

FUNCTION

1. यदि  $g(x) = x^2 + x - 1$  तथा  $(g \circ f)(x) = 4x^2 - 10x + 5$ , तो  $f\left(\frac{5}{4}\right)$  बराबर है:

- (1)  $\frac{3}{2}$  (2)  $-\frac{1}{2}$   
 (3)  $-\frac{3}{2}$  (4)  $\frac{1}{2}$

2. माना  $f : (1,3) \rightarrow \mathbb{R}$  एक फलन है, जो  $f(x) = \frac{x[x]}{1+x^2}$ , द्वारा परिभाषित है जहाँ  $[x]$  महत्तम पूर्णांक  $\leq x$  को दर्शाता है। तो  $f$  का परिसर है :

- (1)  $\left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$  (2)  $\left(\frac{2}{5}, \frac{3}{5}\right) \cup \left(\frac{3}{4}, \frac{4}{5}\right)$   
 (3)  $\left(\frac{2}{5}, \frac{4}{5}\right]$  (4)  $\left(\frac{2}{5}, \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right]$

3. माना  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  इस प्रकार है कि सभी  $x \in \mathbb{R}$  के लिए  $(2^{1+x} + 2^{1-x})$ ,  $f(x)$  तथा  $(3^x + 3^{-x})$  एक समांतर श्रेणी में है, तो  $f(x)$  का न्यूनतम मान है :

- (1) 0 (2) 3  
 (3) 2 (4) 4

4.  $f(x) = \frac{8^{2x} - 8^{-2x}}{8^{2x} + 8^{-2x}}$ ,  $x \in (-1,1)$  का व्युत्क्रम फलन है \_\_\_\_\_.

- (1)  $\frac{1}{4}(\log_8 e) \log_e \left(\frac{1-x}{1+x}\right)$   
 (2)  $\frac{1}{4} \log_e \left(\frac{1-x}{1+x}\right)$   
 (3)  $\frac{1}{4}(\log_8 e) \log_e \left(\frac{1+x}{1-x}\right)$   
 (4)  $\frac{1}{4} \log_e \left(\frac{1+x}{1-x}\right)$

5. माना एक फलन  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  प्रत्येक  $x, y \in \mathbb{R}$  के लिए  $f(x + y) = f(x) + f(y)$  को संतुष्ट करता है। यदि

$f(1) = 2$  तथा  $g(n) = \sum_{k=1}^{(n-1)} f(k)$ ,  $n \in \mathbb{N}$  है, तो  $n$  का वह मान जिसके लिए  $g(n) = 20$  है, है -

- (1) 5 (2) 9  
 (3) 20 (4) 4

6. माना  $[t]$ ,  $t$  से कम या बराबर महत्तम पूर्णांक फलन को दर्शाता है। तब  $x$  में समीकरण  $[x]^2 + 2[x + 2] - 7 = 0$

- (1) का कोई पूर्णाकीय हल नहीं होगा।  
 (2) के ठीक चार पूर्णाकीय हल होंगे।  
 (3) के ठीक दो हल होंगे।  
 (4) अनंत हल होंगे।

7. माना  $A = \{a, b, c\}$  तथा  $B = \{1, 2, 3, 4\}$  हैं, तो समुच्चय  $C = \{f : A \rightarrow B \mid 2 \in f(A) \text{ तथा } f \text{ एकैकी नहीं है}\}$  के अवयवों की संख्या है \_\_\_\_\_।

8. एक उपयुक्त वास्तविक अचर  $a$ , चुनकर फलन

$f : \mathbb{R} - \{-a\} \rightarrow \mathbb{R}$   $f(x) = \frac{a-x}{a+x}$  द्वारा परिभाषित किया

गया है। इसके अतिरिक्त माना किसी वास्तविक संख्या  $x \neq -a$  तथा  $f(x) \neq -a$ , के लिए  $(f \circ f)(x) = x$  है, तो

$f\left(-\frac{1}{2}\right)$  निम्न में से किसके बराबर है।

- (1)  $\frac{1}{3}$  (2) 3  
 (3) -3 (4)  $-\frac{1}{3}$

9. माना कि एक फलन  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  सभी  $x, y \in \mathbb{R}$  के लिए  $f(x + y) = f(x)f(y)$  को संतुष्ट करता है तथा

$f(1) = 3$  है। यदि  $\sum_{i=1}^n f(i) = 363$ , तो  $n$  बराबर है \_\_\_\_\_.

## SOLUTION

1. NTA Ans. (2)

Sol.  $g(x) = x^2 + x - 1$

$$\begin{aligned} g(f(x)) &= 4x^2 - 10x + 5 \\ &= (2x - 2)^2 + (2 - 2x) - 1 \\ &= (2 - 2x)^2 + (2 - 2x) - 1 \\ &\Rightarrow f(x) = 2 - 2x \end{aligned}$$

$$f\left(\frac{5}{4}\right) = \frac{-1}{2}$$

2. NTA Ans. (4)

Sol.  $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x^2+1} & ; x \in (1, 2) \\ \frac{2x}{x^2+1} & ; x \in [2, 3) \end{cases}$

$f(x)$  is decreasing function

$$\therefore f(x) \in \left(\frac{2}{5}, \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$$

(4) Option

3. NTA Ans. (2)

Sol.  $f(x) = \frac{2(2^x + 2^{-x}) + (3^x + 3^{-x})}{2} \geq 3$

(A.M  $\geq$  G.M)

4. NTA Ans. (3)

Sol.  $f(x) = y = \frac{8^{4x} - 1}{8^{4x} + 1} = 1 - \frac{2}{8^{4x} + 1}$

$$\text{so, } 8^{4x} + 1 = \frac{2}{1-y} \Rightarrow 8^{4x} = \frac{1+y}{1-y}$$

$$\Rightarrow x = \ln\left(\frac{1+y}{1-y}\right) \times \frac{1}{4 \ln 8} = f^{-1}(y)$$

$$\text{Hence, } f^{-1}(x) = \frac{1}{4} \log_8 e \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$$

5. Official Ans. by NTA (1)

Sol.  $f(x + y) = f(x) + f(y)$

$$\Rightarrow f(n) = nf(1)$$

$$f(n) = 2n$$

$$g(n) = \sum_{k=1}^{n-1} 2k = 2 \left( \frac{(n-1)n}{2} \right) = n(n-1)$$

$$g(n) = 20 \Rightarrow n(n-1) = 20$$

$$n = 5$$

6. Official Ans. by NTA (4)

Sol.  $[x]^2 + 2[x + 2] - 7 = 0$

$$\Rightarrow [x]^2 + 2[x] + 4 - 7 = 0$$

$$\Rightarrow [x] = 1, -3$$

$$\Rightarrow x \in [1, 2) \cup [-3, -2)$$

7. Official Ans. by NTA (19.00)

Sol.  $C = \{f : A \rightarrow B \mid 2 \in f(A) \text{ and } f \text{ is not one-one}\}$

**Case-I :** If  $f(x) = 2 \forall x \in A$  then number of function = 1

**Case-II :** If  $f(x) = 2$  for exactly two elements then total number of many-one function =  ${}^3C_2$   
 ${}^3C_1 = 9$

**Case-III :** If  $f(x) = 2$  for exactly one element then total number of many-one functions =  ${}^3C_1$   ${}^3C_1 = 9$

$$\text{Total} = 19$$

8. Official Ans. by NTA (2)

Sol.  $f(x) = \frac{a-x}{a+x}$   $x \in \mathbb{R} - \{-a\} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(f(x)) = \frac{a-f(x)}{a+f(x)} = \frac{a-\left(\frac{a-x}{a+x}\right)}{a+\left(\frac{a-x}{a+x}\right)}$$

$$f(f(x)) = \frac{(a^2 - a) + x(a+1)}{(a^2 + a) + x(a-1)} = x$$

$$\Rightarrow (a^2 - a) + x(a+1) = (a^2 + a)x + x^2(a-1)$$

$$\Rightarrow a(a-1) + x(1-a^2) - x^2(a-1) = 0$$

$$\Rightarrow a = 1$$

$$f(x) = \frac{1-x}{1+x},$$

$$f\left(\frac{-1}{2}\right) = \frac{1+\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}} = 3$$

9. Official Ans. by NTA (5.00)

Sol.  $f(x+y) = f(x) f(y)$

put  $x = y = 1$   $f(2) = (f(1))^2 = 3^2$

put  $x = 2, y = 1$   $f(3) = (f(1))^3 = 3^3$

⋮

Similarly  $f(x) = 3^x$

$$\sum_{i=1}^n f(i) = 363 \Rightarrow \sum_{i=1}^n 3^i = 363$$

$$(3 + 3^2 + \dots + 3^n) = 363$$

$$\frac{3(3^n - 1)}{2} = 363$$

$$3^n - 1 = 242 \Rightarrow 3^n = 243$$

$$\Rightarrow n = 5$$