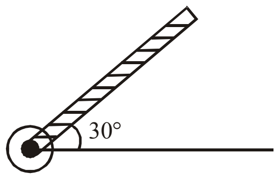
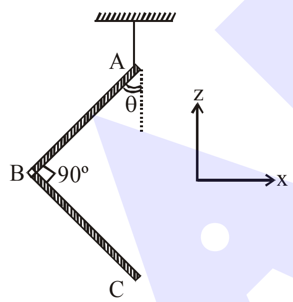
ROTATIONAL MECHANICS

1. 50cm की एक छड़ के एक सिरे को कीलकीत किया है। इसको क्षैतिज से 30° कोण पर, चित्रानुसार, उठाकर स्थिरावस्था से छोड़ दिया जाता है। जब यह छड़ क्षैतिज अवस्था से गुजरती है तो इसका कोणीय चाल का rad s^{-1} में मान होगा :(दिया है :g = $10ms^{-2}$)



(1) $\sqrt{30}$ (2) $\sqrt{\frac{30}{2}}$ (3) $\frac{\sqrt{30}}{2}$ (4) $\frac{\sqrt{20}}{3}$

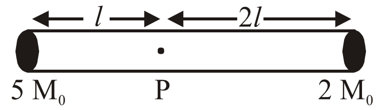
2. एकसमान द्रव्यमान घनत्व वाली पतली छड़ों से बनी L-आकार की वस्तु को रस्सी की सहायता से चित्रानुसार लटकाया गया है। यदि AB = BC हो तथा AB द्वारा नीचे की ओर ऊर्ध्वाधर के साथ बनाया गया कोण θ है तो:



(1) $\tan\theta = \frac{2}{\sqrt{3}}$ (2) $\tan\theta = \frac{1}{3}$

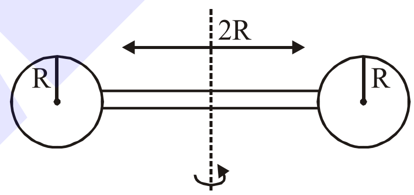
(3) $\tan\theta = \frac{1}{2}$ (4) $\tan\theta = \frac{1}{2\sqrt{3}}$

3. लम्बाई $3l$ वाली एक दृढ़ द्रव्यमानहीन छड़ के सिरो पर दो द्रव्यमानों को चित्रानुसार जोड़ा गया है। छड़ को क्षैतिज अक्ष पर बिन्दु P पर कीलकीत किया गया है। जब इसे प्रारंभिक क्षैतिज स्थिति से छोड़ा जाता है तो इसका तात्क्षणिक कोणीय त्वरण होगा:–



(1) $\frac{g}{2l}$ (2) $\frac{7g}{3l}$ (3) $\frac{g}{13l}$ (4) $\frac{g}{3l}$

4. चित्रानुसार प्रत्येक द्रव्यमान M तथा त्रिज्या R वाली दो एकजैसी गोलीय गेंदों को लम्बाई 2R तथा द्रव्यमान M वाली छड़ के दोनों सिरों पर चिपकाया गया है। निकाय का छड़ के केन्द्र से लम्बवत् रूप से गुजरने वाली अक्ष के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण होगा :–



(1) $\frac{152}{15}MR^2$ (2) $\frac{17}{15}MR^2$

(3) $\frac{137}{15}MR^2$ (4) $\frac{209}{15}MR^2$

5. एक समतल को पोंछे से साफ करने की एक मशीन द्वारा R त्रिज्या के पोंछे को कुल ऊर्ध्वाधर बल F से दबाकर उसे उसकी अक्ष के परित: एक नियत कोणीय गति से घुमाया जाता है। यदि बल F पोंछे पर एकसमान वितरित है तथा पोंछे और समतल के बीच घर्षणांक μ है तो मशीन द्वारा पोंछे पर लगाया बल आघूर्ण होगा :

(1) $\frac{2}{3}\mu FR$ (2) $\mu FR/3$

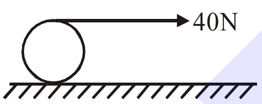
(3) $\mu FR/2$ (4) $\mu FR/6$

6. द्रव्यमान M तथा त्रिज्या R के एक ठोस समांग बेलानाकार रोलर को एक क्रिकेट पिच पर क्षैतिज बल F, से खींचा जा रहा है। यह मानते हुये कि बेलन बिना फिसले लुढ़कता है, इसके कोणीय त्वरण का मान होगा :

(1) $\frac{3F}{2m R}$ (2) $\frac{F}{3m R}$

(3) $\frac{2F}{3m R}$ (4) $\frac{F}{2m R}$

7. 5 kg द्रव्यमान तथा 0.5 m त्रिज्या के एक खोखले बेलन पर एक डोरी को लपेटा गया है। यदि डोरी को अब 40 N के क्षैतिज बल से खींचा जाये और, बेलन बिना फिसले क्षैतिज समतल पर लुढ़कता है (चित्र देखिये) तो बेलन का कोणीय त्वरण होगा (डोरी का द्रव्यमान तथा मोटाई नगण्य है)



(1) 12 rad/s^2

(2) 16 rad/s^2

(3) 10 rad/s^2

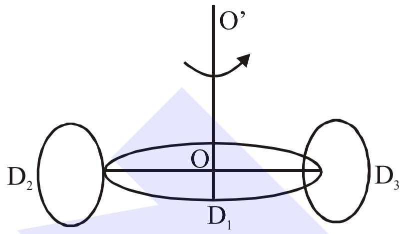
(4) 20 rad/s^2

8. 1kg द्रव्यमान पर मूल बिन्दु के सापेक्ष बल आघूर्ण का परिमाण 2.5 Nm है। यदि इस पर लगने वाला बल 1 N है, तथा कण की मूल बिन्दु से दूरी 5m है तो बल तथा स्थिति सदिश के बीच कोण (रेडियन में) है :-

(1) $\frac{\pi}{8}$ (2) $\frac{\pi}{6}$

(3) $\frac{\pi}{4}$ (4) $\frac{\pi}{3}$

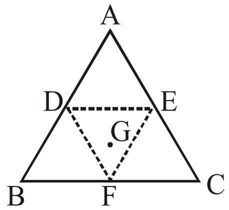
9. द्रव्यमान M तथा त्रिज्या R की एक डिस्क D_1 से समान द्रव्यमान M तथा त्रिज्या R की दो डिस्क D_2 और D_3 को आमने-सामने दृढ़तापूर्वक जोड़ा गया है (चित्र देखयि)। इस संयोजन का, दिखाये गये चित्रानुसार D_1 के केन्द्र से गुजरने वाली अक्ष OO' के सापेक्ष, जड़त्व आघूर्ण होगा :-



(1) $3MR^2$ (2) $\frac{2}{3}MR^2$

(3) MR^2 (4) $\frac{4}{5}MR^2$

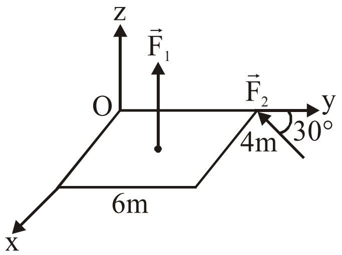
10. एक पतले ठोस लकड़ी के फलक से एक समबाहु त्रिभुज ABC काटा गया है। (चित्र देखें)। दर्शाये गये अनुसार D, E तथा F इसकी भुजाओं के मध्य बिन्दु है तथा G त्रिभुज का केन्द्र है। G से गुजरने वाली तथा त्रिभुज के समतल के लम्बवत् अक्ष के सापेक्ष त्रिभुज का जड़त्व आघूर्ण I_0 वहै। यदि छोटा त्रिभुज DEF त्रिभुज ABC में से निकाल लिया जाये तो शेष बचे हुए भाग का उसी अक्ष के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण I है। तब:



(1) $I=\frac{9}{16}I_0$ (2) $I=\frac{3}{4}I_0$

(3) $I=\frac{I_0}{4}$ (4) $I=\frac{15}{16}I_0$

11. दिखाये गये चित्रानुसार एक तख्त पर समान परिमाण F के दो बल $\vec{F}_1$ तथा $\vec{F}_2$ लगाये गये हैं। बल $\vec{F}_2$ XY-समतल में है जबकि बल F_1 z-दिशा के अनुदिश बिन्दु $\left(2\vec{i}+3\vec{j}\right)$ पर लगा है। बिन्दु O के सापेक्ष इन बलों का आघूर्ण होगा :



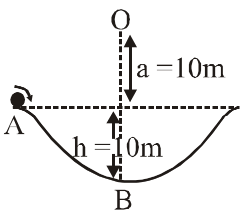
(1) $\left(3\hat{i}-2\hat{j}-3\hat{k}\right)F$

(2) $\left(3\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}\right)F$

(3) $\left(3\hat{i}+2\hat{j}-3\hat{k}\right)F$

(4) $\left(3\hat{i}-2\hat{j}+3\hat{k}\right)F$

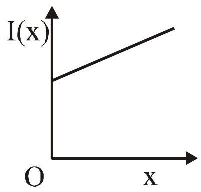
12. द्रव्यमान 20 g वाले एक कण को चित्रानुसार किसी वक्र के अनुदिश बिन्दु A से प्रारम्भिक वेग 5 m/s से विरामावस्था से छोड़ा जाता है। बिन्दु A, बिन्दु B से ऊँचाई h पर है। कण घर्षणरहित सतह पर फिसलता है। जब कण बिन्दु B पर पहुँचता है तो O के सापेक्ष इसका संवेग होगा : (दिया है : $g = 10\ m/s^2$)

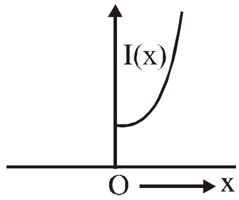


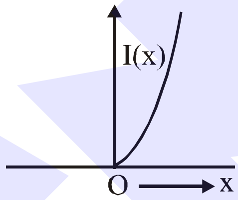
(1) $8 kg\text{-}m^2/s$ (2) $6 kg\text{-}m^2/s$

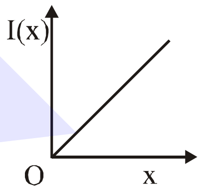
(3) $3 kg\text{-}m^2/s$ (4) $2 kg\text{-}m^2/s$

13. एक ठोस गोले का जड़त्व आघूर्ण इसके व्यास के समान्तर तथा इससे x दूरी पर स्थित एक अक्ष के सापेक्ष I(x) है। निम्न में से कौनसा आरेख I(x) में x के सापेक्ष परिवर्तन को सही तरीके से दर्शाता है।

(1)


(2)


(3)


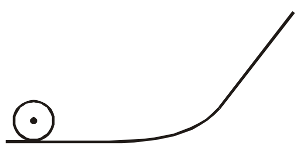
(4)


14. आंतरिक त्रिज्या 10 cm, बाह्य त्रिज्या 20 cm तथा लम्बाई 30 cm के एक खोखले बेलन का जड़त्व आघूर्ण, उसकी अक्ष के परित: I है। उसी द्रव्यमान के एक ऐसे खोखले एवं पतले बेलन की त्रिज्या, जिसका अपने अक्ष के परित: जड़त्व आघूर्ण I ही है, होगी:–

(1) 12 cm (2) 18 cm

(3) 16 cm (4) 14 cm

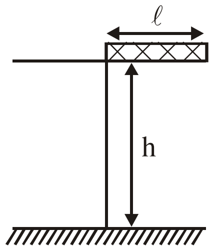
15. एक ठोस गोला तथा एक ठोस बेलन जिनकी त्रिज्यायें समान है, एक आनत तल की तरफ समान रेखीय वेग से जा रहे हैं (चित्र देखें)। शुरू से अंत तक दोनों बिना फिसले लुढ़कते हुये चलते हैं। ये आनत तल पर अधिकतम ऊँचाई h_{sph} तथा h_{cyl} तक चढ़ पाते हैं तो अनुपात $\frac{h_{sph}}{h_{cyl}}$ होगा :-



(1) $\frac{14}{15}$ (2) $\frac{4}{5}$

(3) 1 (4) $\frac{2}{\sqrt{5}}$

16. 0.3 m लम्बाई के एक ठोस आयताकार डिब्बे के एक सिरे को 5m ऊँचे प्लेटफॉर्म के किनारे पर क्षैतिज पकड़ा हुआ है। जब उसे छोड़ते हैं तो लगभग क्षैतिज रहते हुए बहुत कम समय $\tau = 0.01s$ में मेज पर से फिसल जाता है। जब यह जमीन पर गिरता है तो यह लगभग किस कोण (रेडियन में) घूम जायेगा :-



(1) 0.02 (2) 0.28 (3) 0.5 (4) 0.3

17. द्रव्यमान M और त्रिज्या R की एक वृत्तीय प्लेट का घनत्व $\rho(r) = \rho_0 r$, के अनुसार परिवर्तित हो रहा है। जहाँ ρ_0 स्थिरांक है और r उसके केन्द्र से दूरी है। प्लेट के लम्बवत् और प्लेट की परिधि से जाने वाली अक्ष के परितः वृत्तीय प्लेट का जड़त्व आघूर्ण $I = aMR^2$ है। गुणांक a का मान है –

(1) $\frac{3}{2}$ (2) $\frac{1}{2}$ (3) $\frac{3}{5}$ (4) $\frac{8}{5}$

18. एक पिण्ड का दिये गये अक्ष के परितः जड़त्व आघूर्ण 1.5 kg m^2 है। आरम्भ में पिण्ड विरामावस्था में है। 1200 J की घूर्णन गतिज ऊर्जा उत्पन्न करने के लिये, उसी अक्ष के परितः 20 rad/s^2 का कोणिय त्वरण कितने समयान्तराल तक लगाना होगा :-

(1) 2 s (2) 5s (3) 2.5 s (4) 3 s

19. द्रव्यमान M तथा लम्बाई L की एक पतली छड़ कोणीय चाल ω_0 से छड़ के लम्बवत् तथा उसके केन्द्र से जाने वाली अक्ष के परितः स्वतंत्र रूप से घूम रही है। द्रव्यमान m तथा नगण्य आकार की दो मणिकायें आरम्भ में छड़ के केन्द्र पर है। यह मणिकायें छड़ पर चलने को स्वतंत्र है। मणिकायें जब छड़ के विपरीत सिरों पर पहुँचती हैं, तो इस विन्यास की कोणीय चाल होगी :-

(1) $\frac{M\omega_0}{M+3m}$ (2) $\frac{M\omega_0}{M+m}$

(3) $\frac{M\omega_0}{M+2m}$ (4) $\frac{M\omega_0}{M+6m}$

20. निम्न वस्तुएँ एक क्षैतिज समतल से एक झुके हुए समतल पर लुढ़कते हुए (बिना फिसले) ऊपर की ओर चढ़ती हैं : (i) त्रिज्या R का एक वलय, (ii) त्रिज्या $\frac{R}{2}$ का एक ठोस बेलन तथा (iii) त्रिज्या $\frac{R}{4}$ का एक ठोस गोला। यदि प्रत्येक वस्तु के द्रव्यमान केन्द्र की गतियाँ झुके हुए समतल के निम्न बिन्दु पर बराबर हों, तो उनके द्वारा चढ़ी गयी अधिकतम ऊँचाइयों का अनुपात होगा :

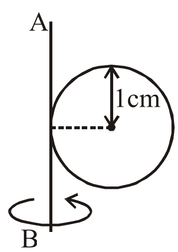
(1) 4 : 3 : 2 (2) 14 : 15 : 20

(3) 10 : 15 : 7 (4) 2 : 3 : 4

21. एक स्थिर क्षैतिज डिस्क अपनी अक्ष के परितः घूमने के लिये स्वतंत्र है। जब इस पर एक बल आघूर्ण लगाया जाता है, तो इसकी गतिज ऊर्जा θ के फलन में $k\theta^2$ से दी जाती है, जहाँ θ परिभ्रमण कोण है। यदि इसका जड़त्व आघूर्ण है I है तो इसका कोणीय त्वरण होगा :

(1) $\frac{k}{2I}\theta$ (2) $\frac{k}{I}\theta$ (3) $\frac{k}{4I}\theta$ (4) $\frac{2k}{I}\theta$

22. 5 g द्रव्यमान तथा 1 cm त्रिज्या के धातु के एक सिक्के को एक पतली नगण्य द्रव्यमान की छड़ AB से चित्रानुसार जोड़ा जाता है। यह निकाय आरम्भ में स्थिरावस्था में है। इसे AB के परितः 5 s तक 25 चक्कर प्रति सेकण्ड की गति से घुमाने के लिये नियत बल आघूर्ण का सन्निकट मान होगा :



(1) 4.0×10^{-6} Nm

(2) 2.0×10^{-5} Nm

(3) 1.6×10^{-5} Nm

(4) 7.9×10^{-6} Nm

23. द्रव्यमान $m = 2$ के एक कण की स्थिति, समय (t) के अनुसार $\vec{r}(t) = 2t\hat{i} - 3t^2\hat{j}$ है। इस कण का मूलबिन्दु के सापेक्ष $t = 2$ पर कोणीय संवेग होगा :

(1) $36\hat{k}$ (2) $-34(\hat{k}-\hat{i})$

(3) $48(\hat{i}+\hat{j})$ (4) $-48\hat{k}$

24. द्रव्यमान M तथा त्रिज्या R के एक ठोस गोले को दो असमान हिस्सों में बाँटा जाता है। $\frac{7M}{8}$ द्रव्यमान के पहले हिस्से को एक 2R त्रिज्या की एकसमान डिस्क में बदला जाता है। बचे हुये हिस्से से एक एकसमान ठोस गोला बनाया जाता है। मानाकि I_1 डिस्क का उसकी अक्ष के परित: जड़त्व आघूर्ण है तथा I_2 नये गोले का उसके अक्ष के परित: जड़त्व आघूर्ण है। अनुपात I_1/I_2 होगा :

(1) 185 (2) 65 (3) 285 (4) 140

25. द्रव्यमान M तथा त्रिज्या R की एक पतली डिस्क का प्रति इकाई क्षेत्रफल द्रव्यमान $\sigma(r) = kr^2$ है जहाँ r केन्द्र से दूरी है। डिस्क के केन्द्र से जाने वाली तथा इसके लम्बवत् अक्ष के परित: जड़त्व आघूर्ण होगा :

(1) $\frac{MR^2}{6}$ (2) $\frac{MR^2}{3}$

(3) $\frac{2MR^2}{3}$ (4) $\frac{MR^2}{2}$

26. जड़त्व आघूर्ण I_1 तथा $\frac{I_1}{2}$ की दो समअक्षीय डिस्क कोणीय वेग ω_1 तथा $\frac{\omega_1}{2}$, क्रमशः, से अपनी उभयनिष्ठ अक्ष के परित: घूम रहीं है। जब दोनों डिस्क को सटा दिया जाता है तो वे बराबर कोणीय वेग से घूमते है। यदि E_f तथा E_i अंतिम एवं प्रारम्भिक कुल ऊर्जाएँ हों तो $(E_f - E_i)$ का मान होगा :

(1) $\frac{I_1\omega_1^2}{12}$ (2) $\frac{3}{8}I_1\omega_1^2$

(3) $\frac{I_1\omega_1^2}{6}$ (4) $\frac{I_1\omega_1^2}{24}$

27. द्रव्यमान m के एक पिण्ड का पथ निम्न है।

$x = x_0 + a\cos\omega_1 t$

$y = y_0 + b\sin\omega_2 t$

$t = 0$ पर, मूलबिंदु के सापेक्ष पिण्ड पर लगने वाला जड़त्व आघूण होगा :

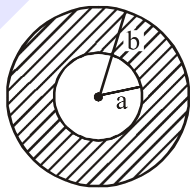
(1) $m(-x_0b + y_0a)\omega_1^2\hat{k}$

(2) $+my_0a\omega_1^2\hat{k}$

(3) $-m(x_0b\omega_2^2 - y_0a\omega_1^2)\hat{k}$

(4) Zero

28. किसी वृत्ताकार डिस्क की त्रिज्या b हैं इसमें एक छिद्र इसके केन्द्र पर बना है, जिसकी त्रिज्या a है, चित्र देखिए। यदि डिस्क के प्रति-एकांक-क्षेत्रफल का द्रव्यमान, $\left(\frac{\sigma_0}{r}\right)$ के अनुसार परिवर्तित होता हैं तो, इसके केन्द्र से गुजरने वाली अक्ष के परित: डिस्क की परिभ्रमण त्रिज्या होगी :



(1) $\frac{a+b}{2}$ (2) $\frac{a+b}{3}$

(3) $\sqrt{\frac{a^2+b^2+ab}{2}}$ (4) $\sqrt{\frac{a^2+b^2+ab}{3}}$

29. एक व्यक्ति (द्रव्यमान = M), L लम्बाई के एक झूले पर झूल रहा हैं। झूले को कोणीय आयाम θ_0 है। झूले के अपने निम्नतम बिन्दु से गुजरते समय, वह व्यक्ति झूले पर खड़ा हो जाता है। यदि खड़े कोने से उस व्यक्ति का द्रव्यमान केन्द्र ℓ ($\ell << L$), दूरी से विस्थापित हो जाता है। तो, व्यक्ति द्वारा किया गया कार्य होगा :

(1) $Mg\ell$

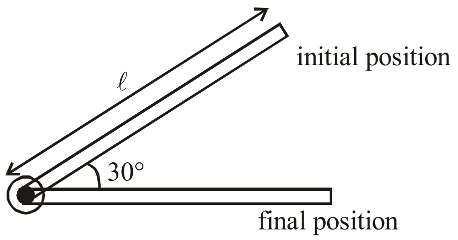
(2) $Mg\ell(1 + \theta_0^2)$

(3) $Mg\ell(1 - \theta_0^2)$

(4) $Mg\ell\left(1+\frac{\theta_0^2}{2}\right)$

SOLUTION

1. Ans. (1)



Work done by gravity from initial to final position is,

$$W = mg\frac{\ell}{2}\sin 30°$$

$$= \frac{mg\ell}{4}$$

According to work energy theorem

$$W = \frac{1}{2}I\omega^2$$

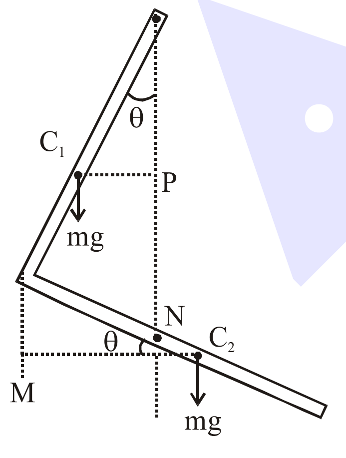
$$\Rightarrow \frac{1}{2}\frac{m\ell^2}{3}\omega^2 = \frac{mg\ell}{4}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{3g}{2\ell}} = \sqrt{\frac{3\times 10}{2\times 0.5}}$$

$$\omega = \sqrt{30}\ \text{rad/sec}$$

$\therefore$ correct answer is (1)

2. Ans. (2)



Let mass of one rod is m.

Balancing torque about hinge point.

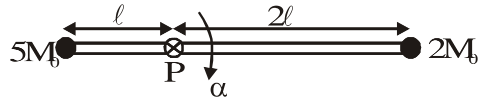
mg (C_1P) = mg (C_2N)

$$mg\left(\frac{L}{2}\sin\theta\right) = mg\left(\frac{L}{2}\cos\theta - L\sin\theta\right)$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2}mgL\sin\theta = \frac{mgL}{2}\cos\theta$$

$$\Rightarrow \tan\theta = \frac{1}{3}$$

3. Ans. (3)



Applying torque equation about point P.

$2M_0\ (2l) - 5\ M_0\ gl = I\alpha$

$I = 2M_0\ (2l)^2 + 5M_0\ l^2 = 13\ M_0l^2d$

$$\therefore\quad \alpha = -\frac{M_0 g\ell}{13M_0\ell^2} \quad\Rightarrow\quad \alpha = -\frac{g}{13\ell}$$

$$\therefore\ \alpha = \frac{g}{13\ell}\ \text{anticlockwise}$$

4. Ans. (3)

For Ball

using parallel axis theorem.

$$I_{ball} = \frac{2}{5}MR^2 + M(2R)^2$$

$$= \frac{22}{5}\ MR^2$$

2 Balls so $\frac{44}{5}MR^2$

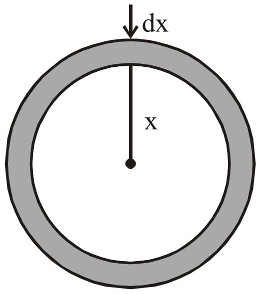
$$\text{Irod} = \text{for rod}\ \frac{M(2R)^2}{R} = \frac{MR^2}{3}$$

$$I_{system} = I_{Ball} + I_{rod}$$

$$= \frac{44}{5}MR^2 + \frac{MR^2}{3}$$

$$= \frac{137}{15}\ MR^2$$

5. Ans. (1)



Consider a strip of radius x & thickness dx,

Torque due to friction on this strip.

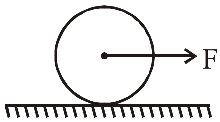
$$\int d\tau = \int_0^R \frac{x\mu F \cdot 2\pi x dx}{\pi R^2}$$

$$\tau = \frac{2\mu F}{R^2} \cdot \frac{R^3}{3}$$

$$\tau = \frac{2\mu FR}{3}$$

$\therefore$ correct answer is (1)

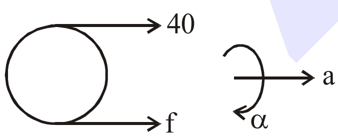
6. Ans. (3)



$$FR = \frac{3}{2}MR^2\alpha$$

$$\alpha = \frac{2F}{3MR}$$

7. Ans. (2)



$40 + f = m(R\alpha)$ .....(i)

$40 \times R - f \times R = mR^2\alpha$

$40 - f = mR\alpha$ ...... (ii)

From (i) and (ii)

$$\alpha = \frac{40}{mR} = 16$$

8. Ans. (2)

$2.5 = 1 \times 5 \sin\theta$

$\sin\theta = 0.5 = \frac{1}{2}$

$\theta = \frac{\pi}{6}$

9. Ans. (1)

$$I = \frac{MR^2}{2} + 2\left(\frac{MR^2}{4} + MR^2\right)$$

$$= \frac{MR^2}{2} + \frac{MR^2}{2} + 2MR^2$$

$$= 3\ MR^2$$

10. Ans. (4)

Suppose M is mass and a is side of larger triangle, then $\frac{M}{4}$ and $\frac{a}{2}$ will be mass and side length of smaller triangle.

$$\frac{I_{removed}}{I_{original}} = \frac{\frac{M}{4}}{M} \cdot \frac{\left(\frac{a}{2}\right)^2}{(a)^2}$$

$$I_{removed} = \frac{I_0}{16}$$

$$\text{So, } I = I_0 - \frac{I_0}{16} = \frac{15I_0}{16}$$

11. Ans. (4)

Torque for F_1 force

$$\vec{F}_1 = \frac{F}{2}(-\hat{i}) + \frac{F\sqrt{3}}{2}(-\hat{j})$$

$$\vec{r}_1 = 0\hat{i} + 6\hat{j}$$

$$\vec{\tau}_{F_1} = \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 = 3F\hat{k}$$

Torque for F_2 force

$$\vec{F}_2 = F\hat{k}$$

$$\vec{r}_2 = 2\hat{i} + 3\hat{j}$$

$$\vec{\tau}_{F_2} = \vec{r}_2 \times \vec{F}_2 = 3F\hat{i} + 2F(-\hat{j})$$

$$\vec{\tau}_{net} = \vec{\tau}_{F_1} + \vec{\tau}_{F_2}$$

$$= 3F\hat{i} + 2F(-\hat{j}) + 3F(\hat{k})$$

12. Ans. (2)

13. Ans. (2)

$$I = \frac{2}{5}mR^2 + mx^2$$

14. Ans. (3)

15. Ans. (1)

Sol. for solid sphere

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}.\frac{2}{5}mR^2.\frac{v^2}{R^2} = mgh_{sph.}$$

for solid cylinder

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}.\frac{1}{2}mR^2.\frac{v^2}{R^2} = mgh_{cyl.}$$

$$\Rightarrow \frac{h_{sph.}}{h_{cyl.}} = \frac{7/5}{3/2} = \frac{14}{15}$$

16. Ans. (3)

Sol. Angular impulse = change in angular momentum

$\tau\ \Delta t = \Delta L$

$$mg\frac{\ell}{2}\times .01 = \frac{m\ell^2}{3}\omega$$

$$\omega = \frac{3g \times 0.01}{2\ell}$$

$$= \frac{3 \times 10 \times .01}{2 \times 0.3}$$

$$= \frac{1}{2} = 0.5 \text{ rad/s}$$

time taken by rod to hit the ground

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2\times 5}{10}} = 1 \text{ sec.}$$

in this time angle rotate by rod

$\theta = \omega t = 0.5 \times 1 = 0.5$ radian

17. Ans. (4)

Sol. $$M = \int_0^R \rho_0 r(2\pi r dr) = \frac{\rho_0 \times 2\pi \times R^3}{3}$$

$$\underset{(\text{MOI about COM})}{I_0} = \int_0^R \rho_0 r(2\pi r dr) \times r^2 = \frac{\rho_0 \times 2\pi R^5}{5}$$

by parallel axis theorem

$I = I_0 + MR^2$

$$= \frac{\rho_0 \times 2\pi R^5}{5} + \frac{\rho_0 \times 2\pi R^3}{3} \times R^2 = \rho_0 2\pi R^5 \times \frac{8}{15}$$

$$= MR^2 \times \frac{8}{5}$$

18. Ans. (1)

Sol. Given moment of inertia 'I' = 1.5 kgm^2

Angular Acc. "α" = 20 Rad/s^2

$$KE = \frac{1}{2}I\omega^2$$

$$1200 = \frac{1}{2}1.5 \times \omega^2$$

$$\omega^2 = \frac{1200 \times 2}{1.5} = 1600$$

$\omega = 40\ rad/s^2$

$\omega = \omega_0 + \alpha t$

$40 = 0 + 20\ t$

$t = 2sec.$

19. Ans. (4)

Sol. Applying angular momentum conservation, about axis of rotation

$L_i = L_f$

$$\frac{ML^2}{12}\omega_0 = \left(\frac{ML^2}{12} + m\left(\frac{L}{2}\right)^2 \times 2\right)\omega$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{M\omega_0}{M + 6m}.$$

20. Ans. (2)

Sol. $\frac{1}{2}\left(m+\frac{I}{R^2}\right)v^2 = mgh$

if radius of gyration is k, then

$h = \frac{\left(1+\frac{k^2}{R^2}\right)v^2}{2g}$, $\frac{k_{ring}}{R_{ring}} = 1$, $\frac{k_{solid\ cylinder}}{R_{solid\ cylinder}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\frac{k_{solid\ sphere}}{R_{solid\ sphere}} = \sqrt{\frac{2}{5}}$

$h_1 : h_2 : h_3 :: (1+1) : \left(1+\frac{1}{2}\right) : \left(1+\frac{2}{5}\right) :: 20 : 15 : 14$

Therefor **most appropriate option is (2)** athough which in not in correct sequence

21. Ans. (4)

Sol. Kinetic energy KE = $\frac{1}{2}I\omega^2 = k\theta^2$

$\Rightarrow \omega^2 = \frac{2k\theta^2}{I} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2k}{I}}\,\theta$ ....(1)

Differentiate (1) wrt time $\rightarrow$

$\frac{d\omega}{dt} = \alpha = \sqrt{\frac{2k}{I}}\left(\frac{d\theta}{dt}\right)$

$\Rightarrow \alpha = \sqrt{\frac{2k}{I}} \cdot \sqrt{\frac{2k}{I}}\,\theta$ {by (1)}

$\Rightarrow \alpha = \frac{2k}{I}\theta$

Option (4)

22. Ans. (2)

Sol. $\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{25\times 2\pi}{5} = 10\pi\ \text{rad/sec}^2$

$\tau = \left(\frac{5}{4}MR^2\right)\alpha$

$= \frac{5}{4}\times 5\times 10^{-3}\times(10^{-2})^2\times 10\pi$

$= 1.9625 \times 10^{-5}$ Nm

$\simeq 2.0 \times 10^{-5}$ Nm

23. Ans. (4)

Sol. $\vec{L} = m[\vec{r}\times\vec{v}]$

m = 2 kg

$\vec{r} = 2t\,\hat{i} - 3t^2\hat{j}$

$= 4\,\hat{i} - 12\,\hat{j}$ (At t = 2 sec)

$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 2\,\hat{i} - 6t\,\hat{j} = 2\hat{i} - 12\hat{j}$

$\vec{r}\times\vec{v} = (4\hat{i}-12\hat{j})\times(2\hat{i}-12\hat{j})$

$= -24\,\hat{k}$

$\vec{L} = m(\vec{r}\times\vec{v})$

$= -48\hat{k}$

24. Ans. (4)

Sol. $I_1 = \frac{\left(\frac{7M}{8}\right)(2R)^2}{2} = \left(\frac{7}{16}\times 4\right)MR^2 = \frac{7}{4}MR^2$

$I_2 = \frac{2}{5}\left(\frac{M}{8}\right)R_1^2 = \frac{2}{5}\left(\frac{M}{8}\right)\frac{R^2}{4} = \frac{MR^2}{80}$

$\frac{4}{3}\pi R^3 = 8\left(\frac{4}{3}\pi R_1^3\right)$

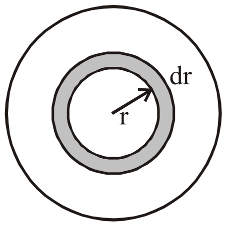
$R^3 = 8\,R_1^3$

$R = 2R_1$

$\therefore \frac{I_1}{I_2} = \frac{7/4\ MR^2}{\frac{MR^2}{80}} = \frac{7}{4}\times 80 = 140$

25. Ans. (3)

Sol.



$$I_{Disc} = \int_0^R (dm)r^2 \Rightarrow I_{Disc} = \int_0^R (\sigma 2\pi r dr)r^2$$

$$I_{Disc} = \int_0^R (kr^2 2\pi r dr)r^2 \qquad \text{Mass of disc}$$

$$I_{Disc} = 2\pi k\int_0^R r^5 dr \qquad M = \int_0^R 2\pi r dr\ kr^2$$

$$I_{Disc} = 2\pi k\left(\frac{r^6}{6}\right)_0^R \qquad M = 2\pi k\int_0^R r^3 dr$$

$$I_{Disc} = 2\pi k\frac{R^6}{6} \qquad M = 2\pi k\left.\frac{r^4}{4}\right|_0^R$$

$$I_{Disc} = \frac{\pi k R^6}{3} = \left(\frac{\pi k R^4}{2}\right)\frac{R^2 2}{3} \qquad M = 2\pi k\frac{R^4}{4}$$

$$I_{Disc} = \frac{M2R^2}{3}$$

$$I_{Disc} = \frac{2}{3}MR^2$$

26. Ans. (4)

Sol. $E_i = \frac{1}{2}I_1 \times \omega_1^2 + \frac{1}{2}\frac{I_1}{2} \times \frac{\omega_1^2}{4}$

$$= \frac{I_1\omega_1^2}{2}\left(\frac{9}{8}\right) = \frac{9}{16}I_1\omega_1^2$$

$$I_1\omega_1 + \frac{I_1\omega_1}{4} = \frac{3I_1}{2}\omega$$

$$\frac{5}{4}I_1\omega_1 = \frac{3I_1}{2}\omega$$

$$\omega = \frac{5}{6}\omega_1$$

$$E_f = \frac{1}{2} \times \frac{3I_1}{2} \times \frac{25}{36}\omega_1^2$$

$$= \frac{25}{48}I_1\omega_1^2$$

$$\Rightarrow E_f - E_i = I_1\omega_1^2\left(\frac{25}{48} - \frac{9}{16}\right) = \frac{-2}{48}I_1\omega_1^2$$

$$= \frac{-I_1\omega_1^2}{24}$$

27. Ans. (2)

Sol. $F = -m\ (a\omega_1^2 \cos\omega_1 t\hat{i} + b\omega_2^2 \sin\omega_2 t\hat{j})$

$$\vec{r} = (x_0 + a\cos\omega_1 t)\hat{i} + (y_0 + b\sin\omega_2 t)\hat{j}$$

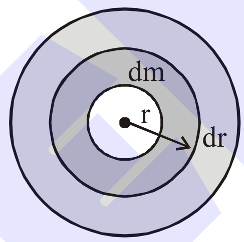
$$\vec{T} = \vec{r} \times \vec{F} = -m(x_0 + a\cos\omega_1 t)b\omega_2^2 \sin\omega_2 t\,\hat{k}$$

$$+m(y_0 + b\sin\omega_2 t)a\omega_1^2 \cos\omega_1 t\,\hat{k}$$

$$= ma\omega_1{}^2 y_0\,\hat{k}$$

28. Ans. (4)

Sol.



$$dI = (dm)r^2$$

$$= \quad (\sigma\ dA)r^2$$

$$= \left(\frac{\sigma_0}{r}2\pi r dr\right)r^2$$

$$= (\sigma_0\ 2\pi)r^2 dr$$

$$I = \int dI = \int_a^b \sigma_0 2\pi r^2 dr$$

$$= \sigma_0 2\pi\left(\frac{b^3 - a^3}{3}\right)$$

$$m = \int dm = \int \sigma dA$$

$$= \sigma_0 2\pi\int_a^b dr$$

$m = \sigma_0\ 2\pi\ (b\text{-}a)$

Radius of gyration

$$k = \sqrt{\frac{I}{m}} \quad = \sqrt{\frac{(b^3 - a^3)}{3(b - a)}}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{a^3 + b^3 + ab}{3}\right)}$$

29. Ans. (2)

Sol. Angular momentum conservation.

$$\cancel{M}V_0L = \cancel{M}V_1(L-\ell)$$

$$V_1 = V_0\left(\frac{L}{L-\ell}\right)$$

$$w_g + w_p = \Delta KE$$

$$-mg\ell + w_p = \frac{1}{2}m\left(V_1^2 - V_0^2\right)$$

$$w_p = mg\ell + \frac{1}{2}mV_0^2\left(\left(\frac{L}{L-\ell}\right)^2 - 1\right)$$

$$= mg\ell + \frac{1}{2}mV_0^2\left(\left(1-\frac{\ell}{L}\right)^{-2} - 1\right)$$

Now, $\ell \ll L$

By, Binomial approximation

$$= mg\ell + \frac{1}{2}mV_0^2\left(\left(1+\frac{2\ell}{L}\right) - 1\right)$$

$$= mg\ell + \frac{1}{2}mV_0^2\left(\frac{2\ell}{L}\right)$$

$$W_p = mg\ell + mv_0^2\frac{\ell}{L}$$

here, V_0 = maximum velocity

$= \omega \times A$

$$= \left(\sqrt{\frac{g}{L}}\right)(\theta_0 L)$$

$$V_0 = \theta_0\sqrt{gL}$$

so, $w_p = mg\ell + m\left(\theta_0\sqrt{gL}\right)^2\dfrac{\ell}{L}$

$$= mg\ell\left(1+\theta_0^2\right)$$