

SHM

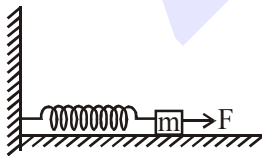
1. द्रव्यमान 'M' तथा लम्बाई '2L' की एक छड़ को उसके मध्यबिन्दु से एक तार द्वारा लटकाया गया है। यह छड़ मरोड़ दोलन करती है। यदि प्रत्येक द्रव्यमान 'm' के दो पिण्डों को छड़ के मध्यबिन्दु से 'L/2' दूरी पर दोनों तरफ जोड़ते हैं, तो दोलन की आवृत्ति 20% घट जाती है। अनुपात m/M का सन्निकट मान होगा :

- (1) 0.17 (2) 0.37
(3) 0.57 (4) 0.77

2. एक कण x-अक्ष की दिशा में, x = 0 के सापेक्ष आयाम A से सरल आवर्त गति कर रहा है। जब इस कण की स्थितिज ऊर्जा तथा गतिज ऊर्जा के मान बराबर हैं, तो कण की स्थिति होगी :

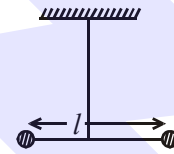
- (1) $\frac{A}{2}$ (2) $\frac{A}{2\sqrt{2}}$
(3) $\frac{A}{\sqrt{2}}$ (4) A

3. एक चिकनी क्षैतिज सतह पर स्थित द्रव्यमान m वाला एक ब्लॉक स्प्रिंग नियतांक k वाली एक नगण्य द्रव्यमान की स्प्रिंग से जुड़ा हुआ है। स्प्रिंग का दूसरा सिरा चित्रानुसार स्थिर है। प्रारम्भ में ब्लॉक इसकी साम्यावस्था स्थिति में विराम में है। यदि अब ब्लॉक को नियत बल F से खींचा जाता है तो ब्लॉक की अधिकतम चाल है :



- (1) $\frac{\pi F}{\sqrt{mk}}$ (2) $\frac{2F}{\sqrt{mk}}$
(3) $\frac{F}{\sqrt{mk}}$ (4) $\frac{F}{\pi\sqrt{mk}}$

4. दो द्रव्यमान m तथा $\frac{m}{2}$ लम्बाई l वाली एक द्रव्यमानहीन दृढ़ छड़ के दोनों सिरों पर जुड़े हुये है। छड़ को मरोड़ी नियतांक k वाले एक पतले तार से छड़-द्रव्यमान निकाय के द्रव्यमान केन्द्र पर चित्रानुसार लटकाया जाता है। मरोड़ी नियतांक k होने के कारण कोणीय विस्थापन θ के लिए प्रत्यानयन बलाघूर्ण $\tau = k\theta$ है। यदि छड़ को θ_0 कोण से घुमाकर छोड़ दिया जाता है तो जब यह इसकी माध्य स्थिति से गुजरती है तो इसमें उत्पन्न तनाव होगा:-



- (1) $\frac{3k\theta_0^2}{l}$ (2) $\frac{k\theta_0^2}{2l}$
(3) $\frac{2k\theta_0^2}{l}$ (4) $\frac{k\theta_0^2}{l}$

5. एक कण आयाम 5 cm वाली सरल आवर्त गति करता है। जब कण माध्य स्थिति से 4 cm दूरी पर होता है तो SI पद्धति में इसके वेग का परिमाण इसके त्वरण के समान होता है। तब इसका आवर्तकाल सेकण्ड में होगा:-

- (1) $\frac{7}{3}\pi$ (2) $\frac{3}{8}\pi$
(3) $\frac{4\pi}{3}$ (4) $\frac{8\pi}{3}$

6. 1 m लम्बाई का एक सरल लोलक कोणीय आवृत्ति 10 rad/s से दोलन कर रहा है। लोलक का आधार ऊपर तथा नीचे एक अल्प कोणीय आवृत्ति 1 rad/s से, तथा 10^{-2} m आयाम से, दोलन आरम्भ करता है। लोलक की कोणीय आवृत्ति में आपेक्षिक परिवर्तन सबसे अच्छा दिया जाता है :-

- (1) 10^{-3} rad/s (2) 10^{-1} rad/s
(3) 1 rad/s (4) 10^{-5} rad/s

7. एक लोलक सरल आवर्त गति कर रहा है और इसकी अधिकतम गतिज ऊर्जा K_1 है। यदि लोलक की लम्बाई दोगुनी कर दें और यह पहले के समान आयाम से ही सरल आवर्त गति करता है तो इसकी अधिकतम गतिज ऊर्जा K_2 है। तब :-

$$(1) K_2 = \frac{K_1}{4}$$

$$(2) K_2 = \frac{K_1}{2}$$

$$(3) K_2 = 2K_1$$

$$(4) K_2 = K_1$$

8. सरल आवर्त गति करते हुए एक कण का समय पर निर्भर विस्थापन सम्बन्ध $x(t) = A \sin \frac{\pi t}{90}$ से दिया गया है। $t = 210$ s पर इस कण की गतिज एवं स्थितिज ऊर्जाओं का अनुपात होगा :-

$$(1) 2 \quad (2) \frac{1}{9}$$

$$(3) 3 \quad (4) 1$$

9. एक सरल आवर्त गति निम्न प्रकार दर्शायी जाती है :

$$y = 5(\sin 3\pi t + \sqrt{3} \cos 3\pi t) \text{ cm}$$

गति का आयाम व आवर्तकाल होंगे :

$$(1) 5\text{cm}, \frac{3}{2}\text{s}$$

$$(2) 5\text{cm}, \frac{2}{3}\text{s}$$

$$(3) 10\text{cm}, \frac{3}{2}\text{s}$$

$$(4) 10\text{cm}, \frac{2}{3}\text{s}$$

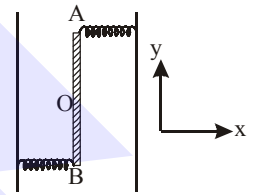
10. द्रव्यमान m व लम्बाई l की एक एकसमान क्षैतिज छड़ AB के दो सिरों पर चित्रानुसार, दो द्रव्यमान रहित समरूप कमानियों को जिनका स्प्रिंग नियतांक k है, क्षैतिज लगायी गयी हैं। छड़ अपने केन्द्र 'O' पर धुराग्रस्त है तथा यह क्षैतिज समतल में घूर्णन के लिये स्वतंत्र है। दिखाये गये चित्रानुसार कमानियों के दूसरे सिरों को दो दृढ़ आधारों पर जोड़ा गया है। छड़ को हल्के से एक छोटे कोण से धकेल कर छोड़ दिया जाता है। छड़ के परिणामी दोलनों की आवृत्ति होगी:-

$$(1) \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{6k}{m}}$$

$$(2) \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2k}{m}}$$

$$(3) \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$(4) \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3k}{m}}$$



11. एक सरल दोलक का हवा में आवर्तकाल T है। इस दोलक के गोलक को एक श्यानता रहित द्रव, जिसका घनत्व गोलक के घनत्व का $\frac{1}{16}$ है, में दोलन करवाते हैं। यदि दोलन के समय यह गोलक पूर्णतया द्रव में रहता है तो इसका आवर्तकाल होगा:

$$(1) 4T\sqrt{\frac{1}{15}}$$

$$(2) 2T\sqrt{\frac{1}{10}}$$

$$(3) 4T\sqrt{\frac{1}{14}}$$

$$(4) 2T\sqrt{\frac{1}{14}}$$

SOLUTION

1. **Ans. (2)**

Frequency of torsional oscillations is given by

$$f = \frac{k}{\sqrt{I}}$$

$$f_1 = \frac{k}{\sqrt{\frac{M(2L)^2}{12}}}$$

$$f_2 = \frac{k}{\sqrt{\frac{M(2L)^2}{12} + 2m\left(\frac{L}{2}\right)^2}}$$

$$f_2 = 0.8 f_1$$

$$\frac{m}{M} = 0.375$$

2. **Ans. (3)**

Potential energy (U) = $\frac{1}{2}kx^2$

Kinetic energy (K) = $\frac{1}{2}kA^2 - \frac{1}{2}kx^2$

According to the question, U = K

$$\therefore \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 - \frac{1}{2}kx^2$$

$$x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}}$$

\therefore Correct answer is (3)

3. **Ans. (3)**

Maximum speed is at mean position (equilibrium). $F = kx$

$$x = \frac{F}{k}$$

$$W_F + W_{sp} = \Delta KE$$

$$F(x) - \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv^2 - 0$$

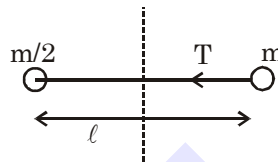
$$F\left(\frac{F}{k}\right) - \frac{1}{2}k\left(\frac{F}{k}\right)^2 = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow v_{\max} = \frac{F}{\sqrt{mk}}$$

4. **Ans. (4)**

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{I}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{3k}{m\ell^2}}$$



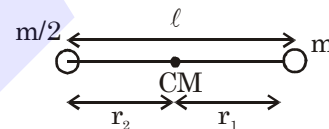
$\Omega = \omega\theta_0 =$ average velocity

$$T = m\Omega^2 r_1$$

$$T = m\Omega^2 \frac{\ell}{3} = m\omega^2 \theta_0^2 \frac{\ell}{3} = m \frac{3k}{m\ell^2} \theta_0^2 \frac{\ell}{3} = \frac{k\theta_0^2}{\ell}$$

$$I = \mu \ell^2 = \frac{2}{3m} \ell^2$$

$$= \frac{m\ell^2}{3}$$



$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow r_1 = \frac{\ell}{3}$$

5. **Ans. (4)**

$$v = \omega\sqrt{A^2 - x^2} \quad \text{---(1)}$$

$$a = -\omega^2 x \quad \text{---(2)}$$

$$|v| = |a| \quad \text{---(3)}$$

$$\omega\sqrt{A^2 - x^2} = \omega^2 x$$

$$A^2 - x^2 = \omega^2 x^2$$

$$5^2 - 4^2 = \omega^2(4^2)$$

$$\Rightarrow 3 = \omega \times 4$$

$$T = 2\pi/\omega$$

6. Ans. (1)

Angular frequency of pendulum

$$\omega = \sqrt{\frac{g_{\text{eff}}}{\ell}}$$

$$\therefore \frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{1}{2} \frac{\Delta g_{\text{eff}}}{g_{\text{eff}}}$$

$$\Delta\omega = \frac{1}{2} \frac{\Delta g}{g} \times \omega$$

$[\omega_s = \text{angular frequency of support}]$

$$\Delta\omega = \frac{1}{2} \times \frac{2A\omega_s^2}{100} \times 100$$

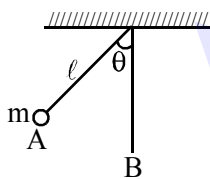
$$\Delta\omega = 10^{-3} \text{ rad/sec.}$$

7. Ans. (2)

Maximum kinetic energy at lowest point B is given by

$$K = mg\ell (1 - \cos \theta)$$

where $\theta = \text{angular amp.}$



$$K_1 = mg\ell (1 - \cos \theta)$$

$$K_2 = mg(2\ell) (1 - \cos \theta)$$

$$K_2 = 2K_1.$$

8. Ans. (3)

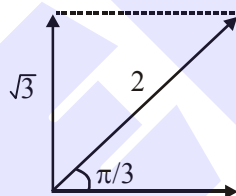
$$k = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \cos^2 \omega t$$

$$U = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \sin^2 \omega t$$

$$\frac{k}{U} = \cot^2 \omega t = \cot^2 \frac{\pi}{90} (210) = \frac{1}{3}$$

No answer is matching as correct answer is $1/3$. Hence ratio is 3 (most appropriate)

9. Ans. (4)



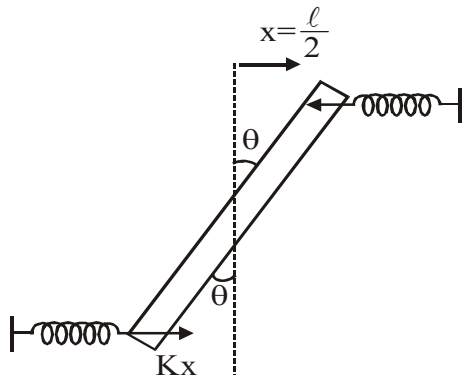
$$y = 5 \left[\sin(3\pi t) + \sqrt{3} \cos(3\pi t) \right]$$

$$= 10 \sin \left(3\pi t + \frac{\pi}{3} \right)$$

Amplitude = 10 cm

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{3\pi} = \frac{2}{3} \text{ sec}$$

10. Ans. (1)



$$\tau = -2Kx \frac{l}{2} \cos \theta$$

$$\Rightarrow \tau = \left(\frac{Kl^2}{2} \right) \theta = -C\theta$$

$$\Rightarrow f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{C}{I}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\frac{Kl^2}{2}}{\frac{Ml^2}{12}}}$$

$$\Rightarrow f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{6K}{M}}$$

11. Ans. (1)

Sol. For a simple pendulum $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_{\text{eff}}}}$

situation 1 : when pendulum is in air $\rightarrow g_{\text{eff}} = g$

situation 2 : when pendulum is in liquid

$$\rightarrow g_{\text{eff}} = g \left(1 - \frac{\rho_{\text{liquid}}}{\rho_{\text{body}}} \right) = g \left(1 - \frac{1}{16} \right) = \frac{15g}{16}$$

$$\text{So, } \frac{T'}{T} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{L}{15g/16}}}{2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}} \Rightarrow T' = \frac{4T}{\sqrt{15}}$$

Option (1)