

MATHEMATICAL REASONING

- माना A, B, C तथा D चार अरिक्त समुच्चय हैं तो कथन "यदि $A \subseteq B$ तथा $B \subseteq D$, तो $A \subseteq C$ " का प्रतिधनात्मक कथन है :
 - यदि $A \subseteq C$, तो $B \subset A$ अथवा $D \subset B$
 - यदि $A \not\subseteq C$, then $A \not\subseteq B$ अथवा $B \not\subseteq D$
 - यदि $A \not\subseteq C$, then $A \subseteq B$ तथा $B \subseteq D$
 - यदि $A \not\subseteq C$, then $A \not\subseteq B$ तथा $B \subseteq D$
- तर्कसंगत कथन $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow \sim p)$ निम्न कथनों में से किसके तुल्य है?
 - p
 - q
 - $\sim p$
 - $\sim q$
- निम्न में से कौन सा कथन एक पुनरुक्ति है ?
 - $\sim(p \vee \sim q) \rightarrow p \vee q$
 - $\sim(p \wedge \sim q) \rightarrow p \vee q$
 - $\sim(p \vee \sim q) \rightarrow p \wedge q$
 - $p \vee (\sim q) \rightarrow p \wedge q$
- निम्न में से कौन सा कथन एक पुनरुक्ति है?
 - $P \wedge (P \vee Q)$
 - $P \vee (P \wedge Q)$
 - $Q \rightarrow (P \wedge (P \rightarrow Q))$
 - $(P \wedge (P \rightarrow Q)) \rightarrow Q$
- यदि $p \rightarrow (p \wedge \sim q)$ असत्य है, तो p तथा q के क्रमशः सत्यमान है :
 - F, T
 - T, T
 - F, F
 - T, F
- कथन :

' $\sqrt{5}$ एक पूर्णांक है या 5 अपरिमेय है' का निषेधन है:

 - $\sqrt{5}$ अपरिमेय है या 5 एक पूर्णांक है।
 - $\sqrt{5}$ एक पूर्णांक नहीं है और 5 अपरिमेय नहीं है।
 - $\sqrt{5}$ एक पूर्णांक है और 5 अपरिमेय है।
 - $\sqrt{5}$ एक पूर्णांक नहीं है और 5 अपरिमेय नहीं है।
- कथन "यदि मैं समय पर स्टेशन पहुँचता हूँ, तो मैं रेलगाड़ी पकड़ लूँगा" का प्रतिधनात्मक कथन है :
 - यदि मैं रेलगाड़ी पकड़ लूँगा, तो मैं समय पर स्टेशन पहुँचता हूँ
 - यदि मैं रेलगाड़ी नहीं पकड़ूँगा, तो मैं समय पर स्टेशन नहीं पहुँचता हूँ।
 - यदि मैं स्टेशन समय पर नहीं पहुँचता, तो मैं रेलगाड़ी नहीं पकड़ पाऊँगा।
 - यदि मैं स्टेशन समय पर नहीं पहुँचता, तो मैं रेलगाड़ी पकड़ लूँगा।
- निम्न में से कौनसा कथन पुनरुक्ति है?
 - $(\sim p) \wedge (p \vee q) \rightarrow q$
 - $(q \rightarrow p) \vee \sim(p \rightarrow q)$
 - $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
 - $(\sim q) \vee (p \wedge q) \rightarrow q$
- साध्य (proposition) $p \rightarrow \sim(p \wedge \sim q)$ निम्न में से किसके तुल्य है?
 - $(\sim p) \vee q$
 - q
 - $(\sim p) \wedge q$
 - $(\sim p) \vee (\sim q)$
- यदि p, q, तथा r ऐसे तीन कथन हैं कि कथन $(p \wedge q) \rightarrow (\sim q \vee r)$ का सत्यमान F है, तो p, q, r के क्रमशः सत्यमान हैं :
 - T, F, T
 - F, T, F
 - T, T, F
 - T, T, T
- दिये गये निम्न दो कथन :

$(S_1) : (q \vee p) \rightarrow (p \leftrightarrow \sim q)$ पुनरुक्ति है।

$(S_2) : \sim q \wedge (\sim p \leftrightarrow q)$ व्याघात है।

तब

 - केवल (S_1) सही होगा।
 - दोनों (S_1) तथा (S_2) सही होंगे।
 - दोनों (S_1) तथा (S_2) सही नहीं होंगे।
 - केवल (S_2) सही होगा।

12. कथन,
'यदि एक फलन f , a पर अवकलनीय है तो यह a पर संतत भी है'
का प्रतिधनात्मक कथन है :-
- (1) यदि एक फलन f , a पर संतत है तो यह a पर अवकलनीय नहीं है।
(2) यदि एक फलन f , a पर संतत नहीं है तो यह a पर अवकलनीय है।
(3) यदि एक फलन f , a पर संतत नहीं है तो यह a पर अवकलनीय नहीं है।
(4) यदि एक फलन f , a पर संतत है तो यह a पर अवकलनीय है।
13. बूले के व्यंजक $x \leftrightarrow \sim y$ का निषेधन निम्न में से किसके समतुल्य है?
- (1) $(\sim x \wedge y) \vee (\sim x \wedge \sim y)$
(2) $(x \wedge \sim y) \vee (\sim x \wedge y)$
(3) $(x \wedge y) \vee (\sim x \wedge \sim y)$
(4) $(x \wedge y) \wedge (\sim x \vee \sim y)$
14. कथन $(p \rightarrow (q \rightarrow p)) \rightarrow (p \rightarrow (p \vee q))$:
(1) एक विरोधोक्ति है।
(2) $(p \wedge q) \vee (\sim q)$ के समतुल्य है।
(3) एक पुनरुक्ति है।
(4) $(p \vee q) \wedge (\sim p)$ के समतुल्य है।
15. बूले के व्यंजक (Boolean expression) $p \vee (\sim p \wedge q)$ का निषेधन (Negation) निम्न में से किसके तुल्य है ?
(1) $\sim p \vee \sim q$ (2) $\sim p \vee q$
(3) $\sim p \wedge \sim q$ (4) $p \wedge \sim q$
16. कथन पर विचार कीजिए :
"एक पूर्णांक n के लिए, यदि $n^3 - 1$ सम है तो n विषम है।" इस कथन का प्रतिधनात्मक (contrapositive) कथन है :
(1) एक पूर्णांक n के लिए, यदि $n^3 - 1$ सम नहीं है, तो n विषम नहीं है।
(2) एक पूर्णांक n के लिए, यदि n सम है, तो $n^3 - 1$ विषम है।
(3) एक पूर्णांक n के लिए, यदि n विषम है, तो $n^3 - 1$ सम है।
(4) एक पूर्णांक n के लिए, यदि n सम है, तो $n^3 - 1$ सम है।

SOLUTION

1. NTA Ans. (2)

Sol. Contrapositive of $p \rightarrow q$ is $\sim q \rightarrow \sim p$
 $(A \subseteq B) \wedge (B \subseteq D) \longrightarrow (A \subseteq C)$
 Contrapositive is
 $\sim(A \subseteq C) \longrightarrow \sim(A \subseteq B) \vee \sim(B \subseteq D)$
 $A \not\subseteq C \rightarrow (A \not\subseteq B) \vee (B \not\subseteq D)$

2. NTA Ans. (3)

Sol. $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow \sim p)$
 $\equiv (\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee \sim p)$
 $\equiv \sim p \vee (q \wedge \sim q)$
 $\equiv \sim p \vee C \equiv \sim p$

3. NTA Ans. (1)

Sol. $\sim(p \vee \sim q) \rightarrow p \vee q$
 $(\sim p \wedge q) \rightarrow p \vee q$
 $\sim\{(\sim p \wedge q) \wedge (\sim p \wedge \sim q)\}$
 $\sim(\sim p \wedge f)$
 (1) Option

4. NTA Ans. (4)

Sol. (1) $P \wedge (P \vee Q) \equiv P$
 (2) $P \vee (P \wedge Q) \equiv P$
 (3) $Q \rightarrow (P \wedge (P \rightarrow Q))$
 $\equiv Q \rightarrow (P \wedge (\sim P \vee Q)) \equiv Q \rightarrow (P \wedge Q)$
 $\equiv (\sim Q) \vee (P \wedge Q) \equiv (P \vee (\sim Q))$
 (4) $(P \wedge (P \rightarrow Q)) \rightarrow Q$
 $\equiv (P \wedge (\sim P \vee Q)) \rightarrow Q \equiv (P \wedge Q) \rightarrow Q$
 $\equiv ((\sim P) \vee (\sim Q)) \vee Q \equiv (\sim P) \vee t \equiv t$

5. NTA Ans. (2)

Sol. $p \rightarrow (p \wedge \sim q)$ is F $\Rightarrow p$ is T & $p \wedge \sim q$ is F $\Rightarrow q$ is T
 $\therefore p$ is T, q is T

6. NTA Ans. (2)

Sol. $p = \sqrt{5}$ is an integer.
 $q : 5$ is irrational
 $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$
 $= \sqrt{5}$ is not an integer and 5 is not irrational.

7. Official Ans. by NTA (3)

Sol. Let p denotes statement
 $p : I$ reach the station in time.
 $q : I$ will catch the train.
 Contrapositive of $p \rightarrow q$
 is $\sim q \rightarrow \sim p$
 $\sim q \rightarrow \sim p : I$ will not catch the train, then I do not reach the station in time.

8. Official Ans. by NTA (1)

Sol. Option (1) is
 $\sim p \wedge (p \vee q) \rightarrow q$
 $\equiv (\sim p \wedge p) \vee (\sim p \wedge q) \rightarrow q$
 $\equiv C \vee (\sim p \wedge q) \rightarrow q$
 $\equiv (\sim p \wedge q) \rightarrow q$
 $\equiv \sim(\sim p \wedge q) \vee q$
 $\equiv (p \vee \sim q) \vee q$
 $\equiv (p \vee q) \vee (\sim q \vee q)$
 $\equiv (p \vee q) \vee t$
 so $\sim p \wedge (p \vee q) \rightarrow q$ is a tautology

9. Official Ans. by NTA (1)

Sol. $p \rightarrow \sim(p \wedge \sim q)$
 $= \sim p \vee \sim(p \wedge \sim q)$
 $= \sim p \vee \sim p \vee q$
 $= \sim(p \wedge q) \vee q$
 $= \sim p \vee q$

10. Official Ans. by NTA (3)

Sol. $(p \wedge q) \rightarrow (\sim q \vee r) = \text{false}$

when $(p \wedge q) = T$

and $(\sim q \vee r) = F$

So $(p \wedge q) = T$ is possible when $p = q = \text{true}$

$\therefore \sim q = \text{False}$ ($q = \text{true}$)

So $(\sim q \vee r) = \text{False}$ is possible if r is false

$\therefore p = T, q = T, r = F$

11. Official Ans. by NTA (3)

Sol. Let $TV(r)$ denotes truth value of a statement r .

Now, if $TV(p) = TV(q) = T$

$$\Rightarrow TV(S_1) = F$$

Also, if $TV(p) = T$ & $TV(q) = F$

$$\Rightarrow TV(S_2) = T$$

12. Official Ans. by NTA (3)

Sol. $p = \text{function is differentiable at } a$

$q = \text{function is continuous at } a$

contrapositive of statement $p \rightarrow q$ is

$$\sim q \rightarrow \sim p$$

13. Official Ans. by NTA (3)

Sol. $p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$

$$x \leftrightarrow \sim y \equiv (x \rightarrow \sim y) \wedge (\sim y \rightarrow x)$$

$$\therefore (p \rightarrow q) \equiv \sim p \vee q$$

$$x \leftrightarrow \sim y \equiv (\sim x \vee \sim y) \wedge (y \vee x)$$

$$\sim(x \leftrightarrow \sim y) \equiv (x \wedge y) \vee (\sim x \wedge \sim y)$$

14. Official Ans. by NTA (3)

Sol.

p	q	$q \rightarrow p$	$p \rightarrow (q \rightarrow p)$	$p \vee q$	$p \rightarrow p \vee q$	$(p \rightarrow (q \rightarrow p)) \rightarrow (p \rightarrow (p \vee q))$
T	T	T	T	T	T	T
T	F	T	T	T	T	T
F	T	F	T	T	T	T
F	F	T	T	F	T	T

15. Official Ans. by NTA (3)

Sol. Negation of $\phi \vee (\sim p \wedge q)$

$$p \vee (\sim p \wedge q) = (p \vee \sim p) \wedge (p \vee q)$$

$$= (T) \wedge (p \vee q)$$

$$= (p \vee q)$$

now negation of $(p \vee q)$ is

$$\sim(p \vee q) = \sim p \wedge \sim q$$

16. Official Ans. by NTA (2)

Sol. Contrapositive of $(p \rightarrow q)$ is $\sim q \rightarrow \sim p$

For an integer n , if n is even then $(n^3 - 1)$ is

odd