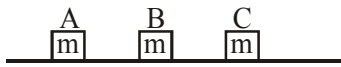


COM & COLLISION

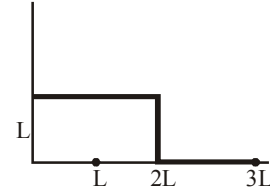
1. तीन ब्लॉक A, B तथा C एक चिकनी क्षैतिज सतह पर चित्रानुसार रखे हैं। A तथा B के द्रव्यमान m समान हैं, जबकि C का द्रव्यमान M है। ब्लॉक A को B की ओर एक चाल v इस प्रकार दी जाती है कि जिसके कारण यह B से पूर्णतया अप्रत्यास्थ रूप से टकराता है। संयुक्त द्रव्यमान C से पूर्णतया अप्रत्यास्थ टक्कर करता है। इस सम्पूर्ण प्रक्रिया में प्रारम्भिक गतिज ऊर्जा का $\frac{5}{6}$ वाँ भाग खर्च हो जाता है, तो M/m का मान क्या है ?



- (1) 4 (2) 5
 (3) 3 (4) 2
2. 0.03 kg द्रव्यमान के लकड़ी के एक टुकड़े को एक 100 m ऊँचाई इमारत की छत से छोड़ा जाता है। उसी समय 0.02 kg द्रव्यमान की एक गोली को धरातल से 100 ms^{-1} की गति से ऊर्ध्वाधर दिशा में ऊपर की तरफ दागा जाता है। गोली लकड़ी में गड़ जाती है, तो इस संयुक्त निकाय द्वारा नीचे आने से पहले इमारत की शीर्ष से ऊपर तय की गयी अधिकतम ऊँचाई का मान होगा : (दिया है : $g = 10 \text{ ms}^{-2}$)
- (1) 30 m (2) 10 m
 (3) 40 m (4) 20 m
3. एक सरल दोलक, जो कि l लम्बाई की डोरी तथा m द्रव्यमान के गोलक से बना है, को एक छोटे कोण θ_0 से छोड़ा जाता है। यह गोलक एक द्रव्यमान M के गुटके को, जो कि क्षैतिज समतल पर रखा है, अपने दोलन के न्यूनतम बिन्दु पर प्रत्यास्थ संघट्ट करता है। गोलक संघट्ट कर कोण θ_1 तक जाता है। तो M का मान होगा:-

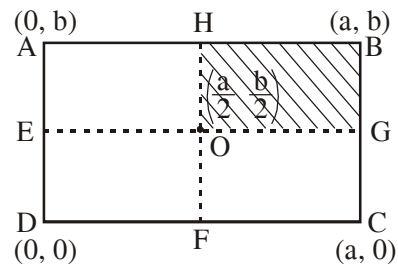
(1) $\frac{m}{2} \left(\frac{\theta_0 - \theta_1}{\theta_0 + \theta_1} \right)$ (2) $\frac{m}{2} \left(\frac{\theta_0 + \theta_1}{\theta_0 - \theta_1} \right)$
 (3) $m \left(\frac{\theta_0 + \theta_1}{\theta_0 - \theta_1} \right)$ (4) $m \left(\frac{\theta_0 - \theta_1}{\theta_0 + \theta_1} \right)$

4. चित्र में दिखायी गयी असममित किन्तु एकसमान छड़ जिसकी अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल नगण्य है, के द्रव्यमान केन्द्र का स्थिति सदिश, \vec{r}_{cm} होगा:-



(1) $\vec{r}_{cm} = \frac{13}{8}L\hat{x} + \frac{5}{8}L\hat{y}$
 (2) $\vec{r}_{cm} = \frac{11}{8}L\hat{x} + \frac{3}{8}L\hat{y}$
 (3) $\vec{r}_{cm} = \frac{3}{8}L\hat{x} + \frac{11}{8}L\hat{y}$
 (4) $\vec{r}_{cm} = \frac{5}{8}L\hat{x} + \frac{13}{8}L\hat{y}$

5. द्रव्यमान M की एकसमान आयताकार पतली चद्दर ABCD, जिसकी लम्बाई a तथा चौड़ाई b है, को चित्र में दिखाया गया है। यदि इसके आच्छादित भाग HBGO को काटकर हटा देते हैं तो बाकी चद्दर के द्रव्यमान केन्द्र का निर्देशांक होगा :-



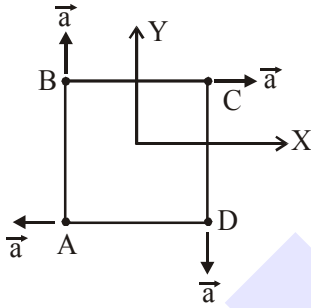
(1) $\left(\frac{2a}{3}, \frac{2b}{3} \right)$ (2) $\left(\frac{5a}{3}, \frac{5b}{3} \right)$
 (3) $\left(\frac{3a}{4}, \frac{3b}{4} \right)$ (4) $\left(\frac{5a}{12}, \frac{5b}{12} \right)$

6. द्रव्यमान m_1 का एक पिण्ड अज्ञात वेग $v_1 \hat{i}$ से चलते हुए एक-दूसरे द्रव्यमान m_2 तथा वेग $v_2 \hat{i}$ से जाते हुये एक पिण्ड से समरेखीय संघट्ट करता है। संघट्ट के बाद m_1 तथा m_2 क्रमशः वेग $v_3 \hat{i}$ तथा $v_4 \hat{i}$ से चलते हैं। यदि $m_2 = 0.5 m_1$ तथा $v_3 = 0.5 v_1$ हो, तो v_4 होगा :-

(1) $v_4 - \frac{v_2}{4}$ (2) $v_4 - \frac{v_2}{2}$

(3) $v_4 - v_2$ (4) $v_4 + v_2$

7. द्रव्यमान $m_A = m$, $m_B = 2m$, $m_C = 3m$ और $m_D = 4m$ वाले चार कण A, B, C और D एक वर्ग के कोनों पर रखे गये हैं। उनके त्वरण एकसमान परिमाण के हैं और दर्शाये गये चित्र के अनुसार हैं। कणों के द्रव्यमान केन्द्र का त्वरण है -



(1) $\frac{a}{5}(\hat{i} - \hat{j})$ (2) $\frac{a}{5}(\hat{i} + \hat{j})$

(3) Zero (4) $a(\hat{i} + \hat{j})$

8. द्रव्यमान ' m ' का एक कण चाल ' $2v$ ' से जाते हुये एक द्रव्यमान ' $2m$ ' के कण जो इसी दिशा में चाल ' v ' से जा रहा है, से संघट्ट करता है। संघट्ट के बाद पहला कण स्थिर अवस्था में आ जाता है तथा दूसरा कण एक ही द्रव्यमान ' m ' के दो कणों में विभाजित हो जाता है। ये दोनों कण आरम्भिक दिशा से 45° के कोण पर जाते हैं। प्रत्येक चलायमान कण की गति का मान होगा :-

(1) $v/(2\sqrt{2})$ (2) $2\sqrt{2}v$

(3) $\sqrt{2}v$ (4) $v/\sqrt{2}$

9. $M = 4m$ द्रव्यमान का एक वेज (wedge) आकार का गुटका एक घर्षणहीन सतह पर रखा है। m द्रव्यमान का एक कण गुटके की ओर v चाल से आता है। कण और सतह या कण और गुटके के बीच कोई घर्षण नहीं है। कण के द्वारा गुटके के बीच कोई घर्षण नहीं है। कण के द्वारा गुटके के ऊपर चढ़ी गयी अधिकतम ऊँचाई होगी :-

(1) $\frac{2v^2}{7g}$ (2) $\frac{v^2}{g}$

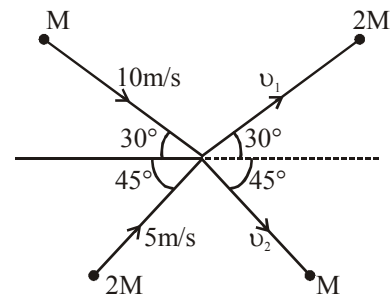
(3) $\frac{2v^2}{5g}$ (4) $\frac{v^2}{2g}$

10. एक 2 kg द्रव्यमान के पिण्ड का प्रत्यास्थ संघट्ट एक स्थिर पिंड से होता है। पहला पिण्ड अपनी प्रारम्भिक दिशा में चलता रहता है लेकिन उसकी गति पहले से एक चौथाई हो जाती है। दूसरे पिण्ड का द्रव्यमान क्या होगा ?

(1) 1.8 kg (2) 1.2 kg

(3) 1.5 kg (4) 1.0 kg

11. द्रव्यमान M व $2M$ के दो कण गति 10 m/s तथा 5 m/s, क्रमशः, से चित्रानुसार चलते हुए मूल बिंदु पर प्रत्यास्थ संघट्ट करते हैं। संघट्ट के बाद वो क्रमशः v_1 तथा v_2 की गति से दिखायी गयी दिशाओं में चलते हैं। v_1 तथा v_2 के निकटतम मान होंगे :



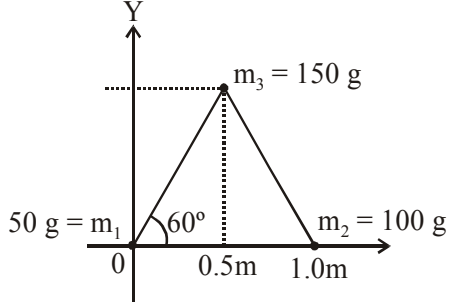
(1) 3.2 m/s तथा 6.3 m/s

(2) 3.2 m/s तथा 12.6 m/s

(3) 6.5 m/s तथा 6.3 m/s

(4) 6.5 m/s तथा 3.2 m/s

12. 50 g, 100 g तथा 150 g के तीन कणों को चित्रानुसार 1 m भुजा वाले एक समबाहु त्रिभुज के कोनों पर रखा है। इस निकाय के द्रव्यमान केन्द्र (x तथा y) के निर्देशांक होंगे :



- (1) $\left(\frac{7}{12}m, \frac{\sqrt{3}}{8}m\right)$ (2) $\left(\frac{\sqrt{3}}{4}m, \frac{5}{12}m\right)$
 (3) $\left(\frac{7}{12}m, \frac{\sqrt{3}}{4}m\right)$ (4) $\left(\frac{\sqrt{3}}{8}m, \frac{7}{12}m\right)$

13. एक व्यक्ति (द्रव्यमान = 50 kg) तथा उसका बेटा (द्रव्यमान = 20 kg) किसी घर्षणरहित पृष्ठ पर, एक दूसरे के सामने खड़े हैं। वह व्यक्ति अपने बेटे को धकेलता है। जिससे, वह, उस व्यक्ति के सापेक्ष 0.70 ms^{-1} की चाल से गति करने लगता है। तो, उस व्यक्ति की पृष्ठ के सापेक्ष चाल होगी :

- (1) 0.20 ms^{-1}
 (2) 0.14 ms^{-1}
 (3) 0.47 ms^{-1}
 (4) 0.28 ms^{-1}

SOLUTION**1. Ans. (1)**

$$k_i = \frac{1}{2}mv_0^2$$

From linear momentum conservation

$$mv_0 = (2m + M)v_f$$

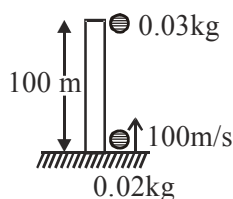
$$\Rightarrow v_f = \frac{mv_0}{2m + M}$$

$$\frac{k_i}{k_f} = 6$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{1}{2}mv_0^2}{\frac{1}{2}(2m + M)\left(\frac{mv_0}{2m + M}\right)^2} = 6$$

$$\Rightarrow \frac{2m + M}{m} = 6$$

$$\Rightarrow \frac{M}{m} = 4$$

2. Ans. (3)

Time taken for the particles to collide,

$$t = \frac{d}{V_{rel}} = \frac{100}{100} = 1 \text{ sec}$$

Speed of wood just before collision = $gt = 10 \text{ m/s}$

& speed of bullet just before collision $v - gt$

$$= 100 - 10 = 90 \text{ m/s}$$

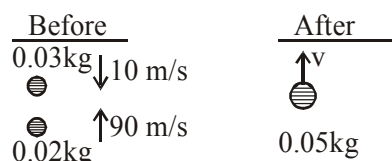
Now, conservation of linear momentum just before and after the collision -

$$-(0.02)(1v) + (0.02)(9v) = (0.05)v$$

$$\Rightarrow 150 = 5v$$

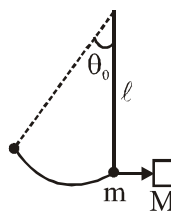
$$\Rightarrow v = 30 \text{ m/s}$$

$$\text{Max. height reached by body } h = \frac{v^2}{2g}$$

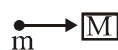


$$h = \frac{30 \times 30}{2 \times 10} = 45 \text{ m}$$

\therefore Height above tower = 40 m

3. Ans. (3)

Before collision



$$v = \sqrt{2gl(1 - \cos\theta_0)}$$

After collision



$$v_1 = \sqrt{2gl(1 - \cos\theta_1)}$$

By momentum conservation

$$m\sqrt{2gl(1 - \cos\theta_0)} = MV_m - m\sqrt{2gl(1 - \cos\theta_1)}$$

$$\Rightarrow m\sqrt{2gl} \left\{ \sqrt{1 - \cos\theta_0} + \sqrt{1 - \cos\theta_1} \right\} = MV_m$$

$$\text{and } e = 1 = \frac{V_m + \sqrt{2gl(1 - \cos\theta_1)}}{\sqrt{2gl(1 - \cos\theta_0)}}$$

$$\sqrt{2gl} \left(\sqrt{1 - \cos\theta_0} - \sqrt{1 - \cos\theta_1} \right) = V_m \quad \dots(I)$$

$$m\sqrt{2gl} \left(\sqrt{1 - \cos\theta_0} + \sqrt{1 - \cos\theta_1} \right) = MV_m \quad \dots(II)$$

Dividing

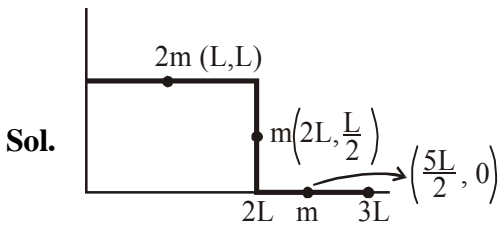
$$\frac{\left(\sqrt{1 - \cos\theta_0} + \sqrt{1 - \cos\theta_1} \right)}{\left(\sqrt{1 - \cos\theta_0} - \sqrt{1 - \cos\theta_1} \right)} = \frac{M}{m}$$

By componendo divided

$$\frac{m - M}{m + M} = \frac{\sqrt{1 - \cos\theta_1}}{\sqrt{1 - \cos\theta_0}} = \frac{\sin\left(\frac{\theta_1}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\theta_0}{2}\right)}$$

$$\Rightarrow \frac{M}{m} = \frac{\theta_0 - \theta_1}{\theta_0 + \theta_1} \Rightarrow M = m \frac{\theta_0 - \theta_1}{\theta_0 + \theta_1}$$

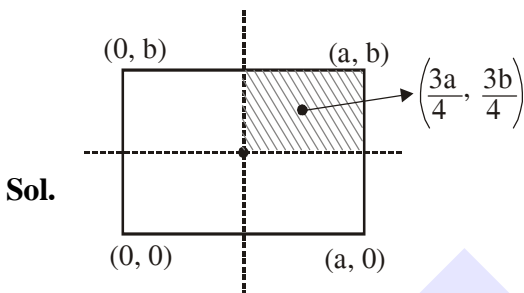
4. Ans. (1)



$$X_{cm} = \frac{2mL + 2mL + \frac{5mL}{2}}{4m} = \frac{13L}{8}$$

$$Y_{cm} = \frac{2m \times L + m \times \left(\frac{L}{2}\right) + m \times 0}{4m} = \frac{5L}{8}$$

5. Ans. (4)



$$x = \frac{M \frac{a}{2} - \frac{M}{4} \times \frac{3a}{4}}{M - \frac{M}{4}}$$

$$= \frac{\frac{a}{2} - \frac{3a}{16}}{\frac{3}{4}} = \frac{\frac{5a}{16}}{\frac{3}{4}} = \frac{5a}{12}$$

$$y = \frac{M \frac{b}{2} - \frac{M}{4} \times \frac{3b}{4}}{M - \frac{M}{4}} = \frac{5b}{12}$$

6. Ans. (3)

Sol. Applying linear momentum conservation

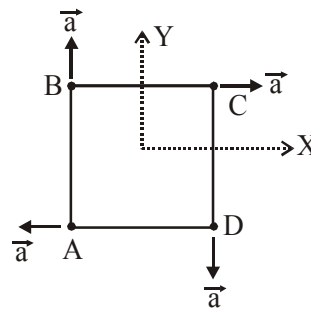
$$m_1 v_1 \hat{i} + m_2 v_2 \hat{i} = m_1 v_3 \hat{i} + m_2 v_4 \hat{i}$$

$$m_1 v_1 + 0.5 m_1 v_2 = m_1 (0.5 v_1) + 0.5 m_1 v_4$$

$$0.5 m_1 v_1 = 0.5 m_1 (v_4 - v_2)$$

$$v_1 = v_4 - v_2$$

7. Ans. (1)



Sol.

$$\vec{a}_A = -a\hat{i}$$

$$\vec{a}_B = a\hat{j}$$

$$\vec{a}_C = a\hat{i}$$

$$\vec{a}_D = -a\hat{j}$$

$$\vec{a}_{cm} = \frac{m_a \vec{a}_a + m_b \vec{a}_b + m_c \vec{a}_c + m_d \vec{a}_d}{m_a + m_b + m_c + m_d}$$

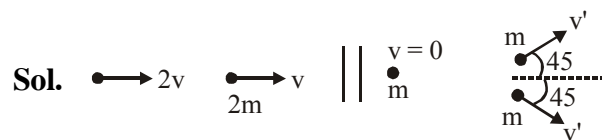
$$\vec{a}_{cm} = \frac{-ma\hat{i} + 2ma\hat{j} + 3ma\hat{i} - 4ma\hat{j}}{10m}$$

$$= \frac{2ma\hat{i} - 2ma\hat{j}}{10m}$$

$$= \frac{a}{5} \hat{i} - \frac{a}{5} \hat{j}$$

$$= \frac{a}{5} (\hat{i} - \hat{j})$$

8. Ans. (2)



Sol.

Linear momentum conservation

$$m 2v + 2m v = m \times 0 + m \frac{v'}{\sqrt{2}} \times 2$$

$$v' = 2\sqrt{2} v.$$

