

**BINOMIAL THEOREM**

- यदि संख्या  $\frac{2^{403}}{15}$  का भिन्नात्मक भाग  $\frac{k}{15}$  हो, तो k का मान होगा :

(1) 14      (2) 6      (3) 4      (4) 8
- $\left(\frac{1-t^6}{1-t}\right)^3$  के प्रसार में  $t^4$  का गुणांक है

(1) 12      (2) 15      (3) 10      (4) 14
- $\sum_{i=1}^{20} \left(\frac{{}^{20}C_{i-1}}{{}^{20}C_i + {}^{20}C_{i-1}}\right)^3 = \frac{k}{21}$ , तो k बराबर है :

(1) 200      (2) 50      (3) 100      (4) 400
- यदि  $(1+x^{\log_2 x})^5$  के द्विपद प्रसार में तीसरा पद 2560 के बराबर है, तो x का एक संभव मान है :

(1)  $2\sqrt{2}$       (2)  $\frac{1}{8}$       (3)  $4\sqrt{2}$       (4)  $\frac{1}{4}$
- $\lambda$  का धनात्मक मान, जिसके लिये व्यंजक  $x^2 \left(\sqrt{x} + \frac{\lambda}{x^2}\right)^{10}$  में  $x^2$  का गुणांक 720 है, होगा

(1)  $\sqrt{5}$       (2) 4      (3)  $2\sqrt{2}$       (4) 3
- यदि  $\sum_{r=0}^{25} \{ {}^{50}C_r \cdot {}^{50-r}C_{25-r} \} = K \left( {}^{50}C_{25} \right)$  हो, तो K का मान होगा :

(1)  $2^{25} - 1$       (2)  $(25)^2$       (3)  $2^{25}$       (4)  $2^{24}$
- x के उन वास्तविक मानों जिनके लिये  $\left(\frac{x^3}{3} + \frac{3}{x}\right)^8$  के द्विपद प्रसार का मध्य पद 5670 है, का योग है :

(1) 6      (2) 8      (3) 0      (4) 4
- r का वह मान, जिसके लिये  ${}^{20}C_r \cdot {}^{20}C_0 + {}^{20}C_{r-1} \cdot {}^{20}C_1 + {}^{20}C_{r-2} \cdot {}^{20}C_2 + \dots + {}^{20}C_0 \cdot {}^{20}C_r$  अधिकतम है, है :

(1) 20      (2) 15      (3) 11      (4) 10

- माना सभी  $x \in \mathbb{R}$  के लिये  $(x+10)^{50} + (x-10)^{50} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{50}x^{50}$ , तो  $\frac{a_2}{a_0}$  बराबर है :

(1) 12.50      (2) 12.00      (3) 12.75      (4) 12.25
- माना  $S_n = 1 + q + q^2 + \dots + q^n$  तथा  $T_n = 1 + \left(\frac{q+1}{2}\right) + \left(\frac{q+1}{2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{q+1}{2}\right)^n$ , जहाँ q एक वास्तविक संख्या है तथा  $q \neq 1$ । यदि  ${}^{101}C_1 + {}^{101}C_2 \cdot S_1 + \dots + {}^{101}C_{101} \cdot S_{100} = \alpha T_{100}$  तो  $\alpha$  बराबर है :-

(1)  $2^{100}$       (2) 200      (3)  $2^{99}$       (4) 202
- $\left(2^{\frac{1}{3}} + \frac{1}{2(3)^{\frac{1}{3}}}\right)^{10}$  के द्विपद प्रसार में आरम्भ से 5वें तथा अंत से (प्रथम की ओर) 5वें पदों का एक अनुपात है :

(1)  $1 : 4(16)^{\frac{1}{3}}$       (2)  $1 : 2(6)^{\frac{1}{3}}$   
 (3)  $2(36)^{\frac{1}{3}} : 1$       (4)  $4(36)^{\frac{1}{3}} : 1$
- $(7^{1/5} - 3^{1/10})^{60}$  के द्विपद प्रसार में अपरिमेय पदों की कुल संख्या होगी :

(1) 55      (2) 49      (3) 48      (4) 54
- श्रेणी  $2 \cdot {}^{20}C_0 + 5 \cdot {}^{20}C_1 + 8 \cdot {}^{20}C_2 + 11 \cdot {}^{20}C_3 + \dots + 62 \cdot {}^{20}C_{20}$  का योग बराबर है -

(1)  $2^{24}$       (2)  $2^{25}$       (3)  $2^{26}$       (4)  $2^{23}$
- $(x + \sqrt{x^3 - 1})^6 + (x - \sqrt{x^3 - 1})^6, (x > 1)$  के प्रसार में x के सभी समघातीय पदों के गुणांकों का योग बराबर है-

(1) 32      (2) 26  
 (3) 29      (4) 24

15. यदि  $\left(\sqrt{\frac{1}{x^{1+\log_{10} x}}} + x^{\frac{1}{12}}\right)^6$  के द्विपद प्रसार का चौथा पद 200 है तथा  $x > 1$  है, तो  $x$  का मान है :-  
 (1)  $10^3$  (2) 100 (3)  $10^4$  (4) 10
16. यदि  $\left(\frac{2}{x} + x^{\log_8 x}\right)^6$  ( $x > 0$ ) के द्विपद प्रसार का चौथा पद  $20 \times 8^7$  है, तो  $x$  का एक मान है :  
 (1) 8 (2)  $8^2$  (3)  $8^{-2}$  (4)  $8^3$
17. यदि  $(x + 1)^n$  के  $x$  की घातों में द्विपद प्रसार में कोई तीन क्रमागत गुणांक 2 : 15 : 70 के अनुपात में है, तो इन तीन गुणांकों का औसत है :-  
 (1) 964 (2) 625  
 (3) 227 (4) 232
18. यदि  $x$  की घातों (powers) में, व्यंजक  $(1 + ax + bx^2)(1 - 3x)^{15}$  के प्रसार में  $x^2$  तथा  $x^3$  दोनों के गुणांक शून्य के बराबर हैं, तो क्रमित युग्म  $(a, b)$  बराबर है :  
 (1) (28, 315) (2) (-54, 315)  
 (3) (-21, 714) (4) (28, 861)
19. वह न्यूनतम प्राकृत संख्या  $n$ , जिसके लिए  $\left(x^2 + \frac{1}{x^3}\right)^n$  के प्रसार में  $x$  का गुणांक  ${}^n C_{23}$  है, है :  
 (1) 35 (2) 38  
 (3) 23 (4) 58
20. गुणफल  $(1+x)(1-x)^{10}(1+x+x^2)^9$  में  $x^{18}$  का गुणांक है :  
 (1) -84 (2) 84 (3) 126 (4) -126
21. यदि  ${}^{20}C_1 + (2^2) {}^{20}C_2 + (3^2) {}^{20}C_3 + \dots + (20^2) {}^{20}C_{20} = A(2^\beta)$ , तो क्रमित युग्म  $(A, \beta)$  बराबर है :  
 (1) (420, 18) (2) (380, 19)  
 (3) (380, 18) (4) (420, 19)
22.  $\left(\frac{1}{60} - \frac{x^8}{81}\right) \cdot \left(2x^2 - \frac{3}{x^2}\right)^6$  के प्रसार में  $x$  से स्वतंत्र पद है:  
 (1) 36 (2) -108 (3) -72 (4) -36

SOLUTION

1. **Ans. (4)**

$$\frac{2^{403}}{15} = \frac{2^3 \cdot (2^4)^{100}}{15} = \frac{8}{15} (15+1)^{100}$$

$$= \frac{8}{15} (15\lambda + 1) = 8\lambda + \frac{8}{15}$$

$\therefore 8\lambda$  is integer

$$\Rightarrow \text{fractional part of } \frac{2^{403}}{15} \text{ is } \frac{8}{15} \Rightarrow k = 8$$

2. **Ans. (2)**

$$(1 - t^6)^3 (1 - t)^{-3}$$

$$(1 - t^{18} - 3t^6 + 3t^{12}) (1 - t)^{-3}$$

$\Rightarrow$  coefficient of  $t^4$  in  $(1 - t)^{-3}$  is

$${}^{3+4-1}C_4 = {}^6C_2 = 15$$

3. **Ans. (3)**

$$\sum_{i=1}^{20} \left( \frac{{}^{20}C_{i-1}}{{}^{20}C_i + {}^{20}C_{i-1}} \right)^3 = \frac{k}{21}$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{20} \left( \frac{{}^{20}C_{i-1}}{{}^{21}C_i} \right)^3 = \frac{k}{21}$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{20} \left( \frac{i}{21} \right)^3 = \frac{k}{21}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{(21)^3} \left[ \frac{20(21)}{2} \right]^2 = \frac{k}{21}$$

$$\Rightarrow 100 = k$$

4. **Ans. (4)**

$$(1 + x^{\log_2 x})^5$$

$$T_3 = {}^5C_2 \cdot (x^{\log_2 x})^2 = 2560$$

$$\Rightarrow 10 \cdot x^{2 \log_2 x} = 2560$$

$$\Rightarrow x^{2 \log_2 x} = 256$$

$$\Rightarrow 2(\log_2 x)^2 = \log_2 256$$

$$\Rightarrow 2(\log_2 x)^2 = 8$$

$$\Rightarrow (\log_2 x)^2 = 4 \Rightarrow \log_2 x = 2 \text{ or } -2$$

$$x = 4 \text{ or } \frac{1}{4}$$

5. **Ans. (2)**

$$x^2 \left( {}^{10}C_r (\sqrt{x})^{10-r} \left( \frac{\lambda}{x^2} \right)^r \right)$$

$$x^2 \left[ {}^{10}C_r (x)^{\frac{10-r}{2}} (\lambda)^r (x)^{-2r} \right]$$

$$x^2 \left[ {}^{10}C_r \lambda^r x^{\frac{10-5r}{2}} \right]$$

$$\therefore r = 2$$

$$\text{Hence, } {}^{10}C_2 \lambda^2 = 720$$

$$\lambda^2 = 16$$

$$\lambda = \pm 4$$

Option (2)

6. **Ans. (3)**

$$\sum_{r=0}^{25} {}^{50}C_r \cdot {}^{50-r}C_{25-r}$$

$$= \sum_{r=0}^{25} \frac{50!}{r! (50-r)!} \times \frac{(50-r)!}{(25)! (25-r)!}$$

$$= \sum_{r=0}^{25} \frac{50!}{25! 25!} \times \frac{25!}{(25-r)! (r!)}$$

$$= {}^{50}C_{25} \sum_{r=0}^{25} {}^{25}C_r = (2^{25}) {}^{50}C_{25}$$

$$\therefore K = 2^{25}$$

Option (3)

7. **Ans. (3)**

$$T_5 = {}^8C_4 \frac{x^{12}}{81} \times \frac{81}{x^4} = 5670$$

$$\Rightarrow 70x^8 = 5670$$

$$\Rightarrow x = \pm \sqrt[3]{3}$$

8. **Ans. (1)**

Given sum = coefficient of  $x^r$  in the expansion of  $(1+x)^{20}(1+x)^{20}$ ,

which is equal to  ${}^{40}C_r$

It is maximum when  $r = 20$

9. **Ans. (4)**

$$(10+x)^{50} + (10-x)^{50}$$

$$\Rightarrow a_2 = 2 \cdot {}^{50}C_2 10^{48}, a_0 = 2 \cdot 10^{50}$$

$$\frac{a_2}{a_0} = \frac{{}^{50}C_2}{10^2} = 12.25$$

## 10. Ans. (1)

$${}^{101}C_1 + {}^{101}C_2 S_1 + \dots + {}^{101}C_{101} S_{100} = \alpha T_{100}$$

$${}^{101}C_1 + {}^{101}C_2(1+q) + {}^{101}C_3(1+q+q^2) + \dots$$

$$+ {}^{101}C_{101}(1+q+\dots+q^{100})$$

$$= 2\alpha \frac{\left(1 - \left(\frac{1+q}{2}\right)^{101}\right)}{(1-q)}$$

$$\Rightarrow {}^{101}C_1(1-q) + {}^{101}C_2(1-q^2) + \dots + {}^{101}C_{101}(1-q^{101})$$

$$= 2\alpha \left(1 - \left(\frac{1+q}{2}\right)^{101}\right)$$

$$\Rightarrow (2^{101} - 1) - ((1+q)^{101} - 1)$$

$$= 2\alpha \left(1 - \left(\frac{1+q}{2}\right)^{101}\right)$$

$$\Rightarrow 2^{101} \left(1 - \left(\frac{1+q}{2}\right)^{101}\right) = 2\alpha \left(1 - \left(\frac{1+q}{2}\right)^{101}\right)$$

$$\Rightarrow \alpha = 2^{100}$$

## 11. Ans. (4)

$$\frac{T_5}{T_5^1} = \frac{{}^{10}C_4 (2^{1/3})^{10-4} \left(\frac{1}{2(3)^{1/3}}\right)^4}{{}^{10}C_4 \left(\frac{1}{2(3)^{1/3}}\right)^{10-4} (2^{1/3})^4} = 4 \cdot (36)^{1/3}$$

## 12. Ans. (4)

$$\text{General term } T_{r+1} = {}^{60}C_r \cdot 7^{\frac{60-r}{5}} \cdot \frac{r}{3^{10}}$$

$\therefore$  for rational term,  $r = 0, 10, 20, 30, 40, 50, 60$

$\Rightarrow$  no of rational terms = 7

$\therefore$  number of irrational terms = 54

$$\text{Also, } -27 \times {}^{15}C_3 + 9a \times {}^{15}C_2 - 3b \times {}^{15}C_1 = 0$$

$$\Rightarrow 9 \times {}^{15}C_2 a - 45b - 27 \times {}^{15}C_3 = 0$$

$$\Rightarrow 21a - b - 273 = 0 \quad \dots \text{(ii)}$$

(i) + (ii)

$$-24a + 672 = 0$$

$$\Rightarrow a = 28$$

$$\text{So, } b = 315$$

## 13. Official Ans. by NTA (2)

$$\text{Sol. } 2 \cdot {}^{20}C_0 + 5 \cdot {}^{20}C_1 + 8 \cdot {}^{20}C_2 + 11 \cdot {}^{20}C_3 + \dots$$

$$+ 62 \cdot {}^{20}C_{20}$$

$$= \sum_{r=0}^{20} (3r+2) {}^{20}C_r$$

$$= 3 \sum_{r=0}^{20} r \cdot {}^{20}C_r + 2 \sum_{r=0}^{20} {}^{20}C_r$$

$$= 3 \sum_{r=0}^{20} r \binom{20}{r} {}^{19}C_{r-1} + 2 \cdot 2^{20}$$

$$= 60 \cdot 2^{19} + 2 \cdot 2^{20} = 2^{25}$$

## 14. Official Ans. by NTA (4)

$$\text{Sol. } \left(x + \sqrt{x^3 - 1}\right)^6 + \left(x - \sqrt{x^3 - 1}\right)^6$$

$$= 2[{}^6C_0 x^6 + {}^6C_2 x^4 (x^3 - 1) + {}^6C_4 x^2 (x^3 - 1)^2$$

$$+ {}^6C_6 (x^3 - 1)^3]$$

$$= 2[{}^6C_0 x^6 + {}^6C_2 x^7 - {}^6C_2 x^4 + {}^6C_4 x^8 + {}^6C_4 x^2$$

$$- 2{}^6C_4 x^5 + (x^9 - 1 - 3x^6 + 3x^3)]$$

$\Rightarrow$  Sum of coefficient of even powers of  $x$

$$= 2[1 - 15 + 15 + 15 - 1 - 3] = 24$$

## 15. Official Ans. by NTA (4)

$$\text{Sol. } 200 = {}^6C_3 \left(x^{\frac{1}{x^{\log_{10} x}}}\right)^{\frac{3}{2}} \times x^{\frac{1}{4}}$$

$$\Rightarrow 10 = x^{\frac{3}{2(1+\log_{10} x)} + \frac{1}{4}}$$

$$\Rightarrow 1 = \left(\frac{3}{2(1+t)} + \frac{1}{4}\right)t$$

where  $t = \log_{10} x$

$$\Rightarrow t^2 + 3t - 4 = 0$$

$$\Rightarrow t = 1, -4$$

$$\Rightarrow x = 10, 10^{-4}$$

$$\Rightarrow x = 10 \text{ (As } x > 1)$$

16. Official Ans. by NTA (2)

Sol.  $T_4 = T_{3+1} = \binom{6}{3} \left(\frac{2}{x}\right)^3 \cdot (x^{\log_8 x})^3$

$$20 \times 8^7 = \frac{160}{x^3} \cdot x^{3 \log_8 x}$$

$$8^6 = x^{\log_2 x - 3}$$

$$2^{18} = x^{\log_2 x - 3}$$

$$\Rightarrow 18 = (\log_2 x - 3)(\log_2 x)$$

Let  $\log_2 x = t$

$$\Rightarrow t^2 - 3t - 18 = 0$$

$$\Rightarrow (t - 6)(t + 3) = 0$$

$$\Rightarrow t = 6, -3$$

$$\log_2 x = 6 \Rightarrow x = 2^6 = 8^2$$

$$\log_2 x = -3 \Rightarrow x = 2^{-3} = 8^{-1}$$

17. Official Ans. by NTA (4)

Sol.  $\frac{{}^n C_{r-1}}{{}^n C_r} = \frac{2}{15}$

$$\frac{\frac{n!}{(r-1)!(n-r+1)!}}{\frac{n!}{r!(n-r)!}} = \frac{2}{15}$$

$$\frac{r}{n-r+1} = \frac{2}{15}$$

$$15r = 2n - 2r + 2$$

$$\boxed{17r = 2n + 2}$$

$$\frac{{}^n C_r}{{}^n C_{r+1}} = \frac{15}{70}$$

$$\frac{\frac{n!}{r!(n-r)!}}{\frac{n!}{(r+1)!(n-r-1)!}} = \frac{3}{14}$$

$$\frac{r+1}{n-r} = \frac{3}{14}$$

$$14r + 14 = 3n - 3r$$

$$3n - 17r = 14$$

$$2n - 17r = -2$$

$$n = 16$$

$$17r = 34, r = 2$$

$${}^{16}C_1, {}^{16}C_2, {}^{16}C_3$$

$$\frac{{}^{16}C_1 + {}^{16}C_2 + {}^{16}C_3}{3} = \frac{16 + 120 + 560}{3}$$

$$\frac{680 + 16}{3} = \frac{696}{3} = 232$$

**18. Official Ans. by NTA (1)**

**Sol.** Coefficient of  $x^2 = {}^{15}C_2 \times 9 - 3a({}^{15}C_1) + b = 0$

$$\Rightarrow -45a + b + {}^{15}C_2 \times 9 = 0 \quad \dots(i)$$

Also,  $-27 \times {}^{15}C_3 + 9a \times {}^{15}C_2 - 3b \times {}^{15}C_1 = 0$

$$\Rightarrow 9 \times {}^{15}C_2 a - 45b - 27 \times {}^{15}C_3 = 0$$

$$\Rightarrow 21a - b - 273 = 0 \quad \dots(ii)$$

$$(i) + (ii)$$

$$-24a + 672 = 0$$

$$\Rightarrow a = 28$$

$$\text{So, } b = 315$$

**19. Official Ans. by NTA (2)**

**Sol.**  $T_r = \sum_{r=0}^n {}^nC_r x^{2n-2r} \cdot x^{-3r}$

$$2n - 5r = 1 \Rightarrow 2n = 5r + 1$$

$$\text{for } r = 15, n = 38$$

smallest value of  $n$  is 38.

**20. Official Ans. by NTA (2)**

**Sol.**  $(1+x)(1-x)^{10}(1+x+x^2)^9$

$$(1-x^2)(1-x^3)^9$$

$${}^9C_6 = 84$$

**21. Official Ans. by NTA (1)**

**Sol.**  $(1+x)^n = {}^nC_0 + {}^nC_1 x + {}^nC_2 x^2 + \dots + {}^nC_n x^n$

Diff. w.r.t.  $x$

$$\Rightarrow n(1+x)^{n-1} = {}^nC_1 + {}^nC_2 (2x) + \dots + {}^nC_n n(x)^{n-1}$$

Multiply by  $x$  both side

$$\Rightarrow nx(1+x)^{n-1} = {}^nC_1 x + {}^nC_2 (2x^2) + \dots + {}^nC_n (n x^n)$$

Diff w.r.t.  $x$

$$\Rightarrow n [(1+x)^{n-1} + (n-1)x(1+x)^{n-2}]$$

$$= {}^nC_1 + {}^nC_2 2^2 x + \dots + {}^nC_n (n^2)x^{n-1}$$

Put  $x = 1$  and  $n = 20$

$$\Rightarrow {}^{20}C_1 + 2^2 {}^{20}C_2 + 3^2 {}^{20}C_3 + \dots + (20)^2$$

$${}^{20}C_{20}$$

$$= 20 \times 2^{18} [2 + 19] = 420 (2^{18}) = A(2^\beta)$$

**22. Official Ans. by NTA (4)**

**Sol.**  $\frac{1}{60} \left( 2x^2 - \frac{3}{x^2} \right)^6 - \frac{1}{81} \cdot x^8 \left( 2x^2 - \frac{3}{x^2} \right)^6$

its general term

$$\frac{1}{60} {}^6C_r 2^{6-r} (-3)^r x^{12-r} - \frac{1}{81} {}^6C_r 2^{6-r} (-3)^r 12^{20-4r}$$

for term independent of  $x$ ,  $r$  for 1<sup>st</sup> expression is 3 and  $r$  for second expression is 5

$\therefore$  term independent of  $x = -36$