

SOLUTION OF TRIANGLE

1. यदि एक त्रिभुज की भुजाओं की लम्बाइयाँ 5, 5r, 5r² है, तो r निम्न में से किसके बराबर नहीं हो सकता ?

(1) $\frac{3}{2}$ (2) $\frac{3}{4}$ (3) $\frac{5}{4}$ (4) $\frac{7}{4}$

2. सामान्य संकेतो के साथ, त्रिभुज ABC में, यदि $\angle A + \angle B = 120^\circ$, $a = \sqrt{3} + 1$ तथा $b = \sqrt{3} - 1$ हो, तो अनुपात $\angle A : \angle B$ होगा

(1) 7 : 1 (2) 5 : 3
(3) 9 : 7 (4) 3 : 1

3. एक त्रिभुज की दो भुजाओं की लम्बाई का योग x है और इन्हीं दो भुजाओं की लम्बाई का गुणनफल y है। यदि $x^2 - c^2 = y$, जहाँ c त्रिभुज की तीसरी भुजा की लम्बाई है, तब त्रिभुज के परिवृत्त की त्रिज्या है :

(1) $\frac{y}{\sqrt{3}}$ (2) $\frac{c}{\sqrt{3}}$
(3) $\frac{c}{3}$ (4) $\frac{3}{2}y$

4. एक ΔABC में सामान्य संकेतों के आधार पर दिया है

कि $\frac{b+c}{11} = \frac{c+a}{12} = \frac{a+b}{13}$ है।

यदि $\frac{\cos A}{\alpha} = \frac{\cos B}{\beta} = \frac{\cos C}{\gamma}$ है, तो क्रमित त्रिक

(α, β, γ) का एक मान है :-

(1) (3, 4, 5) (2) (19, 7, 25)
(3) (7, 19, 25) (4) (5, 12, 13)

5. यदि एक त्रिभुज की भुजाओं की लम्बाइयाँ समांतर श्रेणी में हैं तथा इसका सबसे बड़ा कोण सबसे छोटे कोण का दुगुना है, तो त्रिभुज की भुजाओं की लम्बाइयों का एक अनुपात है :-

(1) 5 : 9 : 13
(2) 5 : 6 : 7
(3) 4 : 5 : 6
(4) 3 : 4 : 5

6. एक त्रिभुज ABC के कोण A, B तथा C समांतर श्रेणी में है तथा $a : b = 1 : \sqrt{3}$ है। यदि $c = 4$ सेमी है, तो इस त्रिभुज का क्षेत्रफल (वर्ग सेमी में) है :

(1) $4\sqrt{3}$ (2) $\frac{2}{\sqrt{3}}$
(3) $2\sqrt{3}$ (4) $\frac{4}{\sqrt{3}}$

SOLUTION

1. Ans. (4)

$r = 1$ is obviously true.

Let $0 < r < 1$

$$\Rightarrow r + r^2 > 1$$

$$\Rightarrow r^2 + r - 1 > 0$$

$$\left(r - \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \right) \left(r - \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \right)$$

$$\Rightarrow r - \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \text{ or } r > \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$r \in \left(\frac{\sqrt{5} - 1}{2}, 1 \right)$$

$$\frac{\sqrt{5} - 1}{2} < r < 1$$

When $r > 1$

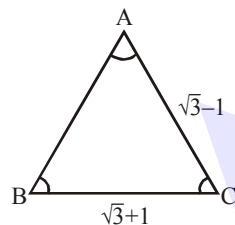
$$\Rightarrow \frac{\sqrt{5} + 1}{2} > \frac{1}{r} > 1$$

$$\Rightarrow r \in \left(\frac{\sqrt{5} - 1}{2}, \frac{\sqrt{5} + 1}{2} \right)$$

Now check options

2. Ans. (1)

$$A + B = 120^\circ$$



$$\tan \frac{A - B}{2} = \frac{a - b}{a + b} \cot \left(\frac{C}{2} \right)$$

$$= \frac{\sqrt{3} + 1 - \sqrt{3} + 1}{2(\sqrt{3})} \cot(30^\circ) = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{3} = 1$$

$$\frac{A - B}{2} = 45^\circ \Rightarrow \begin{aligned} A - B &= 90^\circ \\ A + B &= 120^\circ \end{aligned}$$

$$2A = 210^\circ$$

$$A = 105^\circ$$

$$B = 15^\circ$$

\therefore Option (1)

3. Ans. (2)

Given $a + b = x$ and $ab = y$

If $x^2 - c^2 = y \Rightarrow (a + b)^2 - c^2 = ab$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 - c^2 = -ab$$

$$\Rightarrow \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \cos C = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \angle C = \frac{2\pi}{3}$$

$$R = \frac{c}{2 \sin C} = \frac{c}{\sqrt{3}}$$

4. Ans. (3)

$b + c = 11\lambda$, $c + a = 12\lambda$, $a + b = 13\lambda$

$$\Rightarrow a = 7\lambda, b = 6\lambda, c = 5\lambda$$

(using cosine formula)

$$\cos A = \frac{1}{5}, \cos B = \frac{19}{35}, \cos C = \frac{5}{7}$$

$$\alpha : \beta : \gamma \Rightarrow 7 : 19 : 25$$

5. Official Ans. by NTA (3)

Sol. $a < b < c$ are in A.P.

$\angle C = 2\angle A$ (Given)

$$\Rightarrow \sin C = \sin 2A$$

$$\Rightarrow \sin C = 2 \sin A \cdot \cos A$$

$$\Rightarrow \frac{\sin C}{\sin A} = 2 \cos A$$

$$\Rightarrow \frac{c}{a} = 2 \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

put $a = b - \lambda$, $c = b + \lambda$, $\lambda > 0$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{b}{5}$$

$$\Rightarrow a = b - \frac{b}{5} = \frac{4}{5}b, c = b + \frac{b}{5} = \frac{6}{5}b$$

\Rightarrow required ratio = 4 : 5 : 6

6. Official Ans. by NTA (3)

Sol. $\angle B = \frac{\pi}{3}$, by sine Rule

$$\sin A = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow A = 30^\circ, a = 2, b = 2\sqrt{3}, c = 4$$

$$\Delta = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2 = 2\sqrt{3} \text{ sq. cm}$$