

PROBABILITY

1. 52 पत्तों की फेटी हुई ताश की गड्डी से दो पत्ते एक बाद एक बिना प्रतिस्थापन के निकाले जाते हैं। माना X (यादृच्छिक चर है जो) खींचे गये दो पत्तों में इक्को की संख्या को दर्शाता है। तब $P(X = 1) + P(X = 2)$ का मान होगा :
- (1) $52/169$ (2) $25/169$
(3) $49/169$ (4) $24/169$
2. एक कलश में 5 लाल तथा 2 हरी गेंदें हैं। इस कलश में से यादृच्छया एक गेंद निकाली गई। यदि निकाली गई गेंद हरी है, तो कलश में एक लाल गेंद डाली जाती है तथा यदि निकाली गई गेंद लाल है, तो कलश में एक हरी गेंद डाली जाती है, जबकि निकाली गई गेंद वापिस नहीं डाली जाती। अब इसमें से यादृच्छया एक दूसरी गेंद निकाली गई, तो इस दूसरी गेंद के लाल होने की प्रायिकता है :
- (1) $\frac{26}{49}$ (2) $\frac{32}{49}$ (3) $\frac{27}{49}$ (4) $\frac{21}{49}$
3. एक अनभिन्न (unbiased) सिक्के को उछाला जाता है। चित्त आने पर अनभिन्न पासों के एक युग्म को उछाला जाता है तथा उन पर आई संख्याओं का योग नोट किया जाता है। यदि सिक्के पर पट आता है, तो 9 कार्डों जिन पर संख्याएं 1, 2, 3, ..., 9 अंकित हैं, की एक अच्छी प्रकार से फेंटी गई गड्डी में से एक कार्ड निकाल कर उस पर आई संख्या नोट की जाती है। इस प्रकार नोट की गई संख्या 7 अथवा 8 होने की प्रायिकता है :
- (1) $\frac{13}{36}$ (2) $\frac{19}{36}$ (3) $\frac{19}{72}$ (4) $\frac{15}{72}$
4. यदि निशाने बाज द्वारा किसी निशाने पर लक्ष्य को भेदने की प्रायिकता $1/3$ है, तो उसके द्वारा अपेक्षित लक्ष्य पर स्वतंत्र निशाने मारने की न्यूनतम संख्या, ताकि लक्ष्य को भेदन की प्रायिकता कम से कम $\frac{5}{6}$ से अधिक हो, होगी:
- (1) 6 (2) 5 (3) 4 (4) 3
5. समुच्चय $\{1, 2, \dots, 11\}$ से दो पूर्णांक यादृच्छिक लिए गये हैं। दिया है कि ली गई संख्याओं का योग सम है, दोनों संख्याओं के सम होने की सप्रतिबंध (conditional) प्रायिकता है :
- (1) $\frac{2}{5}$ (2) $\frac{1}{2}$
(3) $\frac{3}{5}$ (4) $\frac{7}{10}$
6. माना $S = \{1, 2, \dots, 20\}$ है। S के एक उपसमुच्चय B को "nice" कहा जाता है यदि इसके अवयवों का योग 203 है। तो, S के एक यादृच्छया चुने गए उपसमुच्चय के "nice" होने की प्रायिकता है
- (1) $\frac{6}{2^{20}}$ (2) $\frac{5}{2^{20}}$
(3) $\frac{4}{2^{20}}$ (4) $\frac{7}{2^{20}}$
7. एक थैले में 30 सफेद गेंदें तथा 10 लाल गेंदें हैं। थैले में से यादृच्छया, एक एक करके (प्रतिस्थापना सहित) 16 गेंदें निकाली गईं। यदि निकाली गईं सफेद गेंदों की संख्या X है, तो $\left(\frac{X \text{ का माध्य}}{X \text{ का मानक विचलन}} \right)$ बराबर है :-
- (1) 4 (2) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ (3) $4\sqrt{3}$ (4) $3\sqrt{2}$
8. एक यादृच्छिक प्रयोग में, एक अनभिन्न (Fair) पासे को तब तक उछाला जाता है जब तक कि लगातार दो बार 4 न आए। तो इस प्रयोग के पाँचवीं बार पासे के उछाल (throw) तक समाप्त होने की प्रायिकता है :
- (1) $\frac{150}{6^5}$ (2) $\frac{175}{6^5}$
(3) $\frac{200}{6^5}$ (4) $\frac{225}{6^5}$

9. तीन ऐसे डिब्बों पर विचार कीजिए जिनमें प्रत्येक में 1, 2, ..., 10 तक संख्याओं से अंकित 10 गेंदे हैं। माना कि प्रत्येक डिब्बे में से यादृच्छ्या एक गेंद निकाली गई। यदि i वें ($i = 1, 2, 3$) डिब्बे में से निकाली गई गेंद पर अंकित संख्या को n_i से प्रदर्शित किया जाए, तो जितने तरीकों से यह गेंदे निकाली जा सकती है, ताकि $n_1 < n_2 < n_3$ है, है :
- (1) 82 (2) 240 (3) 164 (4) 120
10. एक खेल में, एक व्यक्ति 100 रू जीतेगा यदि एक निष्पक्षपाती पासे को फेंकने पर 5, 6 आता हो तथा 50 रू हारेगा यदि निष्पक्षपाती पासे को फेंकने पर 1, 2, 3, 4 आता हो। यदि वह निश्चित करता है कि या तो वह अधिकतम तीन बार पासे को फेंकेगा या जब तक 5 या 6 प्राप्त न हो तब तक पासे को फेंकेगा तब उसका संभावित लाभ/हानि (रू. में) होगा:
- (1) $\frac{400}{3}$ gain (2) $\frac{400}{3}$ loss
(3) 0 (4) $\frac{400}{9}$ loss
11. 60 छात्रों की कक्षा में, NCC के लिये 40 को चुना, NSS के लिये 30 को चुना तथा NCC एवं NSS दोनों के लिये 20 को चुना यदि इनमें से किसी एक छात्र का चयन यादृच्छिक रूप से किया जाता है, तो इसकी क्या प्रायिकता है कि छात्र ने ना तो NCC को चना ना ही NSS को चुना :
- (1) $\frac{2}{3}$ (2) $\frac{1}{6}$
(3) $\frac{1}{3}$ (4) $\frac{5}{6}$
12. माना A तथा B दो ऐसी अरिक्त (non-null) घटनायें हैं कि $A \subset B$ - है सही है?
- (1) $P(A|B) = 1$
(2) $P(A|B) = P(B) - P(A)$
(3) $P(A|B) \leq P(A)$
(4) $P(A|B) \geq P(A)$
13. एक अभिनत सिक्के को कम से कम कितनी बार उछाला जाए ताकि कम से कम एक चित्त आने की प्रायिकता, कम से कम 90% हो ?
- (1) 5 (2) 3
(3) 2 (4) 4
14. चार व्यक्तियों के एक लक्ष्य पर ठीक प्रकार से प्रहार करने की प्रायिकताएँ क्रमशः $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ तथा $\frac{1}{8}$ है यदि सभी इस लक्ष्य पर स्वतंत्र रूप से प्रहार करते हैं, तो लक्ष्य पर आघात होने की प्रायिकता है :
- (1) $\frac{25}{192}$ (2) $\frac{1}{192}$
(3) $\frac{25}{32}$ (4) $\frac{7}{32}$
15. माना प्रत्येक जन्म लेने वाले बच्चे का लड़का अथवा लड़की होना समसंभाव्य है। माना दो परिवारों में प्रत्येक में दो बच्चे हैं। यदि यह दिया गया है कि कम से कम दो बच्चे लड़कियां हैं, तो सभी बच्चों के लड़की होने की सप्रतिबंध प्रायिकता है :
- (1) $\frac{1}{11}$ (2) $\frac{1}{17}$ (3) $\frac{1}{10}$ (4) $\frac{1}{12}$

16. एक न्याय सिक्के को न्यूनतम कितनी बार उछालें कि कम से कम एक चित्त आने की प्रायिकता 99% से अधिक हो ?
- (1) 5 (2) 6
(3) 7 (4) 8
17. यदि एक नियमित षड्भुज के छः शीर्षों में से तीन यादृच्छिक चुने जाते हैं, तो इन चुने गए शीर्षों द्वारा बने त्रिभुज के समबाहु होने की प्रायिकता है :
- (1) $\frac{3}{10}$ (2) $\frac{1}{10}$
(3) $\frac{3}{20}$ (4) $\frac{1}{5}$
18. माना एक यादृच्छिक चर X के द्विपद बंटन का माध्य 8 तथा प्रसरण 4 है। यदि $P(x \leq 2) = \frac{k}{2^{16}}$, है, तो k बराबर हैं :
- (1) 17 (2) 1
(3) 121 (4) 137
19. प्रारंभिक जाँच के लिए एक प्रवेश परीक्षा में एक परीक्षार्थी को पचास प्रश्न हल करने के लिए दिये गये हैं। यदि परीक्षार्थी के किसी एक प्रश्न को हल कर सकने की प्रायिकता $\frac{4}{5}$ है, तो उसके दो से कम प्रश्नों को हल करने में असमर्थ होने की प्रायिकता है :
- (1) $\frac{316}{25} \left(\frac{4}{5}\right)^{48}$ (2) $\frac{54}{5} \left(\frac{4}{5}\right)^{49}$
(3) $\frac{164}{25} \left(\frac{1}{5}\right)^{48}$ (4) $\frac{201}{5} \left(\frac{1}{5}\right)^{49}$
20. एक व्यक्ति दो न्याय (fair) पासे उछालता है। एक द्विक (दोनों पासों पर एक ही संख्या) आने पर वह रू. 15 जीतता है, दोनों पासों पर आए अंकों का योग 9 होने पर रू. 12 जीतता है तथा किसी अन्य परिणाम (outcome) पर रू. 6 हारता है। तो उस व्यक्ति का प्रत्याशित (expected) लाभ/हानि (रू. में) है :
- (1) लाभ 2 (2) लाभ $\frac{1}{2}$ (3) हानि $\frac{1}{4}$ (4) हानि $\frac{1}{2}$

SOLUTION

1. **Ans. (2)**

Two cards are drawn successively with replacement

4 Aces 48 Non Aces

$$P(x=1) = \frac{{}^4C_1}{{}^{52}C_1} \times \frac{48C_1}{52C_1} + \frac{48C_1}{52C_1} \times \frac{4C_1}{52C_1} = \frac{24}{169}$$

$$P(x=2) = \frac{{}^4C_1}{{}^{52}C_1} \times \frac{{}^4C_1}{{}^{52}C_1} = \frac{1}{169}$$

$$P(x=1) + P(x=2) = \frac{25}{169}$$

2. **Ans. (2)**

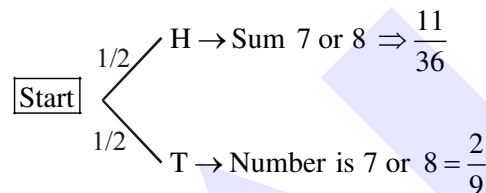
E_1 : Event of drawing a Red ball and placing a green ball in the bag

E_2 : Event of drawing a green ball and placing a red ball in the bag

E : Event of drawing a red ball in second draw

$$P(E) = P(E_1) \times P\left(\frac{E}{E_1}\right) + P(E_2) \times P\left(\frac{E}{E_2}\right)$$

$$= \frac{5}{7} \times \frac{4}{7} + \frac{2}{7} \times \frac{6}{7} = \frac{32}{49}$$

3. **Ans. (3)**

$$P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{11}{36} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{9} = \frac{19}{72}$$

4. **Ans. (2)**

$$1 - {}^nC_0 \left(\frac{1}{3}\right)^0 \left(\frac{2}{3}\right)^n > \frac{5}{6}$$

$$\frac{1}{6} > \left(\frac{2}{3}\right)^n \Rightarrow 0.1666 > \left(\frac{2}{3}\right)^n$$

$$n_{\min} = 5 \Rightarrow \text{Option (2)}$$

5. **Ans. (1)**

Since sum of two numbers is even so either both are odd or both are even. Hence number of elements in reduced sample space

$$= {}^5C_2 + {}^6C_2$$

so required probability = $\frac{{}^5C_2}{{}^5C_2 + {}^6C_2}$

6. **Ans. (2)**

7,

1,6

$$P = \frac{5}{2^{20}}$$

2,5

3,4

1,2,4

7. **Ans. (3)**

$$p \text{ (probability of getting white ball)} = \frac{30}{40}$$

$$q = \frac{1}{4} \text{ and } n = 16$$

$$\text{mean} = np = 16 \cdot \frac{3}{4} = 12$$

and standard deviation

$$= \sqrt{npq} = \sqrt{16 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4}} = \sqrt{3}$$

8. **Ans. (2)**

$$\frac{1}{6^2} \left(\frac{5^3}{6^3} + \frac{2C_1 \cdot 5^2}{6^3} \right) = \frac{175}{6^5}$$

9. **Ans. (4)**

$$\text{No. of ways} = 10C_3 = 120$$

10. Ans. (3)

Expected Gain/ Loss
 $= w \times 100 + Lw (-50 + 100) + L^2w (-50 - 50 + 100) + L^3 (-150)$
 $= \frac{1}{3} \times 100 + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} (50) + \left(\frac{2}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{3}\right) (0)$
 $+ \left(\frac{2}{3}\right)^3 (-150) = 0$

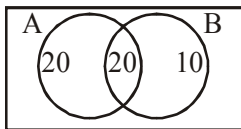
here w denotes probability that outcome 5 or

$6 \left(w = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \right)$

here L denotes probability that outcome

1,2,3,4 $\left(L = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \right)$

11. Ans. (2)



A → opted NCC
 B → opted NSS

$\therefore P(\text{neither A nor B}) = \frac{10}{60} = \frac{1}{6}$

12. Official Ans. by NTA (4)

Sol. $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A)}{P(B)}$

(as $A \subset B \Rightarrow P(A \cap B) = P(A)$)

$\Rightarrow P(A|B) \geq P(A)$

13. Official Ans. by NTA (4)

Sol. Probability of observing at least one head out of n tosses

$= 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n \geq 0.9$

$\Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^n \leq 0.1$

$\Rightarrow n \geq 4$

\Rightarrow minimum number of tosses = 4

14. Official Ans. by NTA (3)

Sol. Let persons be A,B,C,D
 $P(\text{Hit}) = 1 - P(\text{none of them hits})$

$= 1 - P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C} \cap \bar{D})$

$= 1 - P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) \cdot P(\bar{C}) \cdot P(\bar{D})$

$= 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{7}{8}$

$= \frac{25}{32}$

15. Official Ans. by NTA (1)

Sol. $P(B) = P(G) = 1/2$

Required Probability =

$\frac{\text{all 4 girls}}{(\text{all 4 girls}) + (\text{exactly 3 girls + 1 boy}) + (\text{exactly 2 girls + 2 boys})}$

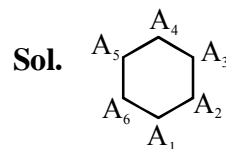
$\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^4}{\left(\frac{1}{2}\right)^4 + {}^4C_3 \left(\frac{1}{2}\right)^4 + {}^4C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^4} = \frac{1}{11}$

16. Official Ans. by NTA (3)

Sol. $1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n > \frac{99}{100}$

$\Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^n < \frac{1}{100} \Rightarrow n = 7.$

17. Official Ans. by NTA (2)



Sol.

Only two equilateral triangles are possible $A_1 A_3 A_5$ and $A_2 A_4 A_6$

$\frac{2}{6C_3} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$

18. Official Ans. by NTA (4)

Sol. $np = 8$

$$npq = 4$$

$$q = \frac{1}{2} \Rightarrow p = \frac{1}{2}$$

$$n = 16$$

$$p(x = r) = {}^{16}C_r \left(\frac{1}{2}\right)^{16}$$

$$p(x \leq 2) = \frac{{}^{16}C_0 + {}^{16}C_1 + {}^{16}C_2}{2^{16}}$$

$$= \frac{137}{2^{16}}$$

19. Official Ans. by NTA (2)

Sol. Let X be random variable which denotes number of problems that candidate is unable to solve

$$\therefore p = \frac{1}{5} \text{ and } X < 2$$

$$\Rightarrow P(X < 2) = P(X = 0) + P(X = 1)$$

$$= \left(\frac{4}{5}\right)^{50} + {}^{50}C_1 \cdot \left(\frac{1}{5}\right) \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{49}$$

20. Official Ans. by NTA (2)

Sol. win Rs.15 \rightarrow number of cases = 6

win Rs.12 \rightarrow number of cases = 4

loss Rs.6 \rightarrow number of cases = 26

$$p(\text{expected gain/loss}) = 15 \times \frac{6}{36} + 12 \times \frac{4}{36} -$$

$$6 \times \frac{26}{36} = -\frac{1}{2}$$