DIFFERENTIABILITY

1. माना $f : R \to R$ एक ऐसा अवकलनीय फलन है, कि सभी x, y ε R के लिए $|f(x)-f(y)| \le 2|x-y|^{\frac{3}{2}}$ है। यदि $f(0) = 1$ है, तो $\int_0^1 f^2(x)dx$ बराबर है

(1) 0 (2) $\frac{1}{2}$ (3) 2 (4) 1

2. माना $f(x)=\begin{cases}\max\{|x|,x^2\}, & |x|\le 2\\ 8-2|x|, & 2<|x|\le 4\end{cases}$

माना S, अन्तराल (–4,4) के उन बिन्दुओं, जिन पर f अवकलनीय नहीं है, का समुच्चय है, तो S :

(1) एक रिक्त समुच्चय है।

(2) {–2, –1, 1, 2} के बराबर है।

(3) {–2, –1, 0, 1, 2} के बराबर है।

(4) {–2, 2}के बराबर है।

3. माना $f : (-1,1) \to R$ एक फलन है, जो $f(x) = \text{अधिकतम}\left\{-|x|,-\sqrt{1-x^2}\right\}$ द्वारा परिभाषित है। यदि K, सभी बिन्दुओं का समुच्चय है, जिसपर f अवकलनीय नही है, तो K

(1) के तीन अवयव विद्यमान होंगे

(2) का एक अवयव विद्यमान होंगे

(3) के पाँच अवयव विद्यमान होंगे

(4) के दो अवयव विद्यमान होंगे

4. माना K (x के) उन सभी वास्तविक मानों का समुच्चय है जहाँ फलन $f(x) = \sin|x| - |x| + 2(x-\pi)\cos|x|$ अवकलनीय नहीं है, तो समुच्चय K बराबर है

(1) $\{\pi\}$ (2) $\{0\}$

(3) ϕ (an empty set) (4) $\{0, \pi\}$

5. माना S, अंतराल $(-\pi,\pi)$ के बीच में स्थित ऐसे सभी बिन्दुओं का समुच्चय है, जिन पर फलन, $f(x) = \min\{\sin x, \cos x\}$ अवकलनीय नहीं है, तो S निम्न में से किसका उपसमुच्चय है ?

(1) $\left\{-\frac{3\pi}{4},-\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right\}$

(2) $\left\{-\frac{3\pi}{4},-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4}\right\}$

(3) $\left\{-\frac{\pi}{2},-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right\}$

(4) $\left\{-\frac{\pi}{4},0,\frac{\pi}{4}\right\}$

6. माना $f(x) = \begin{cases}-1, -2 \le x < 0\\ x^2-1, 0 \le x \le 2\end{cases}$ तथा $g(x) = |f(x)| + f(|x|)$, तो अंतराल (–2, 2) में g :-

(1) सभी बिन्दुओं पर अवकलनीय है।

(2) दो बिन्दुओं पर अवकलनीय नहीं है।

(3) संतत नहीं है।

(4) एक बिन्दु पर अवकलनीय नहीं है।

7. माना $f(x) = 15 - |x - 10|$; $x \in R$ है, तो x, के उन सभी मानों का समुच्चय, जिन पर फलन, $g(x) = f(f(x))$ अवकलनीय नहीं है, है :

(1) {5,10,15,20} (2) {10,15}

(3) {5,10,15} (4) {10}

8. माना $f : R \to R$ $c \in R$ पर अवकलनीय है तथा $f(c) = 0$ है। यदि $g(x) = |f(x)|$, तो $x = c$ पर, g :

(1) अवकलनीय है, यदि $f'(c) = 0$

(2) अवकलनीय नहीं है।

(3) अवकलनीय है, यदि $f'(c) \ne 0$

(4) अवकलनीय नहीं है, यदि $f'(c) = 0$

node06\B0BO-BA\Kota\JEE Main\Jee Main-2019_Subject Topic PDF With Solution\Mathamatics\Hindi\Differentiability.p65

SOLUTION

1. Ans. (4)

$|f(x) - f(y)| \le 2|x - y|^{3/2}$

divide both sides by $|x - y|$

$$\left|\frac{f(x)-f(y)}{x-y}\right| \le 2.|x-y|^{1/2}$$

apply limit $x \to y$

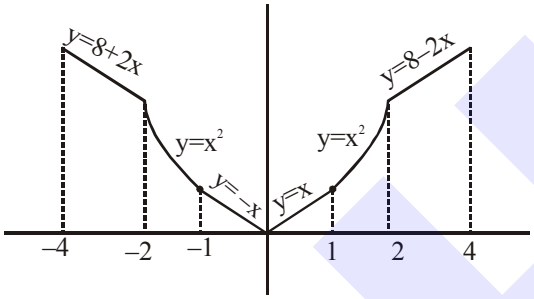
$|f'(y)| \le 0 \Rightarrow f'(y) = 0$

$\Rightarrow f(y) = c \Rightarrow f(x) = 1$

$$\int_0^1 1.dx = 1$$

2. Ans. (3)

$$f(x) = \begin{cases} 8+2x, & -4 \le x < -2 \\ x^2, & -2 \le x \le -1 \\ |x|, & -1 < x < 1 \\ x^2, & 1 \le x \le 2 \\ 8-2x, & 2 < x \le 4 \end{cases}$$



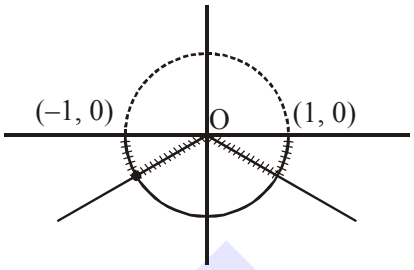
$f(x)$ is not differentiable at $x = \{-2,-1,0,1,2\}$

$\Rightarrow S = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

3. Ans. (1)

$f : (-1, 1) \to R$

$$f(x) = \max\left\{-|x|, -\sqrt{1-x^2}\right\}$$



Non-derivable at 3 points in $(-1, 1)$

Option (1)

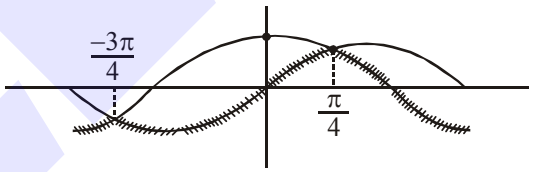
4. Ans. (3)

$f(x) = \sin|x| - |x| + 2(x - \pi)\cos x$

$\because \sin|x| - |x|$ is differentiable function at x=0

$\therefore k = \phi$

5. Ans. (1)



6. Ans. (4)

$$|f(x)| = \begin{cases} 1 & , \quad -2 \le x < 0 \\ 1-x^2 & , \quad 0 \le x < 1 \\ x^2-1 & , \quad 1 \le x \le 2 \end{cases}$$

and $f(|x|) = x^2 - 1,\ x \in [-2, 2]$

Hence $g(x) = \begin{cases} x^2 & , \quad x \in [-2,0) \\ 0 & , \quad x \in [0,1) \\ 2(x^2-1) & , \quad x \in [1,2] \end{cases}$

It is not differentiable at $x = 1$

node06\B0BO-BA\Kota\JEE Main\Jee Main-2019_Subject\Topic PDF With Solution\Mathamatics\Hindi\Differentiability.p65

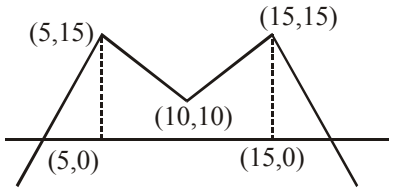
7. Official Ans. by NTA (3)

Sol. $f(x) = 15 - |x - 10|,\ x \in R$

$f(f(x)) = 15 - |f(x) - 10|$

$= 15 - |15 - |x - 10| - 10|$

$= 15 - |5 - |x - 10||$



$x = 5, 10, 15$ are points of non differentiability

Aliter :

At $x = 10$ $f(x)$ is non differentiable

also, when $15 - |x - 10| = 10$

$\Rightarrow x = 5, 15$

$\therefore$ non differentiability points are $\{5, 10, 15\}$

8. Official Ans. by NTA (1)

Sol. $g'(c) = \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{|f(c+h)| - |f(c)|}{h}$

$= \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{|f(c+h)|}{h} = \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{|f(c+h) - f(c)|}{h}$

$= \lim\limits_{h\to 0} \left|\dfrac{f(c+h) - f(c)}{h}\right| \dfrac{|h|}{h}$

$= \lim\limits_{h\to 0} |f'(c)| \dfrac{|h|}{h} = 0,$ if $f'(c) = 0$

i.e., $g(x)$ is differentiable at $x = c$, if $f'(c) = 0$

ALLEN