

TRIGONOMETRY EQUATION

1. यदि $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$ है, तो x के उन मानों की संख्या जिनके लिए $\sin x - \sin 2x + \sin 3x = 0$ है, है
 (1) 2 (2) 1 (3) 3 (4) 4
2. $\sin^2 2\theta + \cos^4 2\theta = \frac{3}{4}$ को संतुष्ट करने वाले $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ के सभी मानों का योग है :
 (1) $\frac{\pi}{2}$ (2) π
 (3) $\frac{3\pi}{8}$ (4) $\frac{5\pi}{4}$
3. माना $S = \{\theta \in [-2\pi, 2\pi] : 2\cos^2\theta + 3\sin\theta = 0\}$ है, तो S के अवयवों का योगफल है :
 (1) $\frac{13\pi}{6}$ (2) π (3) 2π (4) $\frac{5\pi}{3}$

4. वह सभी युग्म (x, y) जो असमिका $2\sqrt{\sin^2 x - 2\sin x + 5} \cdot \frac{1}{4^{\sin^2 y}} \leq 1$ को संतुष्ट करते हैं, निम्न में से किस समीकरण को भी संतुष्ट करते हैं ?
 (1) $\sin x = |\sin y|$ (2) $\sin x = 2 \sin y$
 (3) $2|\sin x| = 3 \sin y$ (4) $2\sin x = \sin y$
5. समीकरण $1 + \sin^4 x = \cos^2 3x$, $x \in \left[-\frac{5\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right]$ के हलों की संख्या है :
 (1) 5 (2) 4 (3) 7 (4) 3
6. माना सभी $\alpha \in \mathbb{R}$ जिसके लिए समीकरण $\cos 2x + \alpha \sin x = 2\alpha - 7$ का एक हल है, का समुच्चय S है। तो S बराबर है :
 (1) $[2, 6]$ (2) $[3, 7]$ (3) \mathbb{R} (4) $[1, 4]$

SOLUTION

1. Ans. (1)

$$\begin{aligned}\sin x - \sin 2x + \sin 3x &= 0 \\ \Rightarrow (\sin x + \sin 3x) - \sin 2x &= 0 \\ \Rightarrow 2\sin x \cdot \cos x - \sin 2x &= 0 \\ \Rightarrow \sin 2x(2 \cos x - 1) &= 0 \\ \Rightarrow \sin 2x = 0 \text{ or } \cos x &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

$$\Rightarrow x = 0, \frac{\pi}{3}$$

2. Ans. (1)

$$\sin^2 2\theta + \cos^4 2\theta = \frac{3}{4}, \theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Rightarrow 1 - \cos^2 2\theta + \cos^4 2\theta = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow 4\cos^4 2\theta - 4\cos^2 2\theta + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (2\cos^2 2\theta - 1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \cos^2 2\theta = \frac{1}{2} = \cos^2 \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow 2\theta = n\pi \pm \frac{\pi}{4}, n \in \mathbb{I}$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{n\pi}{2} \pm \frac{\pi}{8}$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{8}$$

$$\text{Sum of solutions} = \frac{\pi}{2}$$

3. Official Ans. by NTA (3)

$$\text{Sol. } 2(1 - \sin^2 \theta) + 3 \sin \theta = 0$$

$$\Rightarrow 2 \sin^2 \theta - 3 \sin \theta - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (2 \sin \theta + 1)(\sin \theta - 2) = 0$$

$$\Rightarrow \sin \theta = -\frac{1}{2}; \sin \theta = 2 \text{ (reject)}$$

$$\text{roots : } \pi + \frac{\pi}{6}, 2\pi - \frac{\pi}{6}, -\frac{\pi}{6}, -\pi + \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow \text{sum of values} = 2\pi$$

4. Official Ans. by NTA (1)

$$\text{Sol. } 2\sqrt{\sin^2 x - 2\sin x + 5} \cdot 4^{-\sin^2 y} \leq 1$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{(\sin x - 1)^2 + 4} \leq 2 \cdot 2\sin^2 y$$

$$\Rightarrow \sqrt{(\sin x - 1)^2 + 4} \leq 2\sin^2 y$$

$$\Rightarrow \sin x = 1 \text{ and } |\sin y| = 1$$

5. Official Ans. by NTA (1)

$$\text{Sol. } 1 + \sin^4 x = \cos^2 3x$$

$$\sin x = 0 \text{ \& } \cos 3x = 1$$

$$0, 2\pi, -2\pi, -\pi, \pi$$

6. Official Ans. by NTA (1)

$$\text{Sol. } \cos 2x + \alpha \sin x = 2\alpha - 7$$

$$\Rightarrow 2\sin^2 x - \alpha \sin x + 2\alpha - 8 = 0$$

$$\sin^2 x - \frac{\alpha}{2} \sin x + \alpha - 4 = 0$$

$$\Rightarrow \sin x = 2 \text{ (rejected) or } \sin x = \frac{\alpha - 4}{2}$$

$$\Rightarrow \left| \frac{\alpha - 4}{2} \right| \leq 1$$

$$\Rightarrow \alpha \in [2, 6]$$