MAXIMA & MINIMA

1. समकोणीय शंकु का अधिकतम आयतन (घन मीटर में), जिसकी तीर्यक ऊँचाई 3m हो, होगा :

(1) $3\sqrt{3}\ \pi$ (2) $6\ \pi$

(3) $2\sqrt{3}\ \pi$ (4) $\frac{4}{3}\ \pi$

2. बिन्दु $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ तथा वक्र $y=\sqrt{x},(x>0)$ के बीच की न्यूनतम दूरी है :

(1) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (2) $\frac{5}{4}$ (3) $\frac{3}{2}$ (4) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. समुच्चय $S=\left\{x \in R : x^2+30 \le 11x\right\}$ पर फलन $f(x) = 3x^3 - 18x^2 + 27x - 40$ का अधिकतम मान है :

(1) 122 (2) –222

(3) –122 (4) 222

4. एक ऐसी आयत, जिसका आधार x अक्ष पर है तथा अन्य दो शीर्ष परवलय $y = 12-x^2$ पर इस प्रकार स्थित हैं कि आयत, परवलय के अन्त: भाग में है, का अधिकतम क्षेत्रफल (वर्ग इकाई में) है :-

(1) $20\sqrt{2}$ (2) $18\sqrt{3}$

(3) 32 (4) 36

5. रेखा $y = x$ तथा वक्र $y^2 = x - 2$ के बीच की न्यूनतम दूरी है –

(1) $\frac{7}{4\sqrt{2}}$ (2) $\frac{7}{8}$

(3) $\frac{11}{4\sqrt{2}}$ (4) 2

6. यदि फलन $f(x) = 9x^4 + 12x^3 - 36x^2 + 25,\ x \in R$, के स्थानीय निम्नतम तथा स्थानीय उच्चतम बिन्दुओं के समुच्चय क्रमश: S_1 तथा S_2 है, तो –

(1) $S_1 = \{-2, 1\};\ S_2 = \{0\}$

(2) $S_1 = \{-2, 0\};\ S_2 = \{1\}$

(3) $S_1 = \{-2\};\ S_2 = \{0, 1\}$

(4) $S_1 = \{-1\};\ S_2 = \{0, 2\}$

7. एक गोले जिसकी त्रिज्या 3 है, के अन्तर्गत बने अधिकतम आयतन के लंबवृत्तीय बेलन की ऊँचाई है :-

(1) $2\sqrt{3}$ (2) $\sqrt{3}$ (3) $\sqrt{6}$ (4) $\frac{2}{3}\sqrt{3}$

8. यदि $f(x)$, घात चार का एक शून्येत्तर बहुपद है, जिसके स्थानीय चरम बिंदु $x = -1, 0, 1$ पर है; तो समुच्चय $S = \{x \in R : f(x) = f(0)\}$ में मात्र :

(1) चार अपरिमेय संख्याएँ हैं

(2) दो अपरिमेय तथा दो परिमेय संख्याएँ है

(3) चार परिमेय संख्याएँ हैं

(4) दो अपरिमेय तथा एक परिमेय संख्या है

9. माना $a_1, a_2, a_3, \ldots\ldots$ एक समान्तर श्रेढ़ी है जिसमें $a_6 = 2$ है। तो इस समान्तर श्रेढ़ी का वह सार्वअन्तर जो गुणनफल $a_1a_4a_5$ को अधिकतम करता है, है :

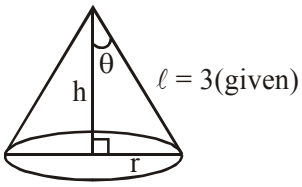
(1) $\frac{6}{5}$ (2) $\frac{8}{5}$

(3) $\frac{2}{3}$ (4) $\frac{3}{2}$

node06\B0B0-BA\Kota\JEE Main\Jee Main-2019_Subject Topic PDF With Solution\Mathematics\Hindi\Maxima & Minima.p65

SOLUTION

1. Ans. (3)



$\therefore$ h = 3 cos θ

r = 3 sin θ

Now,

$$V=\frac{1}{3}\pi r^2 h=\frac{\pi}{3}\left(9\sin^2\theta\right).\left(3\cos\theta\right)$$

$$\therefore\ \frac{dV}{d\theta}=0\ \Rightarrow\ \sin\theta=\sqrt{\frac{2}{3}}$$

Also, $\left.\frac{d^2V}{d\theta^2}\right]_{\sin\theta=\sqrt{\frac{2}{3}}}$ = negative

$\Rightarrow$ Volume is maximum,

when $\sin\theta=\sqrt{\frac{2}{3}}$

$$\therefore\ V_{max}\left(\sin\theta=\sqrt{\frac{2}{3}}\right)=2\sqrt{3}\pi\ \text{(in cu. m)}$$

2. Ans. (1)

Let points $\left(\frac{3}{2},0\right)$, (t^2, t), $t > 0$

$$\text{Distance}=\sqrt{t^2+\left(t^2-\frac{3}{2}\right)^2}$$

$$=\sqrt{t^4-2t^2+\frac{9}{4}}=\sqrt{(t^2-1)^2+\frac{5}{4}}$$

So minimum distance is $\sqrt{\frac{5}{4}}=\frac{\sqrt{5}}{2}$

3. Ans. (1)

$S = \{x \in R,\ x^2 + 30 - 11x \le 0\}$

$= \{x \in R,\ 5 \le x \le 6\}$

Now $f(x) = 3x^3 - 18x^2 + 27x - 40$

$\Rightarrow f'(x) = 9(x - 1)(x - 3)$,

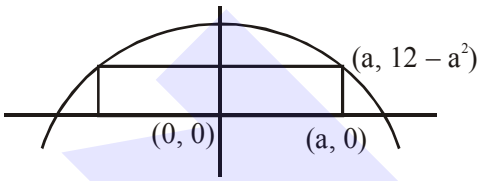
which is positive in [5, 6]

$\Rightarrow f(x)$ increasing in [5, 6]

Hence maximum value = $f(6) = 122$

4. Ans. (3)

$f(a) = 2a(12 - a)^2$

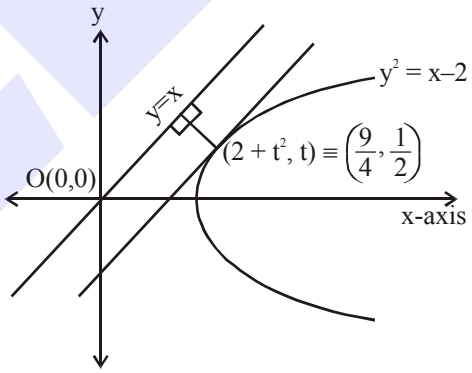


$f'(a) = 2(12 - 3a^2)$

maximum at a = 2

maximum area = f(2) = 32

5. Official Ans. by NTA (1)



Sol.

we have, $2y.\frac{dy}{dx}=1\Rightarrow\left.\frac{dy}{dx}\right]_{P(2+t^2,t)}=\frac{1}{2t}=1$

$$\Rightarrow\ t=\frac{1}{2}$$

$$\therefore\ P\left(\frac{9}{4},\frac{1}{2}\right)$$

So, shortest distance

$$=\frac{\left|\frac{9}{4}-\frac{2}{4}\right|}{\sqrt{2}}=\frac{7}{4\sqrt{2}}$$

node06\B0B0-BA\Kota\JEE Main\Jee Main-2019_Subject Topic PDF With Solution\Mathematics\Hindi\Maxima & Minima.p65

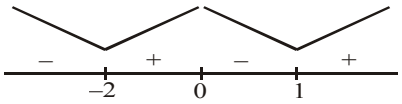
6. Official Ans. by NTA (1)

Sol. $f(x) = 9x^4 + 12x^3 - 36x^2 + 25$

$f'(x) = 36x^3 + 36x^2 - 72x$

$= 36x(x^2 + x - 2)$

$= 36x(x - 1)(x + 2)$

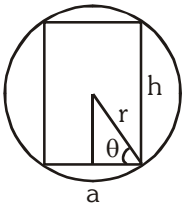


Points of minima = $\{-2, 1\} = S_1$

Point of maxima = $\{0\} = S_2$

7. Official Ans. by NTA (1)

Sol.



$h = 2r\sin\theta$

$a = 2r\cos\theta$

$v = \pi(r\cos\theta)^2(2r\sin\theta)$

$v = 2\pi r^3\cos^2\theta\sin\theta$

$$\frac{dv}{d\theta} = \pi r^3\left(-2\cos\theta\sin^2\theta + \cos^3\theta\right) = 0$$

$$\text{or } \tan\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\because\ h = 2\times 3\times\frac{1}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$$

8. Official Ans. by NTA (2)

Sol. $f'(x) = \lambda(x + 1)(x - 0)(x - 1) = \lambda(x^3 - x)$

$$\Rightarrow f(x) = \lambda\left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2}\right) + \mu$$

Now $f(x) = f(0)$

$$\Rightarrow \lambda\left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2}\right) + \mu = \mu$$

$\Rightarrow x = 0, 0, \pm\sqrt{2}$

Two irrational and one rational number

9. Official Ans. by NTA (2)

Sol. Let a is first term and d is common difference

then, $a + 5d = 2$ (given) ...(1)

$f(d) = (2 - 5d)(2 - 2d)(2 - d)$

$f'(d) = 0 \quad \Rightarrow d = \frac{2}{3}, \frac{8}{5}$

$f''(d) < 0$ at $d = 8/5$

$$\Rightarrow d = \frac{8}{5}$$

node06\B0B0-BA\Kota\JEE Main\Jee Main-2019_Subject Topic PDF With Solution\Mathematics\Hindi\Maxima & Minima.p65