

STRAIGHT LINE

- माना सभी रेखाओं $px + qy + r = 0$ का समुच्चय इस प्रकार है कि $3p + 2q + 4r = 0$ है। निम्न में से कौनसा एक कथन सत्य होगा ?
 (1) रेखायें सभी समांतर होगी
 (2) प्रत्येक रेखा मूल बिन्दु से गुजरेगी
 (3) रेखायें संगामी नहीं होगी
 (4) रेखायें बिन्दु $\left(\frac{3}{4}, \frac{1}{2}\right)$ पर संगामी होगी
- माना एक त्रिभुज की दो भुजाओं के समीकरण $3x - 2y + 6 = 0$ तथा $4x + 5y - 20 = 0$ हैं। यदि इस त्रिभुज का लम्बकेंद्र $(1, 1)$ पर है, तो इसकी तीसरी भुजा का समीकरण है :
 (1) $122y - 26x - 1675 = 0$
 (2) $26x + 61y + 1675 = 0$
 (3) $122y + 26x + 1675 = 0$
 (4) $26x - 122y - 1675 = 0$
- माना S , xy -तल में स्थित ऐसी सभी त्रिभुजों का समुच्चय है जिनका एक शीर्ष मूल बिन्दु पर है तथा दूसरे दो शीर्ष निर्देशांक अक्षों पर हैं तथा जिनके निर्देशांक पूर्णाकीय हैं। यदि S की प्रत्येक त्रिभुज का क्षेत्रफल 50 वर्ग इकाई है, तो समुच्चय S के अवयवों की संख्या है :
 (1) 9 (2) 18 (3) 32 (4) 36
- यदि रेखा $3x + 4y - 24 = 0$, x -अक्ष को बिन्दु A तथा y -अक्ष को बिन्दु B पर काटती है, तो त्रिभुज OAB , जहाँ O मूलबिन्दु है, का अन्तः केन्द्र है
 (1) $(3, 4)$ (2) $(2, 2)$ (3) $(4, 4)$ (4) $(4, 3)$
- एक बिन्दु P , रेखा $2x - 3y + 4 = 0$ पर गति करता है। यदि $Q(1, 4)$ तथा $R(3, -2)$ निश्चित बिन्दु हैं, तो ΔPQR के केन्द्रक का बिन्दुपथ (locus) एक रेखा है:
 (1) जो कि x -अक्ष के समांतर है।
 (2) जिसकी ढाल (slope) $\frac{2}{3}$ है।
 (3) जिसकी ढाल (slope) $\frac{3}{2}$ है।
 (4) जो कि y -अक्ष के समांतर है।

- एक त्रिभुज के दो शीर्ष $(0, 2)$ तथा $(4, 3)$ है। यदि इसका लम्बकेंद्र मूलबिन्दु पर हो, तो इसका तीसरा शीर्ष कौनसे चतुर्थांश में स्थित होगा ?
 (1) चतुर्थ (2) द्वितीय (3) तृतीय (4) प्रथम
- एक समांतर चतुर्भुज की दो भुजायें, रेखा $x + y = 3$ तथा $x - y + 3 = 0$ के अनुदिश है। यदि इसके विकर्ण बिन्दु $(2, 4)$ पर प्रतिच्छेद करते हैं, तो इसका एक शीर्ष होगा :
 (1) $(2, 6)$ (2) $(2, 1)$ (3) $(3, 5)$ (4) $(3, 6)$
- यदि एक समांतर चतुर्भुज $ABDC$ के बिन्दुओं A, B तथा C के निर्देशांक क्रमशः $(1, 2), (3, 4)$ तथा $(2, 5)$ हैं, तो विकर्ण AD का समीकरण है :-
 (1) $5x + 3y - 11 = 0$ (2) $3x - 5y + 7 = 0$
 (3) $3x + 5y - 13 = 0$ (4) $5x - 3y + 1 = 0$
- यदि सरल रेखा $2x - 3y + 17 = 0$, बिन्दुओं $(7, 17)$ तथा $(15, \beta)$ से होकर जाने वाली रेखा के लंबवत् है, तो β बराबर है:-
 (1) -5 (2) $-\frac{35}{3}$ (3) $\frac{35}{3}$ (4) 5
- यदि एक सरल रेखा बिन्दु $P(-3, 4)$ से इस प्रकार गुजरती है इसका निर्देशी अक्षों के मध्य अन्तखण्डीत भाग बिन्दु P पर सम द्विविभाजित हो, तो इसका समीकरण होगा :
 (1) $x - y + 7 = 0$ (2) $3x - 4y + 25 = 0$
 (3) $4x + 3y = 0$ (4) $4x - 3y + 24 = 0$
- यदि R त्रिज्या का एक वृत्त मूलबिन्दु O से गुजरता है तथा निर्देशी अक्षों को बिन्दु A तथा B पर काटता है तो रेखा AB पर स्थित बिन्दु O से लम्ब के पाद का बिन्दुपथ होगा :
 (1) $(x^2 + y^2)^2 = 4R^2x^2y^2$
 (2) $(x^2 + y^2)(x + y) = R^2xy$
 (3) $(x^2 + y^2)^3 = 4R^2x^2y^2$
 (4) $(x^2 + y^2)^2 = 4R^2x^2y^2$
- सरल रेखा $3x + 5y = 15$ पर स्थित एक बिन्दु, जो निर्देशांक अक्षों में समदूरस्थ है, केवल स्थित है -
 (1) प्रथम तथा द्वितीय चतुर्थांशों में
 (2) चतुर्थ चतुर्थांश में
 (3) प्रथम, द्वितीय तथा चतुर्थ चतुर्थांशों में
 (4) प्रथम चतुर्थांश में

13. माना बिंदु (h, k) , $(1, 2)$ तथा $(-3, 4)$ एक रेखा L_1 पर स्थित है। यदि बिंदुओं (h, k) तथा $(4, 3)$ से होकर जाने वाली रेखा L_2 रेखा L_1 के लंबवत है, तो $\frac{k}{h}$ बराबर है :-
- (1) 3 (2) $-\frac{1}{7}$ (3) $\frac{1}{3}$ (4) 0
14. $P(2, 3)$ से हो कर जाने वाली एक रेखा, जो $x + y = 7$ को P से 4 इकाई की दूरी पर प्रतिच्छेदित करती है, की ढाल है:
- (1) $\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+1}$ (2) $\frac{1-\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}}$
- (3) $\frac{1-\sqrt{7}}{1+\sqrt{7}}$ (4) $\frac{\sqrt{7}-1}{\sqrt{7}+1}$
15. यदि दो रेखायें $x + (a - 1)y = 1$ तथा $2x + a^2y = 1$ ($a \in \mathbb{R} - \{0, 1\}$) लंबवत हैं, तो उनके प्रतिच्छेदन बिन्दु की मूल बिन्दु से दूरी है :-
- (1) $\frac{2}{5}$ (2) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ (3) $\frac{\sqrt{2}}{5}$ (4) $\frac{\sqrt{2}}{5}$
16. एक वृत्त, जिसका एक व्यास रेखा $3y = x + 7$ के अनुदिश है, के अंतर्गत एक आयत बनाया गया है। यदि आयत के दो संलग्न शीर्ष $(-8, 5)$ तथा $(6, 5)$ हैं, तो आयत का क्षेत्रफल (वर्ग इकाइयों में) है :-
- (1) 72 (2) 84 (3) 98 (4) 56
17. $|x-y| \leq 2$ तथा $|x+y| \leq 2$ द्वारा प्रदर्शित क्षेत्र जिसके द्वारा प्रतिबद्ध (bounded) है, वह है :
- (1) एक वर्ग जिसकी भुजा की लम्बाई $2\sqrt{2}$ इकाई है।
 (2) एक समचतुर्भुज जिसकी भुजा की लम्बाई 2 इकाई है।
 (3) एक वर्ग जिसका क्षेत्रफल 16 वर्ग इकाई है।
 (4) एक समचतुर्भुज जिसका क्षेत्रफल $8\sqrt{2}$ वर्ग इकाई है।
18. रेखा $4x - 3y + 2 = 0$ के समांतर रेखाएँ खींची गई हैं जो मूलबिन्दु से $\frac{3}{5}$ की दूरी पर है। तो निम्न में से कौनसा एक बिन्दु इनमें से किसी रेखा पर स्थित है ?
- (1) $\left(-\frac{1}{4}, \frac{2}{3}\right)$ (2) $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{3}\right)$
- (3) $\left(-\frac{1}{4}, -\frac{2}{3}\right)$ (4) $\left(\frac{1}{4}, -\frac{1}{3}\right)$
19. समीकरण $y = \sin x \sin(x + 2) - \sin^2(x+1)$ एक सरल रेखा को निरूपित करता है, जो स्थित है :
- (1) मात्र दूसरे तथा तीसरे चतुर्थांश में।
 (2) मात्र तीसरे तथा चौथे चतुर्थांश में।
 (3) पहले, तीसरे तथा चौथे चतुर्थांश में।
 (4) पहले, दूसरे तथा चौथे चतुर्थांश में।
20. मूलबिन्दु से 4 इकाई की दूरी पर एक सरल रेखा L निर्देशांक अक्षों पर धनात्मक अंतःखण्ड बनाती है तथा मूलबिन्दु से इस रेखा पर लंब, रेखा $x + y = 0$ के साथ 60° का कोण बनाता है। तो रेखा L का एक समीकरण है :
- (1) $(\sqrt{3}+1)x + (\sqrt{3}-1)y = 8\sqrt{2}$
 (2) $(\sqrt{3}-1)x + (\sqrt{3}+1)y = 8\sqrt{2}$
 (3) $\sqrt{3}x + y = 8$
 (4) $x + \sqrt{3}y = 8$
21. एक त्रिभुज का एक शीर्ष $(1, 2)$ पर है तथा इससे होकर जाने वाली दो भुजाओं के मध्य बिन्दु $(-1, 1)$ और $(2, 3)$ हैं। तो इस त्रिभुज का केन्द्रक है :
- (1) $\left(\frac{1}{3}, 1\right)$ (2) $\left(\frac{1}{3}, 2\right)$
- (3) $\left(1, \frac{7}{3}\right)$ (4) $\left(\frac{1}{3}, \frac{5}{3}\right)$

SOLUTION

1. **Ans. (4)**

Given set of lines $px + qy + r = 0$
 given condition $3p + 2q + 4r = 0$

$$\Rightarrow \frac{3}{4}p + \frac{1}{2}q + r = 0$$

\Rightarrow All lines pass through a fixed point $\left(\frac{3}{4}, \frac{1}{2}\right)$.

2. **Ans. (4)**

Equation of AB is

$$3x - 2y + 6 = 0$$

equation of AC is

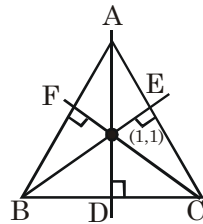
$$4x + 5y - 20 = 0$$

Equation of BE is

$$2x + 3y - 5 = 0$$

Equation of CF is $5x - 4y - 1 = 0$

\Rightarrow Equation of BC is $26x - 122y = 1675$



3. **Ans. (4)**

Let $A(\alpha, 0)$ and $B(0, \beta)$

be the vertices of the given triangle AOB

$$\Rightarrow |\alpha\beta| = 100$$

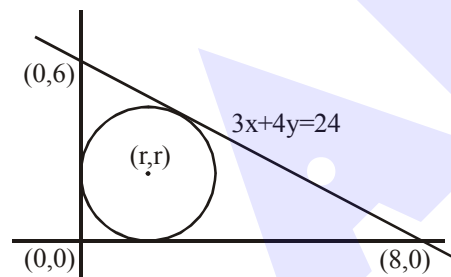
\Rightarrow Number of triangles

$$= 4 \times (\text{number of divisors of } 100)$$

$$= 4 \times 9 = 36$$

4. **Ans. (2)**

$$\left| \frac{3r + 4r - 24}{5} \right| = r$$



$$7r - 24 = \pm 5r$$

$$2r = 24 \text{ or } 12r + 24$$

$$r = 14, r = 2$$

then incentre is (2, 2)

5. **Ans. (2)**

Let the centroid of ΔPQR is (h, k) & P is (α, β) , then

$$\frac{\alpha + 1 + 3}{3} = h \quad \text{and} \quad \frac{\beta + 4 - 2}{3} = k$$

$$\alpha = (3h - 4) \quad \beta = (3k - 4)$$

Point $P(\alpha, \beta)$ lies on line $2x - 3y + 4 = 0$

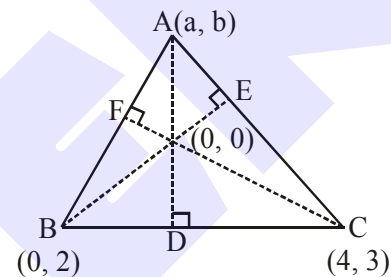
$$\therefore 2(3h - 4) - 3(3k - 2) + 4 = 0$$

$$\Rightarrow \text{locus is } 6x - 9y + 2 = 0$$

6. **Ans. (2)**

$$m_{BD} \times m_{AD} = -1 \Rightarrow \left(\frac{3-2}{4-0}\right) \times \left(\frac{b-0}{a-0}\right) = -1$$

$$\Rightarrow b + 4a = 0 \quad \dots\dots(i)$$



$$m_{AB} \times m_{CF} = -1 \Rightarrow \left(\frac{b-2}{a-0}\right) \times \left(\frac{3}{4}\right) = -1$$

$$\Rightarrow 3b - 6 = -4a \Rightarrow 4a + 3b = 6 \quad \dots\dots(ii)$$

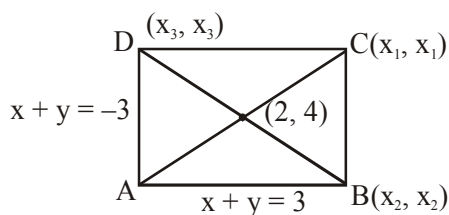
From (i) and (ii)

$$a = \frac{-3}{4}, b = 3$$

\therefore IInd quadrant.

Option (2)

7. Ans. (4)



Solving $x + y = 3$ \Rightarrow A(0, 3)
and $x - y = -3$

$$\frac{x_1 + 0}{2} = 2; x_1 = 4 \text{ similarly } y_1 = 5$$

$$C \Rightarrow (4, 5)$$

Now equation of BC is $x - y = -1$

and equation of CD is $x + y = 9$

Solving $x + y = 9$ and $x - y = -3$

Point D is (3, 6)

Option (4)

8. Ans. (4)

co-ordinates of point D are (4, 7)

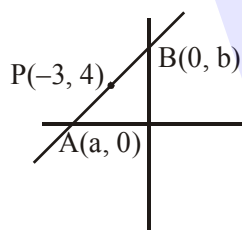
$$\Rightarrow \text{line AD is } 5x - 3y + 1 = 0$$

9. Ans. (4)

$$\frac{17 - \beta}{-8} \times \frac{2}{3} = -1$$

$$\beta = 5$$

10. Ans (4)



Let the line be $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

$$(-3, 4) = \left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right)$$

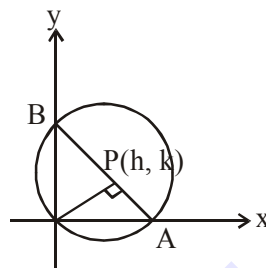
$$a = -6, b = 8$$

$$\text{equation of line is } 4x - 3y + 24 = 0$$

11. Ans. (3)

$$\text{Slope of AB} = \frac{-h}{k}$$

$$\text{Equation of AB is } hx + ky = h^2 + k^2$$



$$A\left(\frac{h^2 + k^2}{h}, 0\right), B\left(0, \frac{h^2 + k^2}{k}\right)$$

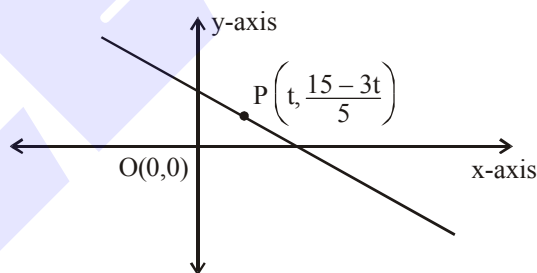
$$AB = 2R$$

$$\Rightarrow (h^2 + k^2)^3 = 4R^2 h^2 k^2$$

$$\Rightarrow (x^2 + y^2)^3 = 4R^2 x^2 y^2$$

12. Official Ans. by NTA (1)

Sol.



$$\text{Now, } \left|\frac{15-3t}{5}\right| = |t|$$

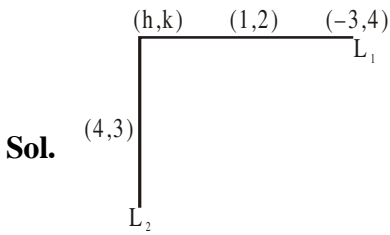
$$\Rightarrow \frac{15-3t}{5} = t \text{ or } \frac{15-3t}{5} = -t$$

$$\therefore t = \frac{15}{8} \text{ or } t = \frac{-15}{2}$$

$$\text{So, } P\left(\frac{15}{8}, \frac{15}{8}\right) \in \text{I}^{\text{st}} \text{ quadrant}$$

$$\text{or } P\left(\frac{-15}{2}, \frac{15}{2}\right) \in \text{II}^{\text{nd}} \text{ quadrant}$$

13. Official Ans. by NTA (3)



equation of L_1 is

$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2} \quad \dots(1)$$

equation of L_2 is

$$y = 2x - 5 \quad \dots(2)$$

by (1) and (2)

$$x = 3$$

$$y = 1 \Rightarrow h = 3, k = 1$$

$$\frac{k}{h} = \frac{1}{3}$$

14. Official Ans. by NTA (3)

Sol. $x = 2 + r\cos\theta$

$$y = 3 + r\sin\theta$$

$$\Rightarrow 2 + r\cos\theta + 3 + r\sin\theta = 7$$

$$\Rightarrow r(\cos\theta + \sin\theta) = 2$$

$$\Rightarrow \sin\theta + \cos\theta = \frac{2}{r} = \frac{2}{\pm 4} = \pm \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 1 + \sin 2\theta = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \sin 2\theta = -\frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{2m}{1+m^2} = -\frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow 3m^2 + 8m + 3 = 0$$

$$\Rightarrow m = \frac{-4 \pm \sqrt{7}}{1-7}$$

$$\frac{1-\sqrt{7}}{1+\sqrt{7}} = \frac{(1-\sqrt{7})^2}{1-7} = \frac{8-2\sqrt{7}}{-6} = \frac{-4+\sqrt{7}}{3}$$

15. Official Ans. by NTA (4)

Sol. $\left(\frac{-1}{a-1}\right)\left(\frac{-2}{a^2}\right) = -1$

$$2 = -(a^2)(a-1)$$

$$a^3 - a^2 + 2 = 0$$

$$(a+1)(a^2 - 2a + 2) = 0$$

$$\therefore a = -1$$

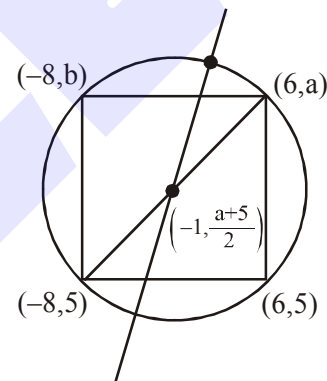
$$\left. \begin{aligned} L_1: x - 2y + 1 &= 0 \\ L_2: 2x + y - 1 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

$$O(0,0) \quad P\left(\frac{1}{5}, \frac{3}{5}\right)$$

$$OP = \sqrt{\frac{1}{25} + \frac{9}{25}} = \sqrt{\frac{10}{25}} = \sqrt{\frac{2}{5}}$$

16. Official Ans. by NTA (2)

Sol.



$$\frac{3(a+5)}{2} = -1 + 7$$

$$a + 5 = \frac{2(6)}{3}$$

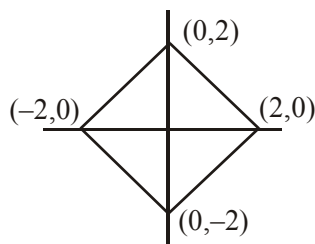
$$a = -1$$

$$\text{sides} = 6 \text{ and } 14$$

$$\Rightarrow A = 84$$

17. Official Ans. by NTA (1)

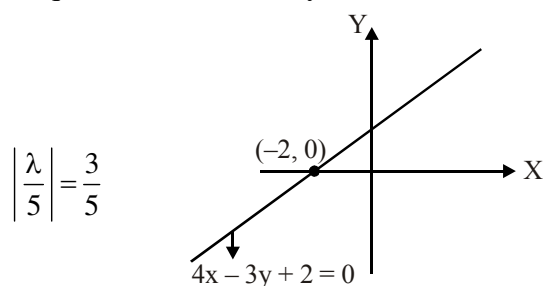
Sol. $|x-y| \leq 2$ and $|x+y| \leq 2$



Square whose side is $2\sqrt{2}$

18. Official Ans. by NTA (1)

Sol. Required line is $4x - 3y + \lambda = 0$



$$\left| \frac{\lambda}{5} \right| = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \lambda = \pm 3.$$

So, required equation of line is

$$4x - 3y + 3 = 0 \text{ and } 4x - 3y - 3 = 0$$

$$(1) \quad 4\left(-\frac{1}{4}\right) - 3\left(\frac{2}{3}\right) + 3 = 0$$

19. Official Ans. by NTA (2)

Sol. $2y = 2\sin x \sin(x+2) - 2\sin^2(x+1)$

$$2y = \cos 2 - \cos(2x+2) - (1 - \cos(2x+2))$$

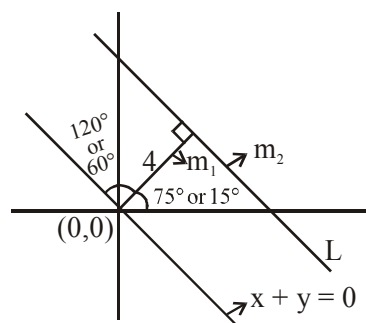
$$= \cos 2 - 1$$

$$2y = -2\sin^2 \frac{1}{2}$$

$$y = -\sin^2 \frac{1}{2} \leq 0$$

20. Official Ans. by NTA (1) or (2)

Sol.



$$m_1 = \tan 75^\circ = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$$

$$\text{or } m = \tan 15^\circ = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$$

$$m_2 = \frac{-1}{m_1} = \frac{-(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3}+1}$$

$$\text{or } m_2 = \frac{-1}{m_1} = \frac{-(\sqrt{3}+1)}{\sqrt{3}-1}$$

$$\Rightarrow y = m_2 x + C$$

$$\Rightarrow y = \frac{-(\sqrt{3}-1)x}{\sqrt{3}+1} + C \Rightarrow L$$

$$\text{or } y = \frac{-(\sqrt{3}+1)x}{\sqrt{3}-1} + C \Rightarrow L$$

Distance from origin = 4

$$\therefore \left| \frac{C}{\sqrt{1 + \frac{(\sqrt{3}-1)^2}{(\sqrt{3}+1)^2}}} \right| = 4 \text{ or } \left| \frac{C}{\sqrt{1 + \frac{(\sqrt{3}+1)^2}{(\sqrt{3}-1)^2}}} \right| = 4$$

$$\Rightarrow C = \frac{8\sqrt{2}}{(\sqrt{3}+1)} \text{ or } C = \frac{8\sqrt{2}}{(\sqrt{3}-1)}$$

$$\Rightarrow (\sqrt{3}-1)y + (\sqrt{3}+1)x = 8\sqrt{2}$$

$$\text{or } (\sqrt{3}-1)x + (\sqrt{3}+1)y = 8\sqrt{2}$$

21. Official Ans. by NTA (2)

Sol. Let $B(\alpha, \beta)$ and $C(\gamma, \delta)$

$$\frac{\alpha+1}{2} = -1 \Rightarrow \alpha = -3$$

$$\frac{\beta+2}{2} = 1 \Rightarrow \beta = 0$$

$$\Rightarrow B(-3, 0)$$

$$\text{Now } \frac{\gamma+1}{2} = 2 \Rightarrow \gamma = 3$$

$$\frac{\delta+2}{2} = 3 \Rightarrow \delta = 4$$

$$\Rightarrow C(3, 4)$$

$$\Rightarrow \text{centroid of triangle is } G\left(\frac{1}{3}, 2\right)$$