PERMUTATION & COMBINATION

1. माना एक कक्षा में 5 लड़कियाँ तथा 7 लड़के है। इस कक्षा से बनाई जा सकने वाली 2 लड़कियों तथा 3 लड़कों से विभिन्न टीमों की संख्या, यदि दो विशिष्ट लड़के A तथा B है जो एक ही टीम के सदस्य होने से इन्कार करते है, होगी :

(1) 200 (2) 300 (3) 500 (4) 350

2. अंकों 0,1,3,7,9 के प्रयोग से (जहाँ अंकों को दोहराया जा सकता है) बनाई जा सकने वाली प्राकृत संख्याएँ जो 7,000 से कम हैं, की संख्या है :

(1) 250 (2) 374 (3) 372 (4) 375

3. ऐसे सभी दो अंकों की धनात्मक संख्यायें, जिन्हें 7 से विभाजित करने पर 2 या 5 शेषफल प्राप्त होता है, का योग है:

(1) 1365 (2) 1256 (3) 1465 (4) 1356

4. माना $S = \{1,2,3, ..., 100\}$, तो S के उन सभी अरिक्त (non-empty) उपसमुच्चयों A जिनके अवयवों का गुणनफल सम है, की संख्या है :-

(1) $2^{50}(2^{50}-1)$ (2) $2^{100}-1$

(3) $2^{50}-1$ (4) $2^{50}+1$

5. शतरंज प्रतियोगिता में भाग लेने वाले m पुरूष तथा दो महिलायें हैं। प्रत्येक प्रतिभागी हर दूसरे प्रतिभागी के साथ दो खेल खेलता है। यदि पुरूषों द्वारा अपने मध्य खेले गये खेलों की संख्या पुरूषों और महिलाओं के मध्य खेले जाने वाले खेलों की संख्या 84 से अधिक हो, तो m का मान होगा:

(1) 9 (2) 11

(3) 12 (4) 7

6. यदि ${}^nC_4$, ${}^nC_5$ तथा ${}^nC_6$ समान्तर श्रेणी में हो, तो n का मान हो सकता है :

(1) 14 (2) 11

(3) 9 (4) 12

7. सभी अंको 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 4, 4 को एक साथ लेकर सभी संभव संख्यायें बनाई गई है। इस प्रकार की संख्याओं, जिनमें विषम अंक सम स्थानों पर हैं, की संख्या है –

(1) 175 (2) 162 (3) 160 (4) 180

8. अंकों 0,1,2,3,4,5 को प्रयोग करके (जहाँ अंकों को दोहराया जा सकता है) बनाई जा सकने वाली चार अंकों की संख्याओं, जो 4321 से अधिक (strictly greater) हो, की संख्या है:–

(1) 288 (2) 306 (3) 360 (4) 310

9. 8 पुरुषों तथा 5 महिलाओं में से 11 सदस्यों की एक कमेटी बनाई जानी है। यदि कम से कम 6 पुरुषों वाली कमेटी बनाने के m तरीके हैं तथा कम से कम 3 महिलाओं वाली कमेटी बनाने के n तरीके हैं, तो :

(1) $m = n = 78$ (2) $n = m - 8$

(3) $m + n = 68$ (4) $m = n = 68$

10. कुछ एक जैसी गेंदें पंक्तियों में इस प्रकार रखी गई हैं कि वह एक समबाहु त्रिभुज बनाती है। पहली पंक्ति में एक गेंद है, दूसरी पंक्ति में दो गेंदें है तथा इसी प्रकार अन्य पंक्तियों में गेंदें है। समबाहु त्रिभुज बनाने में लगी कुल गेंदों में यदि एक जैसी 99 गेंदें और जोड़ दी जायें तो इन सारी गेंदों को एक ऐसे वर्ग के आकार में रखा जा सकता है जिसकी प्रत्येक भुजा में त्रिभुज की प्रत्येक भुजा से ठीक दो गेंदें कम है। तो समबाहु त्रिभुज बनाने में लगी गेंदों की संख्या हैं :-

(1) 190 (2) 262 (3) 225 (4) 157

11. अंकों (digits) 0, 1, 2, 5, 7 तथा 9 के प्रयोग से 6 अंकों वाली ऐसी संख्याओं, जो 11 से भाज्य हों तथा जिनमें कोई भी अंक दोबारा न आए, की संख्या है :

(1) 36 (2) 60 (3) 48 (4) 72

12. माना एक वृत्तीय स्टेडियम की सीमा पर एक ही ऊँचाई के 20 खम्भे खड़े किए गए है। यदि प्रत्येक खम्भे के शिखर को सभी असंलग्न खम्भों के शिखरों से कड़ियों (beams) द्वारा जोड़ा गया है, तो ऐसी कड़ियों की कुल संख्या है:

(1) 210 (2) 190

(3) 170 (4) 180

13. विद्यार्थियों के एक समूह में 5 लड़के तथा n लड़कियां हैं। यदि इस समूह में से तीन विद्यार्थियों की टीम यादृच्छिक इस प्रकार चुनने के तरीके, कि प्रत्येक टीम में कम से कम एक लड़का तथा कम से कम एक लड़की हो, 1750 हैं, तो n बराबर है:

(1) 25 (2) 28 (3) 27 (4) 24

14. 31 वस्तुओं, जिनमें 10 समरूप (identical) हैं तथा 21 भिन्न हैं, में से 10 वस्तुओं के चुने जाने के तरीकों की संख्या है :

(1) 2^{20} (2) $2^{20} - 1$

(3) $2^{20} + 1$ (4) 2^{21}

SOLUTION

1. Ans. (2)

Required number of ways

= Total number of ways – When A and B are always included.

$= {}^5C_2 . {}^7C_3 - {}^5C_1 {}^5C_2 = 300$

2. Ans. (2)

a_1	a_2	a_3

Number of numbers = $5^3 - 1$

a_4	a_1	a_2	a_3

2 ways for a_4

Number of numbers = 2×5^3

Required number = $5^3 + 2 \times 5^3 - 1$

= 374

3. Ans. (4)

$$\sum_{r=2}^{13}(7r+2) = 7.\frac{2+13}{2}\times 6 + 2\times 12$$

$= 7 \times 90 + 24 = 654$

$$\sum_{r=1}^{13}(7r+5) = 7\left(\frac{1+13}{2}\right)\times 13 + 5\times 13 = 702$$

Total = 654 + 702 = 1356

4. Ans. (1)

S = {1,2,3------100}

= Total non empty subsets-subsets with product of element is odd

$= 2^{100} - 1 - 1[(2^{50} - 1)]$

$= 2^{100} - 2^{50}$

$= 2^{50}(2^{50} - 1)$

5. Ans (3)

Let m-men, 2-women

${}^mC_2 \times 2 = {}^mC_1\ {}^2C_1 . 2 + 84$

$m^2 - 5m - 84 = 0 \Rightarrow (m - 12)(m + 7) = 0$

m = 12

6. Ans. (1)

$2.{}^nC_5 = {}^nC_4 + {}^nC_6$

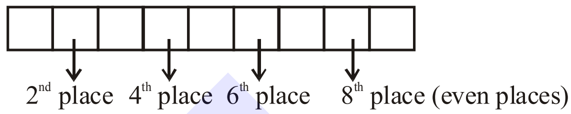
$$2.\frac{\lfloor n}{\lfloor 5 \lfloor n-5} = \frac{\lfloor n}{\lfloor 4 \lfloor n-4} + \frac{\lfloor n}{\lfloor 6 \lfloor n-6}$$

$$\frac{2}{5}.\frac{1}{n-5} = \frac{1}{(n-4)(n-5)} + \frac{1}{30}$$

n = 14 satisfying equation.

7. Official Ans. by NTA (4)

Sol.



Number of such numbers

$$= {}^4C_3 \times \frac{3!}{2!} \times \frac{6!}{2!4!} = 180$$

8. Official Ans. by NTA (4)

Sol. (1) The number of four-digit numbers Starting with 5 is equal to $6^3 = 216$

(2) Starting with 44 and 55 is equal to $36 \times 2 = 72$

(3) Starting with 433,434 and 435 is equal to $6 \times 3 = 18$

(3) Remaining numbers are 4322,4323,4324,4325is equal to 4 so total numbers are 216 + 72 + 18 + 4 = 310

9. Official Ans. by NTA (1)

Sol. Since there are 8 males and 5 females. Out of these 13, if we select 11 persons, then there will be at least 6 males and atleast 3 females in the selection.

$$m = n = \binom{13}{11} = \binom{13}{2} = \frac{13\times 12}{2} = 78$$

10. Official Ans. by NTA (1)

Sol. $\frac{n(n+1)}{2} + 99 = (n-2)^2$

$n^2 + n + 198 = 2(n^2 + 4 - 4n)$

$n^2 - 9n - 190 = 0$

$n^2 - 19n + 10 - 190 = 0$

$n(n - 19) + 10(n - 19) = 0$

n = 19

11. Official Ans. by NTA (2)

Sol. Sum of given digits 0, 1, 2, 5, 7, 9 is 24.

Let the six digit number be abcdef and to be divisible by 11

so $|(a + c + e) - (b + d + f)|$ is multiple of 11.

Hence only possibility is $a + c + e = 12 = b + d + f$

Case-I $\{a, c, e\} = \{9, 2, 1\}$ & $\{b, d, f\} = \{7, 5, 0\}$

So, Number of numbers $= 3! \times 3! = 36$

Case-II $\{a,c,e\} = \{7,5,0\}$ and $\{b,d,f\} = \{9,2,1\}$

So, Number of numbers $2 \times 2! \times 3! = 24$

Total = 60

12. Official Ans. by NTA (3)

Sol. Total cases = number of diagonals

$= {}^{20}C_2 - 20 = 170$

13. Official Ans. by NTA (1)

Sol. ${}^5C_1 \cdot {}^nC_2 + {}^5C_2 \cdot {}^nC_1 = 1750$

$n^2 + 3n = 700$

$\therefore n = 25$

14. Official Ans. by NTA (1)

Sol.

10 Identical	21 Distinct	10 Object
0	10	${}^{21}C_{10} \times 1$
1	9	${}^{21}C_9 \times 1$
⋮	⋮	⋮
10	0	${}^{21}C_0 \times 1$

${}^{21}C_0 + ... + {}^{21}C_{10} + {}^{21}C_1 + ... + {}^{21}C_0 = 2^{21}$

$({}^{21}C_0 + ... + {}^{21}C_{10}) = 2^{20}$