PROBABILITY

1. एक कार्यशाला में पाँच मशीनें हैं तथा उनमें से एक दिन किसी एक के खराब होने की प्रायिकया $\frac{1}{4}$ है यदि किसी एक दिन अधिकतम दो मशीनें खराब होने की प्रायिकता $\left(\frac{3}{4}\right)^3 k$ है, तो k बराबर है :

(1) $\frac{17}{2}$ (2) 4

(3) $\frac{17}{8}$ (4) $\frac{17}{4}$

2. एक अनभिनत सिक्के को पाँच बार उछाला जाता है। माना, एक चर X को, k = 3, 4, 5 के लिए, मान k दिया जाता है तब सिक्के पर क्रमागत k चित्त आएं तथा अन्य सभी स्थितियों में X का मान –1 है, तो X का अपेक्षित मान है:

(1) $\frac{3}{16}$ (2) $-\frac{3}{16}$

(3) $\frac{1}{8}$ (4) $-\frac{1}{8}$

3. माना A तथा B दो घटनायें इस प्रकार हैं कि दोनों में से मात्र एक के होने की प्रायिकता $\frac{2}{5}$ है A या B के होने की प्रायिकता $\frac{1}{2}$ है, तो दोनों के एक साथ होने की प्रायिकता है :-

(1) 0.02 (2) 0.01

(3) 0.20 (4) 0.10

4. माना A तथा B दो ऐसी स्वतंत्र घटनाएँ हैं कि $P(A)=\frac{1}{3}$ तथा $P(B)=\frac{1}{6}$ हैं, तो निम्न में से कौन सा **सत्य** है?

(1) $P(A/B)=\frac{2}{3}$

(2) $P(A/(A\cup B))=\frac{1}{4}$

(3) $P(A/B')=\frac{1}{3}$

(4) $P(A'/B')=\frac{1}{3}$

5. एक यादृच्छिक चर X का प्रायिकता बंटन निम्न है :

X :	1	2	3	4	5
P(X) :	K^2	2K	K	2K	$5K^2$

तो $P(X > 2)$ बराबर है :

(1) $\frac{7}{12}$ (2) $\frac{23}{36}$

(3) $\frac{1}{36}$ (4) $\frac{1}{6}$

6. यदि 10 भिन्न गेंदें, 4 भिन्न बक्सों में यादृच्छया रखी जानी हैं, तो इनमें से दो बक्सों में मात्र 2 तथा 3 गेंदों के होने की प्रायिकता है :

(1) $\frac{945}{2^{11}}$ (2) $\frac{965}{2^{11}}$

(3) $\frac{945}{2^{10}}$ (4) $\frac{965}{2^{10}}$

7. एक बक्से में 20 कार्ड है जिनमे से 10 पर A अंकित किया गया है तथा शेष 10 पर B अंकित किया गयाहै। बक्से में से यादृच्छया एक के बाद एक (प्रतिस्थापना सहित) कार्ड तब तक निकाले गए जब तक कि दूसरा A से अंकित कार्ड न जा जाए। दूसरे A से अंकित कार्ड के तीसरे B से अंकित कार्ड से पहले आने की प्रायिकता है :

(1) $\frac{11}{16}$ (2) $\frac{13}{16}$

(3) $\frac{9}{16}$ (4) $\frac{15}{16}$

8. बक्से I में 30 कार्ड हैं जिन पर 1 से 30 तक की संख्याएँ अंकित हैं जबकि बक्से II में 20 कार्ड हैं जिन पर 31 से 50 तक की संख्याएँ अंकित हैं। यादृच्छया एक बक्सा चुना जाता है, तथा उसमें से एक कार्ड निकाला जाता है। यह पाया जाता है कि इस कार्ड की अंकित संख्या अभाज्य संख्या नहीं है। इस कार्ड के बक्से I से निकाले जाने की प्रायिकता है :

(1) $\frac{8}{17}$ (2) $\frac{2}{3}$

(3) $\frac{4}{17}$ (4) $\frac{2}{5}$

9. माना E^C घटना E का पूरक है। यदि कोई तीन घटनाएं E_1, E_2 तथा E_3 युग्मों में स्वतंत्र है, तथा $P(E_1) > 0$ तथा $P(E_1 \cap E_2 \cap E_3) = 0$ तो $P(E_2^C \cap E_3^C / E_1)$ बराबर है -

(1) $P(E_3^C) - P(E_2)$ (2) $P(E_2^C) + P(E_3)$

(3) $P(E_3^C) - P(E_2^C)$ (4) $P(E_3) - P(E_2^C)$

10. एक पासा दो बार फेंका जाता है तथा पासों पर आयी संख्याओं का योगफल 4 का एक गुणज है। तो संख्या 4 के कम से कम एक बार आने की सप्रतिबंध प्रायिकता है:

(1) $\frac{1}{8}$ (2) $\frac{1}{9}$

(3) $\frac{1}{3}$ (4) $\frac{1}{4}$

11. यादृच्छया चुनी गई पाँच अंकों की एक संख्या के मात्र दो अंकों से बनाई गई होने की प्रायिकता है:

(1) $\frac{121}{10^4}$ (2) $\frac{150}{10^4}$

(3) $\frac{135}{10^4}$ (4) $\frac{134}{10^4}$

12. एक व्यक्ति के द्वारा किसी लक्ष्य को भेदने की प्रायिकता $\frac{1}{10}$ है। आवश्यक शॉट की न्यूनतम संख्या, ताकि कम से कम एक बार लक्ष्य को मारने की प्रायिकता $\frac{1}{4}$ से अधिक हो, होगी

13. एक खेल में दो खिलाड़ी A तथा B बारी बारी से अनभिनत पासों के युग्म को फेंकते हैं, जबकि खिलाड़ी A खेल आरम्भ करता है, तथा प्रत्येक बार दोनों पासों पर आए अंकों का योग नोट किया जाता है यदि B द्वारा फेंके गए पासों के अंको का योग 7 आने से पहले A द्वारा फेंके एक पासों के अंकों का योग 6 आ जाता है, तो A जीतता है जबकि A द्वारा फेंके गए पासों के अंकों का योग 6 आने से पहले, B द्वारा फेंके गए पासों के अंकों का योग 7 आ जाता है, तो B जीतता है। किसी भी एक खिलाड़ी का जीतने पर खेल समाप्त हो जाता है। A के खेल को जीतने की प्रायिक्रता है :

(1) $\frac{31}{61}$ (2) $\frac{5}{6}$

(3) $\frac{5}{31}$ (4) $\frac{30}{61}$

14. चार अनभिनत पासों को 27 बार स्वतंत्र रूप से फेंका जाता है। तो कम से कम दो पासों के तीन या पाँच दर्शाने की संभावना कितनी बार है ?

15. बमों के एक आक्रमण में, एक बम के लक्ष्य पर प्रहार करने की संभावना 50% है। लक्ष्य को पूरी तरह से नष्ट करने के लिए कम से कम दो स्वतंत्र प्रहारों की आवश्यकता है, तो लक्ष्य को पूरी तरह से नष्ट करने की संभावना कम से कम 99% सुनिश्चित करने के लिए गिराए जाने वाले बमों की न्यूनतम संख्या है _______।

16. तीन तीन सदस्यों वाले दो परिवारों तथा चार सदस्यों वाले एक परिवार के सदस्यों को एक पंक्ति में बिठाना है। उन्हें कितने तरीकों से बिठाया जा सकता है जबकि एक ही परिवार के सदस्य अलग न हों ?

(1) 2!3!4! (2) $(3!)^3.(4!)$

(3) $(3!)^2.(4!)$ (4) $3!(4!)^3$

17. 11 क्रमागत प्राकृत संख्याओं में से यदि तीन संख्याएँ यादृच्छया बिना प्रतिस्थापना के निकाली जाती हैं तो इन तीन संख्याओं के समांतर श्रेढ़ी, जिनका सार्वअन्तर धनात्मक है, में होने की प्रायिकता है :

(1) $\frac{15}{101}$ (2) $\frac{5}{101}$

(3) $\frac{5}{33}$ (4) $\frac{10}{99}$

18. तीन घटनाओं A, B तथा C की प्रायिकताएं $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.4$ तथा $P(C) = 0.5$ है। यदि $P(A \cup B) = 0.8$, $P(A \cap C) = 0.3$, $P(A \cap B \cap C) = 0.2$, $P(B \cap C) = \beta$ तथा $P(A \cup B \cup C) = \alpha$, जहाँ $0.85 \le \alpha \le 0.95$, तो β निम्न में से किस अंतराल में है :

(1) [0.36, 0.40] (2) [0.35, 0.36]

(3) [0.25, 0.35] (4) [0.20, 0.25]

SOLUTION

1. NTA Ans. (3)

Sol. Probability that at most 2 machines are out of service

$$= {}^5C_0\left(\frac{3}{4}\right)^5 + {}^5C_1\left(\frac{3}{4}\right)^4\left(\frac{1}{4}\right) + {}^5C_2\left(\frac{3}{4}\right)^3\left(\frac{1}{4}\right)^2$$

$$= \left(\frac{3}{4}\right)^4 \times \frac{17}{8} \Rightarrow k = \frac{17}{8}$$

2. NTA Ans. (3)

Sol.

k	0	1	2	3	4	5
P(k)	$\frac{1}{32}$	$\frac{12}{32}$	$\frac{11}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

Expected value $= \sum XP(k)$

$$-\frac{1}{32}-\frac{12}{32}-\frac{11}{32}+\frac{15}{32}+\frac{8}{32}+\frac{5}{32}$$

$$=\frac{28-24}{32}=\frac{4}{32}=\frac{1}{8}$$

3. NTA Ans. (4)

Sol. $P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) = \frac{2}{5}$

$P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{2}$

$P(A \cap B) = \frac{1}{10}$

(4) Option

4. NTA Ans. (3)

Sol. (1) $P(A/B) = P(A) = \frac{1}{3}$

(2) $P(A/(A \cup B)) = \frac{P(A \cap (A \cup B))}{P(A \cup B)} = \frac{P(A)}{P(A \cup B)}$

$$= \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}+\frac{1}{6}-\frac{1}{18}} = \frac{3}{4}$$

(3) $P(A/B') = P(A) = \frac{1}{3}$

(4) $P(A'/B') = P(A') = \frac{2}{3}$

5. NTA Ans. (2)

Sol. $\sum P(X) = 1 \Rightarrow K^2 + 2K + K + 2K + 5K^2 = 1$

$\Rightarrow 6K^2 + 5K - 1 = 0 \Rightarrow (6K - 1)(K + 1) = 0$

$\Rightarrow K = -1$ (rejected) $\Rightarrow K = \frac{1}{6}$

$P(X > 2) = K + 2K + 5K^2 = \frac{23}{36}$

6. NTA Ans. (3)

ALLEN Ans. (BONUS)

Note: Interpretating the given question, we find an answer that does not match with any of the given options. So, it should be bonus, but NTA retained the answer as option(3).

Sol. 10 different balls in 4 different boxes.

10

2,3,0,5   2,3,1,4   2,3,2,3

$$\frac{1}{4^{10}}\left(4!\times\frac{10!}{2!\times3!\times0!\times5!}+4!\times\frac{10!}{2!\times3!\times1!\times4!}+4!\times\frac{10!}{(2!)^2\times2!\times(3!)^2\times2!}\right)$$

$$= \frac{17\times945}{2^{15}}$$

7. NTA Ans. (1)

Sol. A : Event when card A is drawn

B : Event when card B is drawn.

$P(A) = P(B) = \frac{1}{2}$

Required probability = P(AA or (AB)A or (BA)A or (ABB)A or (BAB)A or (BBA)A)

$$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)\times 2+\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)\times 3$$

$$=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{3}{16}=\frac{11}{16}$$

8. Official Ans. by NTA (1)

Sol. Let B_1 be the event where Box–I is selected.

& $B_2 \rightarrow$ where box-II selected

$$P(B_1) = P(B_2) = \frac{1}{2}$$

Let E be the event where selected card is non prime.

For B_1 : Prime numbers :

{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29}

For B_2 : Prime numbers :

{31, 37, 41, 43, 47}

$$P(E) = P(B_1) \times P\left(\frac{E}{B_1}\right) + P(B_2)P\left(\frac{E}{B_2}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\times\frac{20}{30}+\frac{1}{2}\times\frac{15}{20}$$

Required probability :

$$P\left(\frac{B_1}{E}\right)=\frac{\frac{1}{2}\times\frac{20}{30}}{\frac{1}{2}\times\frac{20}{30}+\frac{1}{2}\times\frac{15}{20}}=\frac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{3}+\frac{3}{4}}=\frac{8}{17}$$

9. Official Ans. by NTA (1)

Sol. Given E_1, E_2, E_3 are pairwise indepedent events so $P(E_1 \cap E_2) = P(E_1).P(E_2)$

and $P(E_2 \cap E_3) = P(E_2).P(E_3)$

and $P(E_3 \cap E_1) = P(E_3).P(E_1)$

& $P(E_1 \cap E_2 \cap E_3) = 0$

Now $P\left(\frac{\bar{E}_2\cap\bar{E}_3}{E_1}\right)=\frac{P\left[E_1\cap(\bar{E}_2\cap\bar{E}_3)\right]}{P(E_1)}$

$$=\frac{P(E_1)-\left[P(E_1\cap E_2)+P(E_1\cap E_3)-P(E_1\cap E_2\cap E_3)\right]}{P(E_1)}$$

$$=\frac{P(E_1)-P(E_1).P(E_2)-P(E_1)P(E_3)-0}{P(E_1)}$$

$= 1 - P(E_2) - P(E_3)$

$= [1 - P(E_3)] - P(E_2)$

$= P(E_3^C) - P(E_2)$

10. Official Ans. by NTA (2)

Sol. A : Sum obtained is a multiple of 4.

A = {(1, 3), (2, 2), (3, 1), (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2), (6, 6)}

B : Score of 4 has appeared at least once.

B = {(1, 4), (2, 4), (3, 4), (4, 4), (5, 4), (6, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 5), (4, 6)}

Required probability = $P\left(\frac{B}{A}\right)=\frac{P(B\cap A)}{P(A)}$

$$=\frac{1/36}{9/36}=\frac{1}{9}$$

11. Official Ans. by NTA (3)

Sol. First Case: Choose two non-zero digits ${}^9C_2$

Second Case : Number of 5-digit numbers containing both digits = $2^5 - 2$

Choose one non-zero & one zero as digit = ${}^9C_1$

Number of 5-digit numbers containg one non zero and one zero both = $(2^4 - 1)$

$\therefore$ Required prob.

$$= \frac{\left({}^9C_2 \times \left(2^5 - 2\right) + {}^9C_1 \times \left(2^4 - 1\right)\right)}{9 \times 10^4}$$

$$= \frac{36 \times (32-2) + 9 \times (16-1)}{9 \times 10^4}$$

$$= \frac{4 \times 30 + 15}{10^4} = \frac{135}{10^4}$$

12. Official Ans. by NTA (3)

Sol. We have, 1 – (probability of all shots result in failure) > $\frac{1}{4}$

$$\Rightarrow 1 - \left(\frac{9}{10}\right)^n > \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4} > \left(\frac{9}{10}\right)^n \Rightarrow n \geq 3$$

13. Official Ans. by NTA (4)

Sol. $P(6) = \frac{1}{6}$, $P(7) = \frac{5}{36}$

P(A) = W + FFW + FFFFW + ...

$$= \frac{1}{6} + \frac{5}{6} \times \frac{31}{36} \times \frac{1}{6} + \left(\frac{5}{6}\right)^2 \left(\frac{31}{36}\right)^2 \frac{1}{6} + \ldots$$

$$= \frac{\frac{1}{6}}{1 - \frac{155}{216}} = \frac{36}{61}$$

14. Official Ans. by NTA (11)

Sol. 4 dice are independently thrown. Each die has probability to show 3 or 5 is

$$p = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$\therefore q = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ (not showing 3 or 5)

Experiment is performed with 4 dices independently.

$\therefore$ Their binomial distribution is

$(q + p)^4 = (q)^4 + {}^4C_1 q^3p + {}^4C_2 q^2p^2 + {}^4C_3 qp^3 + {}^4C_4p^4$

$\therefore$ In one throw of each dice probability of showing 3 or 5 at least twice is

$$= p^4 + {}^4C_3\, qp^3 + {}^4C_2 q^2p^2 = \frac{33}{81}$$

$\therefore$ Such experiment performed 27 times

$\therefore$ so expected out comes = np

$$= \frac{33}{81} \times 27$$

= 11

15. Official Ans. by NTA (11.00)

Sol. $P(H) = \frac{1}{2}$

$$P(\bar{H}) = \frac{1}{2}$$

Let total 'n' bomb are required to destroy the target

$$1 - {}^nC_n\left(\frac{1}{2}\right)^n - {}^nC_1\left(\frac{1}{2}\right)^n \geq \frac{99}{100}$$

$$1 - \frac{1}{2^n} - \frac{n}{2^n} \geq \frac{99}{100}$$

$$\frac{1}{100} \geq \frac{n+1}{2^n}$$

Now check for value of n

$\boxed{n = 11}$

16. Official Ans. by NTA (2)

Sol. Total numbers in three familes = 3 + 3 + 4 = 10

so total arrangement = 10!

Family 1	Family 2	Family 3
3	3	4

Favourable cases

$= \underset{\text{Arrangement of 3 Families}}{3!} \quad \underset{\text{Interval Arrangement of families members}}{3! \times 3! \times 4!}$

$\therefore$ Probability of same family memebers are together $= \frac{3!\,3!\,3!\,4!}{10!} = \frac{1}{700}$

so option(2) is correct.

17. Official Ans. by NTA (3)

Sol. Out of 11 consecutive natural numbers either 6 even and 5 odd numbers or 5 even and 6 odd numbers

when 3 numbers are selected at random then total cases = ${}^{11}C_3$

Since these 3 numbers are in A.P. Let no's are a,b,c

2b $\Rightarrow$ even number

$a + c \Rightarrow \begin{pmatrix} \text{even} + \text{even} \\ \text{odd} \ + \text{odd} \end{pmatrix}$

so favourable cases = ${}^{6}C_2 + {}^{5}C_2$

= 15 + 10 = 25

P(3 numbers are in A.P. $= \frac{25}{{}^{11}C_3} = \frac{25}{165} = \frac{5}{33}$)

18. Official Ans. by NTA (3)

Sol. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$0.8 = 0.6 + 0.4 - P(A \cap B)$

$P(A \cap B) = 0.2$

$P(A \cup B \cup C) = \Sigma P(A) - \Sigma P(A \cap B) + P(A \cap B \cap C)$

$\alpha = 1.5 - (0.2 + 0.3 + \beta) + 0.2$

$\alpha = 1.2 - \beta \in [0.85, 0.95]$

(where $\alpha \in [0.85, 0.95]$)

$\beta \in [0.25, 0.35]$