x_i^2 = 2080$

...(ii)

Actual mean $=\frac{200-9+11}{20}=\frac{202}{20}$

Variance $=\frac{2080-81+121}{20}-\left(\frac{202}{20}\right)^2=3.99$

(1) Option

4. NTA Ans. (1)

Sol. $20p - q = 10$ ...(i)

and $2|p| = 1 \Rightarrow p=\pm\frac{1}{2}$ ...(ii)

so, $p=-\frac{1}{2}$ and $q = -20$

5. NTA Ans. (4)

Sol. $\sum_{i=1}^{10}(x_i-5)=10$

$\Rightarrow$ Mean of observation $x_i-5=\frac{1}{10}\sum_{i=1}^{3}(x_i-5)=1$

$\Rightarrow \mu$ = mean of observation $(x_i - 3)$

= (mean of observation $(x_i - 5)$) + 2

= 1 + 2 = 3

Variance of observation

$x_i-5=\frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10}(x_i-5)^2$

$-$ (Mean of $(x_i - 5))^2 = 3$

$\Rightarrow \lambda$ = variance of observation $(x_i - 3)$

= variance of observation $(x_i - 5) = 3$

$\therefore (\mu, \lambda) = (3, 3)$

6. Official Ans. by NTA (1)

Sol. σ^2 = variance

μ = mean

$$\sigma^2=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2}{n}$$

$\mu = 17$

$\Rightarrow \frac{\sum_{x=1}^{17}(ax+b)}{17}=17$

$\Rightarrow$ $9a + b = 17$ ....(1)

$\sigma^2 = 216$

$\Rightarrow \frac{\sum_{x=1}^{17}(ax+b-17)^2}{17}=216$

$\Rightarrow \frac{\sum_{x=1}^{17}a^2(x-9)^2}{17}=216$

$\Rightarrow$ $a^2 81 - 18 \times 9a^2 + a^2\ 3 \times (35) = 216$

$\Rightarrow$ $a^2 = \frac{216}{24} = 9$ $\Rightarrow$ $a = 3$ $(a > 0)$

$\Rightarrow$ From (1), $b = -10$

So, a + b = –7

7. Official Ans. by NTA (3.00)

Sol. Let a be the first term and d be the common difference of the given A.P. Where d > 0

$$\bar{X} = a + \frac{0 + d + 2d + ... + 10d}{11}$$

$= a + 5d$

$\Rightarrow$ varience $= \frac{\Sigma(\bar{X} - x_i)^2}{11}$

$\Rightarrow 90 \times 11 = (25d^2 + 16d^2 + 9d^2 + 4d^2) \times 2$

$\Rightarrow d = \pm 3 \Rightarrow d = 3$

8. Official Ans. by NTA (4)

Sol. $\because \sigma^2 \le \frac{1}{4}(M - m)^2$

Where M and m are upper and lower bounds of values of any random variable.

$\therefore\ \sigma^2 < \frac{1}{4}(10 - 0)^2$

$\Rightarrow 0 < \sigma < 5$

$\therefore\ \sigma \neq 6.$

9. Official Ans. by NTA (3)

Sol. $\text{Variance} = \frac{\Sigma(x_i - p)^2}{n} - \left(\frac{\Sigma(x_i - p)}{n}\right)^2$

$= \frac{9}{10} - \left(\frac{3}{10}\right)^2 = \frac{81}{100}$

S.D. $= \frac{9}{10}$

10. Official Ans. by NTA (1)

Sol. $\bar{x} = 10$

$\Rightarrow \bar{x} = \frac{63 + a + b}{8} = 10 \Rightarrow a + b = 17 \quad ...(1)$

Since, variance is independent of origin.
So, we subtract 10 from each observation.

So, $\sigma^2 = 13.5 = \frac{79 + (a - 10)^2 + (b - 10)^2}{8} - (10 - 10)^2$

$\Rightarrow a^2 + b^2 - 20(a + b) = -171$

$\Rightarrow a^2 + b^2 = 169 \quad ...(2)$

From (i) & (ii) ; a = 12 & b = 5

11. Official Ans. by NTA (4)

Sol. $\because$ Variance is independent of shifting of origin

$\Rightarrow$

x_i :	15	25	35	or	–10	0	10
f_i :	2	x	2		2	x	2

$\Rightarrow$ Variance $(\sigma^2) = \frac{\Sigma x_i^2 f_i}{\Sigma f_i} - (\bar{x})^2$

$\Rightarrow 50 = \frac{200 + 0 + 200}{x + 4} - 0 \quad \{\bar{x} = 0\}$

$\Rightarrow 200 + 50x = 200 + 200$

$\Rightarrow x = 4$

12. Official Ans. by NTA (1)

Sol. $\bar{x} = \frac{2 + 4 + 10 + 12 + 14 + x + y}{7} = 8$

x + y = 14
.....(i)

$(\sigma)^2 = \frac{\sum (x_i)^2}{n} - \left(\frac{\sum x_i}{n}\right)^2$

$16 = \frac{4 + 16 + 100 + 144 + 196 + x^2 + y^2}{7} - 8^2$

$16 + 64 = \frac{460 + x^2 + y^2}{7}$

$560 = 460 + x^2 + y^2$

$x^2 + y^2 = 100 \quad ....(ii)$

Clearly by (i) and (ii), $|x - y| = 2$

Ans. 1

13. Official Ans. by NTA (2)

Sol. Mean = 5

$\frac{3 + 5 + 7 + a + b}{5} = 5$

$a + b = 10 \quad ....(i)$

S.d. $= 2 \Rightarrow \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{5}(x_i - \bar{x})^2}{5}} = 2$

$(3-5)^2 + (5-5)^2 + (7-5)^2 + (a-5)^2 + (b-5)^2 = 20$

$\Rightarrow 4 + 0 + 4 + (a-5)^2 + (b-5)^2 = 20$

$a^2 + b^2 - 10(a+b) + 50 = 12$

$(a+b)^2 - 2ab - 100 + 50 = 12$

$ab = 19$ ....(ii)

Equation is $x^2 - 10x + 19 = 0$

14. Official Ans. by NTA (2)

Sol. $$\text{S.D} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-a)}{n} - \left(\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-a)}{n}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{na}{n} - \left(\frac{n}{n}\right)^2}$$

$$\left\{\text{Given } \sum_{i=1}^{n}(x_i-a) = n \quad \sum_{i=1}^{n}(x_i-a)^2 = na\right\}$$

$$= \sqrt{a-1}$$

15. Official Ans. by NTA (6.00)

Sol.

x	0	2	4	8		2^n
f	${}^nC_0$	${}^nC_1$	${}^nC_2$	${}^nC_3$		${}^nC_n$

$$\text{Mean} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{\sum_{r=1}^{n} 2^r\ {}^nC_r}{\sum_{r=0}^{n} {}^nC_r}$$

$$\text{Mean} = \frac{(1+2)^n - {}^nC_0}{2^n} = \frac{728}{2^n}$$

$$\Rightarrow \frac{3^n - 1}{2^n} = \frac{728}{2^n}$$

$$\Rightarrow 3^n = 729 \Rightarrow n = 6$$